ERNESTO ORELLANA

PROSPECCION GEOELECTRICA

por campos variables

BIBLIOTECA
TECNICA
PHILIPS

1974
PARANINFO
MADRID

Fotografía de cubierta:
Cortesía de Barringer Research Ltd.

IMPRESO EN ESPAÑA
PRINTED IN SPAIN

ISBN: 84-283-0549-8 (linotex)


Magallanes, 25 — MADRID (15)

Cometa, S. A. — Avda. de las Torres, 17 — Zaragoza — 1974 — Dep. Legal: Z. 307-74

"Sin la menor duda, si la [prospección] geofísica de los pioneros fue exclusivamente geofísica cualitativa, la geofísica del mañana será, cada vez más, geofísica cuantitativa."

LOUIS CAGNIARD, 1956.
(Handbuch der Physik, vol. 47, p. 424)

PROLOGO

Esta obra, junto con la dedicada a métodos de corriente continua incluida en la misma colección, constituye un tratado general sobre Prospección Geoeléctrica.

La finalidad y directrices son las mismas para ambos volúmenes; no obstante, este segundo presenta características propias, obligadas por su tema, ya que los procedimientos de prospección geoeléctrica por medio de campos variables discrepan en varios aspectos de los métodos considerados en la obra anterior. Tales diferencias han influido sobre el enfoque general de este volumen, tanto por la conveniencia de que su extensión no resulte desmesurada, como por su finalidad práctica. Los aspectos a que aludo son los siguientes:

a) *El gran número y diversidad de los métodos prospectivos que han de incluirse.*

b) *El rápido avance y desarrollo que están experimentando estos métodos en su teoría y en su aplicación.*

c) *La complicación y elevado nivel matemático de las teorías correspondientes.*

La primera de estas circunstancias obliga a mayor concisión en el tratamiento de cada método, salvo en algunos procedimientos muy difundidos y que han alcanzado ya madurez, al menos en sus aspectos prácticos. Por otra parte, he tratado de conseguir que los diversos métodos no aparezcan como técnicas independientes, sino como miembros de un conjunto orgánico, derivados de un tronco común. En este aspecto me han sido muy útiles las ideas de Van'yan sobre una teoría común de los sondeos por campo variable, en la que además se integran, como caso particular, los sondeos por corriente continua. En los dos primeros capítulos se expone una teoría general, válida para sondeos y calicatas, y más adelante se incluye otro capítulo (el VII) donde se particulariza dicha teoría para los tipos principales de calicata.

El segundo punto se refiere a la fase de intenso desarrollo que están experimentando ahora los métodos geoeléctricos de prospección. Ya han pasado los tiempos en que estos procedimientos prospectivos podían considerarse —en la opinión de algunos— como "de segundo plano". Como prueba de ello basta citar el caso de la revista estadounidense "Geophysics", tradicionalmente especializada en sísmica petrolera. Según datos estadísticos de la misma revista, la proporción de artículos sobre métodos eléctricos publicados en ella durante el trienio octubre 1963-octubre 1966 era sólo del 5,13 %, mientras que en período análogo de los años 1968-1971 dicha cifra ha ascendido al 25,1 % es decir, que se ha pasado en pocos años de dedicar a los métodos eléctricos un artículo de cada veinte a uno de cada cuatro (*) Este aumento de la literatura refleja el rápido progreso de estos métodos prospectivos. Para hacer frente a él, en la redacción de la presente obra he tenido en cuenta las últimas publicaciones sobre el tema, pero sobre todo, he hecho hincapié en aquellos principios y fenómenos que, por su carácter esencial, constituyen la base, no sólo de los métodos ahora en uso, sino también de aquellos que puedan aparecer en el futuro. La rápida sustitución de unas técnicas por otras hace que cada vez tenga menos importancia el conocimiento detallado de éstas, mientras que, por su carácter estable, adquiere más valor el conocimiento profundo de los conceptos y leyes fundamentales subyacentes en unas y otras. Por esta misma razón no he entrado en la descripción detallada de los instrumentos empleados en las mediciones, dado el veloz desarrollo de la técnica electrónica.

Más difícil de resolver es el problema planteado por el nivel y extensión de las teorías matemáticas necesarias para el entendimiento y aplicación de los métodos prospectivos que aquí se describen. [redacted]*, en la que se ha cumplido la profecía del ilustre Cagniard que sirve de epígrafe a este volumen. El desarrollo actual de las técnicas de Prospección* [redacted]*. Ello, por otra parte, no debe extrañar, puesto que, al menos desde Galileo, la Matemática es el lenguaje natural de la Física.*

Muchos de los problemas cuya resolución es necesaria para interpretar las mediciones electromagnéticas, corresponden al cálculo de la dispersión que, en el campo de una fuente determinada, produce la presencia de estructuras geológicas estilizadas. Para llegar a la solución de cada uno de estos problemas, planteados en forma de ecuación diferencial con

---

(*) En el número de diciembre de 1972 de dicha revista se publican ocho artículos, de los cuales cinco se refieren a métodos eléctricos. Esta proporción hubiera sido inimaginable hace doce o quince años.

sus condiciones de contorno, se precisan muchas páginas de operaciones matemáticas. Por esta causa, ante las limitaciones, ya mencionadas, exigidas por el carácter práctico de esta obra y por la conveniencia de no exceder de una extensión razonable, me he visto obligado a prescindir de tales cálculos, dando directamente las fórmulas finales junto con las referencias de aquellas publicaciones donde puede encontrarse su demostración. No obstante, a modo de ejemplo, se desarrolla en el texto la solución de uno de los casos más importantes, el del dipolo magnético vertical, mientras que el del dipolo eléctrico horizontal se estudia en un apéndice. Cualquier persona con formación físico-matemática hubiera preferido un desarrollo riguroso, more geometrico, *de la obra, con demostración de todas sus fórmulas tomando como postulados las ecuaciones de Maxwell. Aunque era grande la tentación de proceder así, he tenido que renunciar a ello por las razones antedichas. Al mismo tiempo, he procurado que no aparezcan teorías matemáticas de nivel excesivamente alto.*

[redacted] *No obstante, para comodidad del lector, se exponen a lo largo del texto diversos conceptos y leyes, pero sólo como recordatorio y sin que ello exima del conocimiento previo de dicho tema.* [redacted] *y pueden ser útiles a las personas que, por trabajar en campos afines, deseen obtener coconocimiento no directamente profesional sobre estos métodos.*

[redacted]*. En la literatura sobre Electromagnetismo no se ha llegado aún a un acuerdo sobre el concepto y nomenclatura de los vectores magnéticos. Aquí, de acuerdo con su significación física, empleo las denominaciones "*[redacted]*" y "*[redacted]*", respectivamente,* [redacted] *En esta cuestión he seguido principalmente las ideas de mi maestro,* [redacted]*, cuyo método de* [redacted] *se aplica aquí, con notorio éxito, para establecer de modo riguroso y completo, la teoría de las mediciones electromagnéticas sobre modelos reducidos.*

Una causa de frecuentes confusiones en la literatura sobre los métodos electromagnéticos proviene de la diversidad de modos, igualmente válidos, de definir la constante de propagación, lo que se debe en parte a la libertad en la atribución de signo al exponente que expresa el carácter sinusoidal de los fenómenos. Esto obliga, en evitación de errores groseros, a no aplicar ninguna fórmula de las que aparecen en la literatura sin comprobar previa y cuidadosamente cuál es la expresión de la cons-

tante de propagación utilizada por el autor que se consulta, sin olvidar que algunos cambian de definición a lo largo de un mismo trabajo. [redacted], *aunque ello acarree el inconveniente que algunas expresiones resulten menos simples de lo que serían si aquellas se cambiasen de acuerdo con la conveniencia de cada caso.* [redacted]

Obras como la presente han de basarse en la recopilación y unificación de publicaciones y artículos abundantes y variados. Evitando el proceder de aquellos autores que solo leen y estiman lo que se publica en su propia lengua y país, he consultado, sin prejuicios, trabajos de origen muy diverso, tanto occidentales como soviéticos. Estos últimos son especialmente importantes, puesto que según han hecho notar recientemente geofísicos americanos "en la Unión Soviética se usan muchas técnicas —particularmente eléctricas— que son esencialmente desconocidas fuera de allí" (*). *Por esta causa no he regateado esfuerzo en la consulta de trabajos en ruso, si bien mi exploración en este campo no ha sido tan completa como hubiese querido, por causa de las dificultades encontradas en la adquisición de publicaciones de dicho origen.*✓

El número de libros y artículos consultados es grande, según se infiere de la bibliografía incluida al final del volumen; no obstante, quiero mencionar a Van'yan, Ward, Berdichevskiy, Wait y Cagniard entre los autores cuyas ideas y trabajos he tenido más en cuenta en la redacción de este volumen.✓

En la distribución por capítulos he agrupado los métodos atendiendo a sus características esenciales, la primera de las cuales es el sentido de la exploración, vertical (sondeo) u horizontal (calicata). A los dos primeros capítulos de introducción físico-matemática siguen otros tres dedicados respectivamente a los sondeos por frecuencia variable, por transitorios y magnetotelúricos.

El método telúrico que, en cierto modo corresponde a las calicatas, sirve como de gozne para pasar a la teoría de éstas. Los métodos de calicateo electromagnético, de aplicación esencialmente minera, ocupan tres capítulos, dedicados respectivamente a métodos terrestres, hertzianos y aéreos. El grupo de los métodos hertzianos es un tanto artificial y más aún la inclusión en él del Afmag, pero resulta adecuado desde el punto de vista expositivo.

El último capítulo trata de un método en gran parte independiente de los demás, el de polarización inducida.

(*) *Geophysics*, vol. 36, pág. 1262.

El estudio geoeléctrico del interior de las perforaciones o testificación eléctrica constituye en la actualidad una rama muy importante, pero independiente, de la prospección de superficie. Por esta causa sólo se dedica a este tema un apéndice en el que se exponen las nociones fundamentales de estos procedimientos.

En resumen, el presente volumen intenta dar una visión de conjunto de los métodos geoeléctricos de prospección por campos variables, haciendo hincapié en los principios básicos, al mismo tiempo que se describen más detalladamente los procedimientos prospectivos más desarrollados y maduros, y se orienta al lector sobre las monografías y artículos que debe consultar si desea extender más sus conocimientos sobre alguna parte de este campo, más amplio y complejo de lo que puede parecer a primera vista.

Sería injusto no mencionar a las personas y entidades que han ayudado en la preparación de este volumen, y mostrarles mi mayor agradecidiento. El personal de Editorial Paraninfo ha puesto el mayor interés en la calidad y presentación de la obra. Los Sres. Gonzalo, Villalón, Recio, y De Miguel, han leído críticamente partes del original. Los tres primeros han colaborado además eficazmente en la corrección de pruebas. Carlos Carretero y Miguel Martínez han realizado gran parte de los dibujos que ilustran esta obra. Mi hermana María Mercedes ha llevado a cabo el trabajo mecanográfico y ha contribuido con algunas ilustraciones. D. Luis de Miguel, jefe de Geomagnetismo del Instituto Geográfico, me ha facilitado registros de micropulsaciones y ha revisado el original en lo que concierne a este tema. Las empresas ABEM, Tecnhydros, Geonics, Barringer, Scintrex y Widco (las dos últimas a través de su representante en España, Vegarada, S. A.), han facilitado diversas figuras y fotografías. Agradezco a la Society of Exploration Geophysicists y a la European Association of Exploration Geophysicists su permiso para reproducir diversas figuras de sus publicaciones.

INDICE DE MATERIAS

Capítulo III. SONDEOS POR FRECUENCIA VARIABLE.

Capítulo IV. SONDEOS POR TRANSITORIOS.

✓Capítulo V. SONDEOS MAGNETOTELURICOS.

Capítulo VIII. CALICATAS ELECTROMAGNETICAS TERRESTRES.

Apéndice 4. ALGUNAS FORMULAS MATEMATICAS.

PRINCIPALES SIMBOLOS UTILIZADOS (*)

A	Electrodo de corriente
$\mathbf{A}$	Potencial vector eléctrico
$\mathbf{A}^*$	Potencial vector magnético
a	Constante de fase
B	Electrodo de corriente
$\mathbf{B}$	Campo magnético (**)
b	Constante de atenuación
C	Función de Cagniard
coh	Coherencia
D	Profundidad del sustrato
$\mathbf{D}$	Desplazamiento eléctrico
d_i	Espesor de la capa de índice i
$\mathbf{E}$	Campo eléctrico (**)
$\mathbf{H}$	Poder imanador
I	Intensidad de corriente
$\mathbf{J}$	Densidad de corriente
K	Coeficiente de dispositivo
L	Inductancia
M	Función característica, en general
$\mathbf{M}$	Imanación
$\mathbf{m}$	Momento dipolar
$\mathbf{P}$	Polarización eléctrica
q	Densidad de carga eléctrica
R	Distancia al origen
r	Distancia al eje z, en cilíndricas
S	Conductancia longitudinal unitaria; superficie.
T	Resistencia transversal unitaria
U	Potencial escalar eléctrico
U*	Potencial escalar magnético
v	Velocidad de fase
α, β	Angulos
γ	Constante de propagación
ΔV	Diferencia de potencial

(*) Se excluyen los usuales en matemáticas.

(**) Cuando es necesario, se distinguen por medio de un asterisco los campos creados por dipolos magnéticos.

δ	Penetración nominal
ε	Permitividad
ε_0	Permitividad del vacío
η_a	Polarizabilidad aparente
θ	Angulo
Λ	Anisotropía
λ	Longitud de onda; variable de integración
μ	Permeabilidad magnética
μ_0	Permeabilidad magnética del vacío
ν	Frecuencia en Hertzios
ξ	Distancia efectiva
ξ'	Distancia efectiva con δ como unidad
ρ	Resistividad
ρ_a	Resistividad aparente en corriente continua
ρ_a	Resistividad en frecuencia baja (PI)
ρ_e	Resistividad efectiva; en PI, resistividad en frecuencia alta
ρ_T	Resistividad aparente en Sondeos magnetotelúricos
ρ_ω	Resistividad aparente en Sondeos por frecuencia variable
ρ_τ	Resistividad aparente en sondeos por transitorios
σ	Conductividad
τ	Parámetro transitorio
Φ, Ψ	Funciones características
ψ	Azimut (en cilíndricas)
φ	Angulo de fase
ω	Frecuencia angular.

SIGLAS UTILIZADAS

CEM	Calicata electromagnética
CGM	Calicata geomagnética
CPI	Calicata por polarización inducida
EAEG	European Association of Exploration Geophysicists
MCT	Método de las corrientes telúricas
PGI	Libro "Prospección Geoeléctrica en corriente continua", del mismo autor.
PI	Polarización inducida
SEG	Society of Exploration Geophysicists
SEM	Sondeo electromagnético
SET	Sondeo eléctrico por transitorios
SEV	Sondeo eléctrico vertical (en corriente continua)
SFV	Sondeo por frecuencia variable
SI	Sistema Internacional (de Unidades)
SMT	Sondeo magnetotelúrico
SPI	Sondeo por polarización inducida

Capítulo I

PRINCIPIOS GENERALES DE LA PROSPECCION GEOELECTRICA POR CAMPOS VARIABLES

I.1 INTRODUCCION

En los métodos prospectivos descritos en la primera parte de esta obra (*), se utilizan corrientes eléctricas, artificiales o naturales, pero siempre continuas, es decir, constantes en el tiempo. Si en algún caso se aplica en ellos corriente alterna, es con la condición de que sus valores eficaces proporcionen los mismos resultados que la corriente continua.

El empleo de corrientes eléctricas variables en el tiempo, bien sinusoidales (alternas) bien discontinuas (impulsos) abre enormes posibilidades a la Prospección Geoeléctrica, en particular las siguientes:

a) En vez de aplicar la corriente al terreno por procedimientos *galvánicos* (inserción de electrodos), puede hacerse por procedimientos *inductivos,* esto es, utilizando antenas o bobinas que induzcan en el subsuelo corrientes variables.

b) Además del campo eléctrico **E,** puede medirse el campo magnético **B,** por medio de bobinas receptoras.

c) La posibilidad de efectuar investigaciones mediante el empleo comparativo de varias frecuencias, o la aplicación de impulsos, sin tener que desplazar los dispositivos sobre el terreno durante el curso de la medición.

(*) En lo sucesivo, se aludirá a dicha primera parte mediante la sigla PGI.

d) La influencia en las observaciones de los parámetros ε y μ, además de la resistividad ρ, lo que, en principio, permitiría obtener información más rica, si bien hasta ahora no se ha aprovechado esta posibilidad teórica.

e) Pueden utilizarse campos naturales variables, como el de las corrientes telúricas.

Tal ampliación de posibilidades lleva aparejada, como contrapartida, mayor complejidad en la parte instrumental y en la teoría, respecto de los métodos de corriente continua.

Los métodos de campo variable se llaman a veces "inductivos" y otras "electromagnéticos". La primera denominación es demasiado restringida, y la segunda demasiado amplia, pues todos los métodos eléctricos son por el mismo hecho, electromagnéticos; no obstante, usaremos aquí con alguna frecuencia la última expresión. El empleo del nombre "métodos eléctricos" para referirse exclusivamente a los de corriente continua, es incorrecto, según lo dicho.

Los métodos de prospección por campos variables pueden utilizarse, tanto para estudiar la distribución vertical de las propiedades de las rocas, como para investigarlas en sentido horizontal. En el primer caso se tienen los *Sondeos Electromagnéticos* (en abreviatura SEM) y en el segundo las *Calicatas Electromagnéticas* (abreviadamente CEM). Debe advertirse que estas últimas se limitan hasta ahora casi exclusivamente, a la detección de los cuerpos buenos conductores que puedan existir en el subsuelo.

I.2 TIPOS DE SONDEO ELECTROMAGNETICO

Para llevar a cabo sondeos electromagnéticos de campo artificial es preciso disponer, como en corriente continua, de un *circuito de emisión,* que cree el campo, y de un *circuito de recepción* o *de medición,* que lo mida. Existen cuatro tipos fundamentales de circuito de emisión. Por una parte, éste puede estar constituido por un cable con sus extremos puestos a tierra, como la línea AB de los SEV. Dicho cable puede ser tan corto que sea asimilable a un dipolo, o tan largo que pueda considerarse, sin error apreciable, como longitud infinita. La otra posibilidad es la creación del campo en el subsuelo de modo puramente inductivo, por medio de una bobina recorrida por corriente variable, la cual puede considerarse como un dipolo magnético, para el que existen dos posiciones fundamentales: *vertical* y *horizontal.* Estas denominaciones se refieren al eje del dipolo o bobina, por lo que en el primer caso el plano de la bobina es horizontal, y vertical en el segundo.

En resumen, los tipos fundamentales de circuito de emisión son los siguientes (fig. I-1):

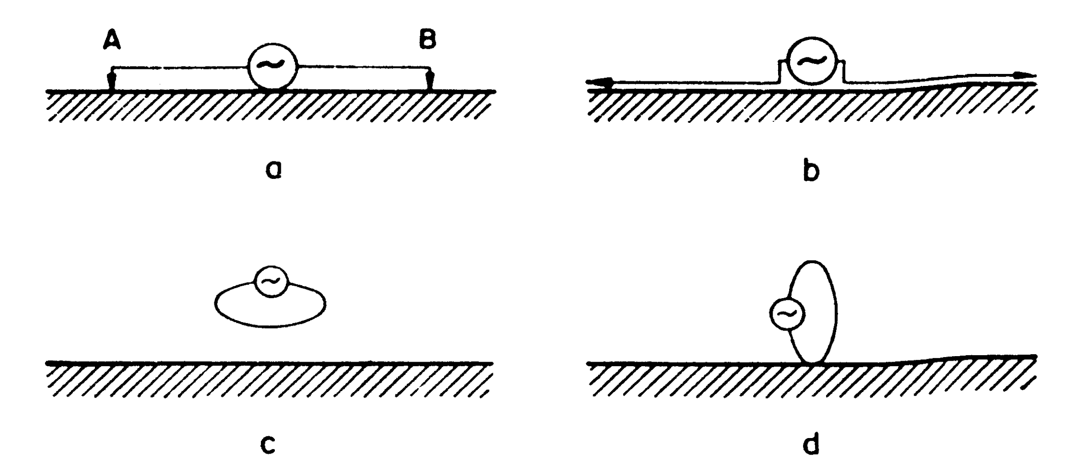


Fig. I-1. Los cuatro tipos fundamentales de circuito de emisión: a) Dipolo eléctrico horizontal. b) Cable horizontal largo. c) Dipolo magnético vertical (bobina de espiras horizontales) d) Dipolo magnético horizontal (bobina de espiras verticales).

1. Dipolo eléctrico horizontal.
2. Cable horizontal largo.
3. Dipolo magnético vertical.
4. Dipolo magnético horizontal.

Para el receptor pueden utilizarse estos mismos circuitos. Existen por lo tanto 16 combinaciones posibles emisor-receptor.

Dada una cualquiera de estas combinaciones, el sondeo electromagnético puede efectuarse por tres procedimientos distintos de discriminación de profundidades.

El método más sencillo para conseguir el control de profundidad, es el mismo utilizado en los sistemas de corriente continua que, como se vio en la primera parte de esta obra, consiste en la modificación de la distancia entre los circuitos emisor y receptor. Los sondeos efectuados de este modo se denominan *sondeos geométricos*. El SEV y los SD, allí descritos, no son sino casos particulares de sondeo electromagnético geométrico con frecuencia fija y nula.

Otro modo de regular la profundidad de investigación es el de variación de la frecuencia emitida. Teniendo en cuenta que, en igualdad de las demás circunstancias, las corrientes alternas penetran más al disminuir la frecuencia (efecto superficial o "skin") puede imaginarse un nuevo sondeo, en que el emisor y el receptor permanecen fijos, mientras el primero produce campos de frecuencia sucesivamente creciente o decreciente. Los sondeos efectuados de este modo se llaman *sondeos por frecuencia variable* (SFV) o simplemente *sondeos de frecuencia*.

El tercer procedimiento para la regulación de profundidad deriva del anterior, por paso del dominio de frecuencias al de tiempos, y consiste

en la aplicación simultánea de muchas frecuencias combinadas en un impulso. Entonces, en el circuito receptor se registra el transitorio correspondiente, que representa el proceso de establecimiento gradual o formación del campo electromagnético, hasta que éste alcanza el estado estacionario (corriente continua). Se tiene así el *sondeo de formación de campo,* también llamado *de establecimiento de campo,* y *sondeo por transitorios.* (*)

Teniendo en cuenta que, según se dijo más arriba, existen 16 combinaciones emisor-receptor, con cada una de las cuales puede efectuarse el SEM por tres modalidades diferentes, resultan 48 modalidades posibles de sondeo electromagnético, aunque no todas hayan entrado en uso.

Tales posibilidades se refieren a los métodos de campo artificial, y a ellas hay que añadir los de campo natural, el más importante de los cuales es el método magneto-telúrico.

I.3 TIPOS DE CALICATA ELECTROMAGNETICA

Aunque, en principio, todas las variantes de sondeo electromagnético podrían adaptarse para investigaciones a profundidad más o menos constante, por desplazamiento sobre el terreno de dispositivos con separaciones fijas, en la práctica sólo se realizan calicatas electromagnéticas con receptores en forma de bobinas, mientras que como emisor suelen utilizarse bobinas, cuadros grandes de cable extendidos en el suelo (*bucles*), o cables largos y rectos puestos a tierra por sus extremos.

La clasificación práctica más adecuada de las CEM es la que atiende a las relaciones de movimiento entre el emisor y el receptor. Desde este punto de vista resultan tres posibilidades.

1. Emisor fijo y receptor móvil (método Turam, compensador Sundberg, método del cable largo, etc.).

2. Emisor móvil y receptor fijo. Esta modalidad se emplea muy poco, salvo en una variante del método de "inclinación de campo".

3. Emisor y receptor móviles, con distancia fija entre ellos (método "Slingram").

En estos métodos prospectivos se emplean, en cada caso, sólo una o dos frecuencias fijas o, en algunas modalidades, impulsos. Su aplicación

(*) Algunos geofísicos norteamericanos denominan "paramétricos" a los SFV y SET, para distinguirlos de los geométricos. Este nombre es inadecuado, porque también la distancia emisor-receptor es un parámetro. Por otra parte, la expresión "sondeo paramétrico" se utiliza en la escuela franco-soviética para designar sondeos de calibrado realizados en puntos de corte conocido.

fundamental es la minería, ya que como se ha dicho, a diferencia de las CE de corriente continua, las CEM no determinan usualmente el corte geoeléctrico longitudinal del perfil estudiado, sino tan sólo la presencia en el subsuelo de cuerpos buenos conductores (yacimientos de sulfuros o magnetita, fallas con relleno arcilloso, etc.). Una característica importante de estos métodos es que pueden aplicarse desde vehículos en movimiento, en especial aéreos, con enorme disminución del tiempo invertido en las mediciones.

En ciertas modalidades de CEM, el campo estudiado es de origen natural (método Afmag) o, siendo artificial, está creado para otros fines, como la radiocomunicación (método radio-kip). Algunos de estos procedimientos se denominan *hertzianos,* bien por utilizar señales de radiodifusión, bien por el empleo de frecuencias del mismo orden que éstas.

I.4 MAGNITUDES ELECTROMAGNETICAS

La finalidad de este apartado, y de alguno de los siguientes, es recordar al lector algunos principios de Electromagnetismo que habrán de aplicarse en el resto de la obra y, al mismo tiempo, establecer la notación y nomenclatura que se usarán en los capítulos siguientes. En modo alguno se intenta dar una exposición completa ni rigurosa, por lo que el lector no queda excusado del estudio de algún tratado de Electromagnetismo, como los de STRATTON (1941), y JORDAN y BALMAIN (1973).

Se empleará aquí exclusivamente el sistema de magnitudes y unidades MKSA o Giorgi, en su forma "racionalizada", adoptado oficialmente en casi todos los países como parte del SI (Sistema Internacional). El autor lo considera a un tiempo el más científico y el más práctico, y su empleo ha sido recomendado recientemente por la Asociación Europea de Prospectores Geofísicos (EAEG).

En los métodos descritos en el primer volumen de esta obra, son pocas las magnitudes electromagnéticas que intervienen, y se reducen prácticamente a la intensidad de corriente I, al potencial U, su gradiente o campo eléctrico **E** y la resistividad ρ. Para el estudio de los métodos prospectivos de campo variable han de considerarse los cuatro vectores **D, H, E** y **B,** en especial los dos últimos. Por otra parte, la descripción del comportamiento de los medios requiere tener en cuenta, no sólo la resistividad ρ, sino también la constante dieléctrica ε y la permeabilidad magnética μ.

Los símbolos, nombres, dimensiones y unidades de estas magnitudes en el sistema MKSA se expresan en la siguiente tabla:

TABLA I

Magnitudes electromagnéticas fundamentales

Símbolo	Nombre	Dimensión	Unidad
J	Densidad de corriente	$L^{-2}I$	Amperio/m²
D	Desplazamiento o inducción eléctrica	$L^{-2}TI$	Coulomb/m²
E	Campo eléctrico	$LMT^{-3}I^{-1}$	Voltio/m
H	Poder imanador	$L^{-1}I$	Amp/m
B	Campo magnético	$MT^{-2}I^{-1}$	Weber/m² (*)
ρ	Resistividad	$L^{3}MT^{-3}I^{-2}$	ohmio-m
σ	Conductividad	$L^{-3}M^{-1}T^{3}I^{2}$	mho/m
ϵ	Constante dieléctrica	$L^{-3}M^{-1}T^{4}I^{2}$	faradio/m
μ	Permeabilidad magnética	$LMT^{-2}I^{-2}$	henrio/m

Se observará que el nombre que se da a **B** en la tabla anterior es el de "campo magnético", de acuerdo con sus propiedades físicas, y en contra del uso ordinario, que suele aplicar dicho nombre a **H.** Seguir esta última costumbre constituiría un acto de hipocresía por parte del autor.

En el vacío, como es sabido, ε y μ toman los valores

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12} \text{ farad/m.}$$
$$\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7} \text{ henrio/m.}$$

I.5 POTENCIALES ELECTROMAGNETICOS

En la primera parte de esta obra se ha utilizado frecuentemente el potencial eléctrico U, definido por la ecuación

$$\mathbf{E} = -\nabla U \qquad \text{(I.1)}$$

Análogamente puede definirse un potencial escalar magnético U^*, tal que, en casos estáticos,

$$\mathbf{H} = -\nabla U^* \qquad \text{(I.2)}$$

el cual presenta el inconveniente de no ser uniforme, pues si se calcula el potencial a lo largo de una trayectoria cerrada que rodee un conductor recorrido por una corriente de intensidad I, al llegar al punto de partida U^* se ve incrementado en I respecto del valor inicial. Por esta causa se

(*) También llamada *Tesla*.

utiliza preferentemente el *potencial vector* **A**, exento de dicha desventaja, y definido por

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \tag{I.3}$$

lo que tiene sentido por ser

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{I.4}$$

Puede sumarse siempre a **A** el gradiente de un campo escalar ϕ cualquiera, por ser

$$\nabla \times \nabla \phi = 0$$

Sustituyendo la (I.3) en la primera ecuación de Maxwell (PGI,III,1), resulta

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0$$

de donde se deduce que el vector $\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ es irrotacional, por lo que será igual al gradiente de un escalar, pudiéndose escribir

$$\mathbf{E} = - \nabla U - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \tag{I.5}$$

donde U es el mismo potencial escalar de la (III,4) de PGI o difiere de él en una constante, si **A** no varía con el tiempo.

Como **H** y **D** pueden determinarse a partir de **B** y **E**, multiplicando éstas respectivamente por μ^{-1} y ε, resulta que los cuatro vectores electromagnéticos pueden calcularse a partir de un potencial escalar y otro vectorial, U y **A**.

A este par de potenciales corresponde otro, U^* y $\mathbf{A}^*$ definidos por la (I.2) y por la

$$\mathbf{D} = - \nabla \times \mathbf{A}^* \tag{I.6}$$

y entonces

$$\mathbf{H} = - \nabla U^* - \frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial t} \tag{I.7}$$

expresión esta última que se obtiene de modo análogo al seguido para establecer la (I.4), utilizando en este caso la segunda ecuación de Maxwell (PGI, III.2) la (I.1) y la (I.5) y suponiendo que en el punto considerado es $\mathbf{J} = 0$. De no ser así se tendría

$$\mathbf{H} = - \nabla U^* - \frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial t} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{A}^* \tag{I.8}$$

expresión que se obtiene de manera semejante, teniendo en cuenta que

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = -\frac{\sigma}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{A} \quad \text{[redacted]} \qquad \text{(I.9)}$$

lo que resulta de la (I.5) y de conocidas relaciones.

También este par de potenciales determina los cuatro vectores electromagnéticos, como en el caso anterior.

Los potenciales U y **A** pueden ser reemplazados por uno solo, denominado *potencial* o *vector* de *Hertz,* que suele representarse por la letra π y definido por

$$U = -\nabla \cdot \pi$$

$$\mathbf{A} = \mu\varepsilon \frac{\partial \pi}{\partial t} + \mu\sigma\pi \qquad \text{(I.10)}$$

Entonces

$$\mathbf{E} = \nabla \nabla \cdot \pi - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t}$$

$$\mathbf{B} = \mu\varepsilon \nabla \times \frac{\partial \pi}{\partial t} + \mu\sigma \nabla \times \pi \qquad \text{(I.11)}$$

Alternativamente, puede utilizarse el potencial de Hertz *magnético* (*) π^* (si llamamos eléctrico al ya considerado). En este caso

$$U^* = -\nabla \cdot \pi^*$$

$$A^* = \mu\varepsilon \frac{\partial \pi^*}{\partial t} \qquad \text{(I.12)}$$

y

$$\mathbf{D} = -\mu\varepsilon \nabla \times \frac{\partial \pi^*}{\partial t}$$

$$\mathbf{H} = \nabla \nabla \cdot \pi^* - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \pi^*}{\partial t^2} - \sigma\mu \frac{\partial \pi^*}{\partial t} \qquad \text{(I.13)}$$

Las dimensiones que corresponden a los mencionados potenciales pueden deducirse fácilmente de las ecuaciones anteriores, obteniéndose los resultados que se indican en la tabla siguiente.

(*) También denominado *vector de FitzGerald.*

TABLA II

Potenciales electromagnéticos

Símbolo	Nombre	Dimensiones	Unidad
U	Pot. escalar eléctrico	L^2M[redacted]	voltio
U^*	Pot. escalar magnético	I	amp.
A	Pot. vector eléctrico	$LMT^{-2}I^{-1}$	weber/m
A*	Pot. vector magnético	$L^{-1}TI$	coulomb/m
π	Vector de Hertz	$L^3MT^{-3}I^{-1}$	voltio × m
π^*	Vector de FitzGerald	LI	amp × m

I.6 ECUACIONES FUNDAMENTALES

Las ecuaciones básicas para el estudio de los campos electromagnéticos son, como es sabido, las de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad \text{(I.14)}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \qquad \nabla \cdot \mathbf{D} = q \qquad \text{(I.15)}$$

donde se representa por q la densidad de carga libre, en vez de utilizar la letra ρ, según suele hacerse, para evitar confusiones con la resistividad.

A las ecuaciones anteriores hay que añadir otras tres, que definen las constantes características de los medios:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \qquad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \qquad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \qquad \text{(I.16)}$$

más las dos que ligan vectores básicos con la *polarización eléctrica* **P** y y con la *polarización magnética* o *imanación* **M**.

$$\mathbf{P} = \mathbf{D} - \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{H}. \qquad \text{(I.17)}$$

I.7 MEDIOS DIELECTRICOS

En un dieléctrico,

$$q = 0 \qquad \mathbf{J} = 0$$

(*) En rigor, las ecuaciones (I,15) son consecuencia de las (I,14).

por lo que el sistema de las (I.14) y (I.15) se reduce a

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \qquad \text{(I.18)}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

Entonces, si en

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

se toma el rotacional de ambos miembros, teniendo en cuenta las ecuaciones anteriores, y la conocida relación (válida sólo en coordenadas cartesianas),

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{C} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{C} - \nabla^2 \mathbf{C} \qquad \text{(I.19)}$$

resulta

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{(I.20)}$$

Análogamente se deduce la ecuación

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{(I.21)}$$

Si en la segunda de las (I.18) se sustituyen la (I.3) y (I.5) se obtiene

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial U}{\partial t} \right) \qquad \text{(I.22)}$$

Dada la generalidad con que quedan definidos los potenciales **A** y U por medio de las (I.3) y (I.5), no hay inconveniente en añadir la condición suplementaria, llamada *de Lorentz*,

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \qquad \text{(I.23)}$$

con lo que la (I,22) toma la forma

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = 0 \qquad \text{(I.24)}$$

análoga a las (I.20) y (I.21). Puede probarse que la misma ecuación es satisfecha por los potenciales U^*, $\mathbf{A}^*$, π y π^*, si se añade la nueva condición de Lorentz

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^* + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 U^*}{\partial t} = 0. \qquad \text{(I.25)}$$

La ecuación (I.20) y sus análogos para las otras magnitudes pertenecen, como es sabido, al tipo denominado *ecuación de ondas*, una de cuyas soluciones más importantes (aunque no la más general) es

$$\Gamma = \Gamma_0 \, e^{-i(\omega t - az)} \tag{I.26}$$

donde Γ es cualquiera de las magnitudes $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$, U, U^*, etc.

Dicha solución representa una perturbación que varía sinusoidalmente en el tiempo con la frecuencia $\nu = \omega/2\pi$ y se propaga a lo largo del eje z con velocidad de fase

$$v = \frac{\omega}{a} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \tag{I.27}$$

Cuando el dieléctrico es el vacío, las constantes son ε_0 y μ_0 y $v = c$, velocidad de la luz, según es de todos sabido.

En lo anterior todas las ecuaciones son homogéneas, por haberse supuesto implícitamente que no existían fuentes en el dieléctrico.

I.8 MEDIOS CONDUCTORES

Si se considera ahora un medio conductor homogéneo e isótropo, exento de cargas libres y otras fuentes, las ecuaciones de Maxwell pueden escribirse en la forma

$q = 0$

$\vec{J} = \sigma \vec{E}$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{I.28}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \tag{I.29}$$

Tomando el rotacional de la primera de estas ecuaciones y teniendo en cuenta la segunda, resulta

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \tag{I.30}$$

Aplicando la misma operación a la segunda ecuación y utilizando la primera, se obtiene análogamente

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0 \tag{I.31}$$

Si en la segunda de las (I.28) se sustituyen las (I.3) y (I.5) resulta

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \sigma\mu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial^2 t} = \nabla \left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \sigma\mu\, U + \varepsilon\mu \frac{\partial U}{\partial t} \right)$$

Si se eligen los potenciales U y $\mathbf{A}$ de modo que cumplan la condición de Lorentz (más general que la considerada en el apartado anterior)

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \sigma\mu\, U + \varepsilon\mu \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \qquad \text{(I.32)}$$

se tiene

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \sigma\mu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = 0 \qquad \text{(I.33)}$$

Puede demostrarse que los potenciales U^*, $\mathbf{A}^*$, π y π^* satisfacen esta misma ecuación, que es la llamada *ecuación del telégrafo o de los telegrafistas,* aunque a veces se le denomina, impropiamente, ecuación de ondas. La condición de Lorentz para U^* y $\mathbf{A}^*$ es, en este caso, la misma (I.25) del apartado anterior.

Si en las ecuaciones (I.32), (I.33), y sus análogas para los demás potenciales, se hace $\sigma = 0$, se obtienen las ecuaciones para medios dieléctricos consideradas en el apartado I.7.

I.9 CAMPOS SINUSOIDALES

En la mayoría de los métodos de prospección eléctrica por campo variable, la intensidad de las fuentes varía sinusoidalmente con el tiempo, y lo mismo ocurre a los diversos vectores electromagnéticos y a los potenciales. En estas condiciones, los campos eléctrico y magnético, por ejemplo, pueden escribirse en la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) &= \mathbf{E}_0\, e^{-i\omega t} = \mathbf{E}_0 (\cos \omega t - i \operatorname{sen} \omega t) \\ \mathbf{B}(t) &= \mathbf{B}_0\, e^{-i\omega t} \doteq \mathbf{B}_0 (\cos \omega t - i \operatorname{sen} \omega t) \end{aligned} \qquad \text{(I.34)}$$

y lo mismo ocurre con las demás variables, tomándose en cuenta sólo la parte real. La razón de utilizar la forma exponencial en vez de la puramente trigonométrica es la comodidad que ello representa para el cálculo.

Conviene advertir que algunos autores dan signo positivo al exponente, es decir, escriben $e^{i\omega t}$ en vez de $e^{-i\omega t}$, lo que hace que algunos términos de las fórmulas tomen signos opuestos en uno y en otro caso. Tal circunstancia ha de tenerse muy en cuenta al cotejar unos textos con otros en evitación de confusiones y errores. Entre los autores que emplean el signo negativo figuran Stratton, Van'yan, Ward, Zaborovskiy y otros, mientras que Wait, Grant y West y Keller (no siempre) usan el signo positivo.

Naturalmente, no existe ninguna razón objetiva para dar preferencia a uno u otro signo, por lo que la elección entre ellos es arbitraria, pero debe mantenerse una vez decidida.

La sustitución de las (I.34) en las dos ecuaciones de Maxwell (I.14), transforma a estas en las

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\,\omega\,\mathbf{B} = i\,\omega\,\mu\,\mathbf{H}$$
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} - i\,\omega\,\varepsilon\,\mathbf{E} = (\sigma - i\,\omega\,\varepsilon)\,\mathbf{E} \qquad \text{(I.14 a)}$$

También las expresiones que dan los vectores electromagnéticos en función de los potenciales toman formas particulares cuando éstas varían sinusoidalmente con el tiempo. Mediante sencillos cálculos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{E} = -\nabla U + i\omega\mathbf{A} \qquad \text{(I.5 a)}$$
$$\mathbf{H} = -\nabla U^* + i\omega\mathbf{A}^* \qquad \text{(I.7 a)}$$
$$\mathbf{H} = -\nabla U^* + i\omega\mathbf{A}^* - \frac{\sigma}{\varepsilon}\mathbf{A}^* \qquad \text{(I.8 a)}$$
$$\mathbf{A} = -i\omega\varepsilon\mu\pi + \mu\sigma\pi = \frac{\gamma^2}{i\omega}\pi \qquad \text{(I.10 a)}$$
$$\mathbf{E} = \nabla\nabla\cdot\pi + \omega\mu(\omega\varepsilon + i\sigma)\pi = \nabla\nabla\cdot\pi + \gamma^2\pi$$
$$\mathbf{B} = -i\omega\mu\varepsilon\nabla\times\pi + \mu\sigma\nabla\times\pi = \frac{\gamma^2}{i\omega}\nabla\times\pi \qquad \text{(I.11 a)}$$
$$\mathbf{A}^* = -i\omega\mu\varepsilon\,\pi$$
$$\mathbf{D} = i\omega\mu\varepsilon\nabla\times\pi^* \qquad \text{(I.12 a)}$$
$$\mathbf{H} = \nabla\nabla\cdot\pi^* + \omega\mu(\varepsilon\omega + i\sigma)\pi^* = \nabla\nabla\cdot\pi^* + \gamma^2\pi^* \qquad \text{(I.13 a)}$$

donde los números de las ecuaciones son los mismos del apartado (I.5). En algunas de ellas se ha puesto, para simplificar,

$$\gamma^2 = \omega\mu(\omega\varepsilon + i\sigma) \qquad \text{(I.35)}$$

En cuanto a la ecuación del telégrafo, al efectuar la sustitución (I.34) en la del vector **E**, se obtiene

$$\nabla^2\mathbf{E} + \omega^2\varepsilon\mu\,\mathbf{E} + i\omega\mu\sigma\,\mathbf{E} = 0 \qquad \text{(I.36)}$$

o sea

$$\nabla^2\mathbf{E} + \gamma^2\mathbf{E} = 0 \qquad \text{(I.37)}$$

Para las demás magnitudes electromagnéticas se obtienen fórmulas análogas, como por ejemplo

$$\nabla^2\mathbf{B} + \gamma^2\mathbf{B} = 0 \qquad \text{(I.38)}$$
$$\nabla^2\mathbf{A} + \gamma^2\mathbf{A} = 0 \qquad \text{(I.39)}$$
$$\nabla^2\pi + \gamma^2\pi = 0 \qquad \text{(I.40)}$$

I.10 LA CONSTANTE DE PROPAGACION

La magnitud γ definida por la (I.35) recibe los nombres de *constante de propagación* y de *número de ondas (por radián)* y tiene gran importancia en la teoría de los métodos de prospección por campos variables. En los de corriente continua, tan sólo tenía interés, como parámetro representativo de las características de cada roca, su resistividad ρ, mientras que en los de campo variable influyen además ε, μ y ω combinados en el parámetro γ, función de todos ellos. (*)

Debe tenerse en cuenta que, a pesar de su nombre, γ no es constante para cada medio, puesto que depende de la frecuencia. La magnitud γ es, desde el punto de vista dimensional, homogénea con la inversa de una longitud, como es fácil comprobar. Como cantidad compleja, puede descomponerse en sus partes real e imaginaria

$$\gamma = a + bi \tag{I.41}$$

que por ser

$$\gamma^2 = (a^2 - b^2) + 2\,abi$$

habrán de cumplir las condiciones

$$a^2 - b^2 = \varepsilon\,\mu\,\omega^2$$
$$2\,ab = \mu\omega\sigma.$$

Resolviendo este sistema se obtienen las igualdades

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\omega\,\mu)^{1/2}\,[(\varepsilon^2\,\omega^2 + \sigma^2)^{1/2} + \varepsilon\,\omega]^{1/2} \\ b &= \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\omega\,\mu)^{1/2}\,[(\varepsilon^2\,\omega^2 + \sigma^2)^{1/2} - \varepsilon\,\omega]^{1/2} \end{aligned}\right\} \tag{I.42}$$

donde *a* y *b* suelen recibir respectivamente los nombres de *constante de fase y constante de atenuación*, los cuales quedarán justificados más abajo.

Las expresiones anteriores, de cálculo un tanto complicado, pueden transformarse en

$$\left.\begin{aligned} a &= \omega\,(\mu\,\varepsilon)^{1/2}\left[\frac{1}{2}\,[(1 + h^2)^{1/2} + 1]\right]^{1/2} \\ b &= \omega\,(\mu\,\varepsilon)^{1/2}\left[\frac{}{2}\,[(1 + h^2)^{1/2} - 1]\right]^{1/2} \end{aligned}\right\} \tag{I.42 bis}$$

(*) Véase el Apéndice 2, sobre los diversos modos de definir γ.

donde

$$h = \frac{\sigma}{\varepsilon\omega}$$

que es denominada "tangente del ángulo de pérdidas".

Las expresiones

$$f(h) = \left[\frac{1}{2}\left[(1 + h^2)^{1/2} + 1\right]\right]^{1/2} = \text{Sh}\left(\frac{1}{2}\,\text{Sh}^{-1}\,h\right)$$
$$g(h) = \left[\frac{1}{2}\left[(1 + h^2)^{1/2} - 1\right]\right]^{1/2} = \text{Ch}\left(\frac{1}{2}\,\text{Sh}^{-1}\,h\right) \qquad \text{(I.43)}$$

han sido calculadas y tabuladas por Pierce. Una reproducción de estas tablas se encuentra en KING (1963). La figura I-2, representa la variación de ambas magnitudes a y b en función de ν para $\mu = \mu_0$ y $\varepsilon = 10\,\varepsilon_0$, para diversos valores de ρ.

Cuando el medio es el vacío,

$$\varepsilon = \varepsilon_0; \qquad \mu = \mu_0; \qquad \sigma = 0$$

y entonces

$$a = \omega\,(\varepsilon_0\,\mu_0)^{1/2} \qquad b = 0 \qquad \text{(I.44)}$$

o sea

$$\gamma = a = \omega\,(\varepsilon_0\,\mu_0)^{1/2} \qquad \text{(I.45)}$$

Pero, de acuerdo con lo dicho en el apartado 1.7 es

$$c = (\varepsilon_0\,\mu_0)^{-1/2}$$

y por tanto,

$$\gamma = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\,\nu}{\lambda\nu} = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \text{(I.46)}$$

donde ν y λ son, como de costumbre, la frecuencia y la longitud de onda. El parámetro γ representa pues, el número de ondas $1/\lambda$ por unidad de longitud, multiplicado por 2π, lo que justifica el nombre dado a esta constante, y mencionado más arriba, de número de ondas por radián.

I.11 APROXIMACION CASI ESTATICA

Conviene considerar los valores que toma la constante de propagación γ en diferentes rocas y a las frecuencias usuales en la prospección eléctrica.

Sea una roca con $\rho = 100\ \Omega\text{-m}$, o lo que es lo mismo, $\sigma = 10^{-2}\ \Omega^{-1}\ \text{m}^{-1}$, con constante dieléctrica de 75 pF/m y $\mu = \mu_0$. Estos últimos valores son normales para la mayoría de las rocas, según lo visto en el capítulo II de PGI. Se supone que la frecuencia ν del campo aplicado es de 500 Hz, a la que corresponde $\omega = 1000\ \pi$. Las fórmulas (I.42) dan

$$a = 4{,}44 \times 10^{-3}\ \text{m}^{-1}; \qquad b = 4{,}44 \times 10^{-3}\ \text{m}^{-1}$$

Si la roca es más conductora, $\sigma = 0{,}1\ \Omega^{-1}\ \text{m}^{-1}$ o sea $\rho = 10\ \Omega\text{m}$ y la frecuencia más baja, $\nu = 1$ Hz o lo que es igual, $\omega = 2\pi$, con los mismos valores para ε y μ se tiene

$$a = 6{,}29 \times 10^{-4}\ \text{m}^{-1}; \qquad b = 6{,}29 \times 10^{-4}\ \text{m}^{-1}.$$

Se observará que, dentro del número de cifras significativas calculadas, a y b son iguales entre sí, lo que se debe a la pequeñez del término $\omega\varepsilon$ frente a σ. Así, en el segundo ejemplo,

$$\sigma = 10^{-1}\ \Omega^{-1}\ \text{m}^{-1} \quad \text{y} \quad \omega\varepsilon = 4{,}71 \times 10^{-10}\ \Omega^{-1}\ \text{m}^{-1}$$

por lo que

$$\omega\varepsilon/\sigma = 4{,}71 \times 10^{-9}$$

Esta circunstancia se da en la mayoría de los casos, por lo que suele despreciarse el término $\omega\varepsilon$, con notable simplificación de los cálculos. Se tiene así la llamada aproximación *casi-estática* o *casi-estacionaria*, en la cual no se tienen en cuenta las corrientes de desplazamiento, que dependen de ε.

Al tomar $\varepsilon = 0$, las fórmulas (I.42) quedan simplificadas, pues se reducen a

$\omega\epsilon \ll \sigma$ ⇒

$$a = b = \left(\frac{\omega\mu\sigma}{2}\right)^{1/2} = \left(\frac{\omega\mu}{2\rho}\right)^{1/2} \tag{I.47}$$

por lo que se tiene

$$\gamma = (i\omega\mu\sigma)^{1/2} \tag{I.48}$$

La aproximación casi-estática no es válida en todos los casos, pues si la resistividad es muy grande y la frecuencia alta, dicha aproximación deja de ser satisfactoria. Por ejemplo, si se trata de una roca que, por su gran sequedad, presenta $10^5\ \Omega\text{m}$ de resistividad, con $\varepsilon = 50$ pF/m y la frecuencia aplicada es de $\nu = 1$ MHz la relación $\omega\varepsilon/\sigma$ vale $10\,\pi$. En este caso, las fórmulas (I.42) dan

$$a = 4{,}98 \times 10^{-2}\ \text{m}^{-1}; \qquad b = 7{,}92 \times 10^{-4}\ \text{m}^{-1}$$

siendo inaceptables los valores dados por la (I.47) que son

$$a = b \simeq 2 \times 10^{-2}\ \text{m}^{-1}$$

Véase también la fig. I-2.

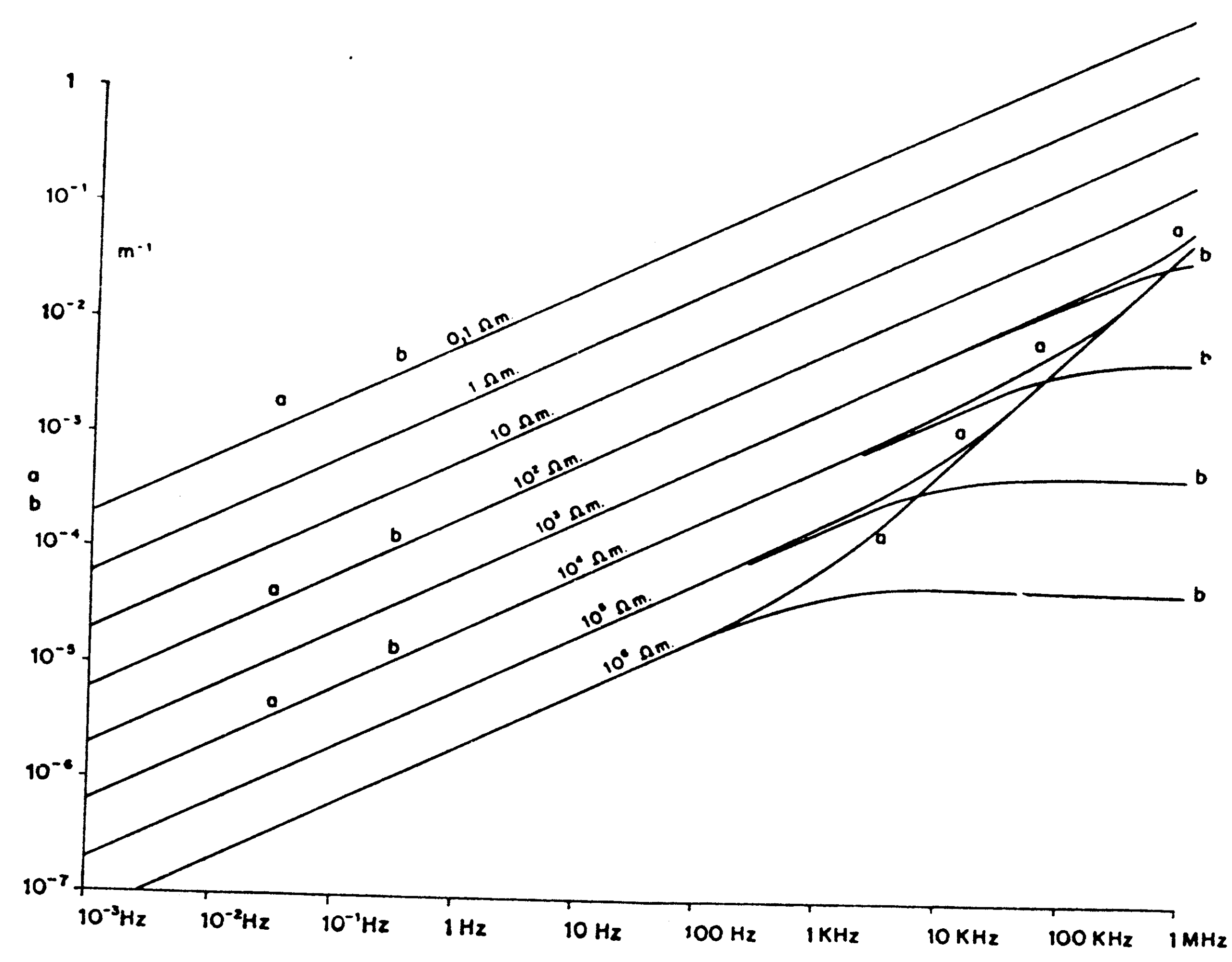


Fig. I-2. Valores de la constante de fase *a* y de la atenuación *b*, en función de la frecuencia, para $\epsilon = 10\,\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$ y las resistividades que se indican. Obsérvese como *a* y *b* coinciden (dominio de validez de la aproximación casi-estática) salvo para resistividades grandes o frecuencias elevadas. Nótese también cómo *b* tiende a un límite para altas frecuencias, el cual depende de la resistividad. El valor tomado para ϵ es próximo al de la mayoría de las rocas. Escalas logarítmicas.

I.12 PROPAGACION DE ONDAS EN MEDIOS CONDUCTORES

Una solución muy importante del campo electromagnético es la que corresponde a la propagación de éste en forma de ondas planas. Para producirlas, basta que la intensidad de la fuente varíe sinusoidalmente con el tiempo según un factor $e^{-i\omega t}$ y que su situación sea lo suficientemente lejana de la zona donde se realizan las mediciones para que las ondas puedan considerarse planas.

En tales condiciones será aplicable la ecuación

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \gamma^2 \mathbf{A} = 0 \qquad (I.39)$$

la cual, por ser vectorial, se descompone en las tres

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} + \gamma^2 A_x = 0 \\ \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} + \gamma^2 A_y = 0 \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \gamma^2 A_z = 0 \end{aligned} \tag{I.49}$$

si se toma el eje z según la dirección de propagación. Estas ecuaciones admiten las integrales

$$\begin{aligned} A_x = (L_1 e^{i\gamma z} + L_2 e^{-i\gamma z}) e^{-i\omega t} \\ A_y = (M_1 e^{i\gamma z} + M_2 e^{-i\gamma z}) e^{-i\omega t} \\ A_z = (N_1 e^{i\gamma z} + N_2 e^{-i\gamma z}) e^{-i\omega t} \end{aligned} \tag{I.50}$$

donde L_1, L_2, M_i, etc., son coeficientes cuyo valor habrá que determinar en cada caso. Por lo pronto, L_2, M_2, N_2 habrán de ser nulos, puesto que por ser $\gamma = a + bi$ será $-i\gamma z = bz - azi$ y el potencial tendría límite infinito para $z \to \infty$. Resulta, pues,

$$\begin{aligned} A_x = L_1 e^{i(az-\omega t)} e^{-bz} = L_1 e^{i\gamma z} e^{-i\omega t} \\ A_y = M_1 e^{i(az-\omega t)} e^{-bz} = M_1 e^{i\gamma z} e^{-i\omega t} \\ A_z = N_1 e^{i(az-\omega t)} e^{-bz} = N_1 e^{i\gamma z} e^{-i\omega t} \end{aligned} \tag{I.51}$$

De estas ecuaciones pueden deducirse los valores de los vectores electromagnéticos, en cada punto y momento, por medio de las (I.3) y (I.5). Sin embargo, resulta más cómodo y sencillo efectuar el análisis de las relaciones de fase y velocidad directamente sobre el potencial vector **A**, ya que los resultados obtenidos pueden extenderse a los vectores electromagnéticos sin más que aplicar las citadas ecuaciones.

De las (I.51) se deduce que éstas representan un fenómeno ondulatorio, de frecuencia angular ω y cuya amplitud decrece exponencialmente con la distancia z a través del factor b, cuyo nombre de constante de atenuación queda así justificado. Los medios conductores son, pues, *disipativos.*

La velocidad de fase puede determinarse fácilmente teniendo en cuenta que, en el punto de abscisa z, y en el instante t, la fase viene expresada por $az - \omega t$. En un punto próximo al primero, de abcisa $z + \Delta z$ y en el momento $t + \Delta t$, la fase será

$$a(z + \Delta z) - \omega(t + \Delta t).$$

Ambas fases serán iguales si

$$az - \omega t = a(z + \Delta z) - \omega(t + \Delta t)$$

o sea si

$$a\Delta z = \omega \Delta t.$$

Por lo tanto, la velocidad de fase v valdrá

$$v = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega}{a} \qquad \text{(I.52)}$$

y sustituyendo en esta ecuación a por su valor según la (I.42) resulta

$$v = \sqrt{2}\left(\frac{\omega}{\mu}\right)^{1/2}[(\varepsilon^2\omega^2 + \sigma^2)^{1/2} + \omega\varepsilon]^{-1/2} \qquad \text{(I.52a)}$$

que puede escribirse

$$v = \sqrt{2}\,(\varepsilon\mu)^{-1/2}\left[\left(1 + \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2\omega^2}\right)^{1/2} + 1\right]^{-1/2} = (\varepsilon\mu)^{-1/2} f(h)^{-1}. \qquad \text{(I.53)}$$

Dada su importancia, conviene analizar esta ecuación con algún detalle. En primer lugar, se deduce que las ondas electromagnéticas, al propagarse a través de medios conductores, sufren dispersión esto es, que su velocidad depende de la frecuencia. La velocidad, que es nula (no hay ondas) para $\omega = 0$ crece con esta, y tiende al límite

$$\lim_{\omega \to \infty} v = (\varepsilon\mu)^{-1/2}$$

que viene dado por una expresión semejante a la que corresponde a la velocidad de la luz, y coincide con ella si $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$. Por otra parte, la velocidad decrece con el aumento de la conductividad.

La expresión (I.52 a) puede simplificarse adoptando la aproximación casi-estacionaria (apartado I.11) o sea tomando $\varepsilon = 0$. Entonces

$$v = \sqrt{2}\left(\frac{\omega}{\mu}\right)^{1/2} \sigma^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{2\omega\rho}{\mu}\right)^{1/2} \qquad \text{(I.54)}$$

Según se vio en la primera parte de esta obra, para la inmensa mayoría de las rocas puede tomarse $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, valor que, sustituido en la ecuación anterior da

$$v = (10^7 \nu\rho)^{1/2} \qquad \text{(I.55)}$$

donde ν es la frecuencia en hertzios.

Para fijar ideas es conveniente aplicar esta fórmula a diferentes rocas y frecuencias. Para agua marina, con $\rho = 0{,}2$ Ω-m y frecuencia de 1 Hz, la velocidad de las ondas electromagnéticas es tan sólo de 1,4 Km/s, es decir, semejante a la de las ondas sonoras, pero para $\nu = 1$ MHz se alcanza 1.414 km/s. En arcillas de 10 Ω-m los valores respectivos son 10 km/s y 10^4 km/s. Si se pasa a rocas más resistivas, con $\rho = 100$ Ω-m

(arenas, margocalizas, etc.), la velocidad es de 31,6 km/s para 1 Hz y de 3,16 × 10^4 km/s para 1 MHz. A las rocas con $\rho = 10^3$ Ω-m (granito, caliza, etc.), corresponden velocidades de 100 km/s y de 10^5 km/s para 1 Hz y 1 MHz respectivamente.

En rocas aún más resistivas, la velocidad es mayor, pero si la frecuencia es grande, la fórmula (I.55) puede resultar inexacta, debiéndose utilizar la (I.53) junto con la (I.43). Así, para $\rho = 10^4$ Ω-m y $\nu =$ MHz con $\varepsilon = 75$ pF/m y $\mu = \mu_0$ se obtiene mediante estas últimas expresiones, $v = 8{,}76 \times 10^8$ m/s mientras que la (I.55) da un valor diferente.

Conviene retener, como resumen de lo dicho, que la propagación de las ondas electromagnéticas a través de las rocas se hace con velocidad tanto mayor cuanto más resistivas sean y más elevada sea la frecuencia aplicada (fig. I-3).

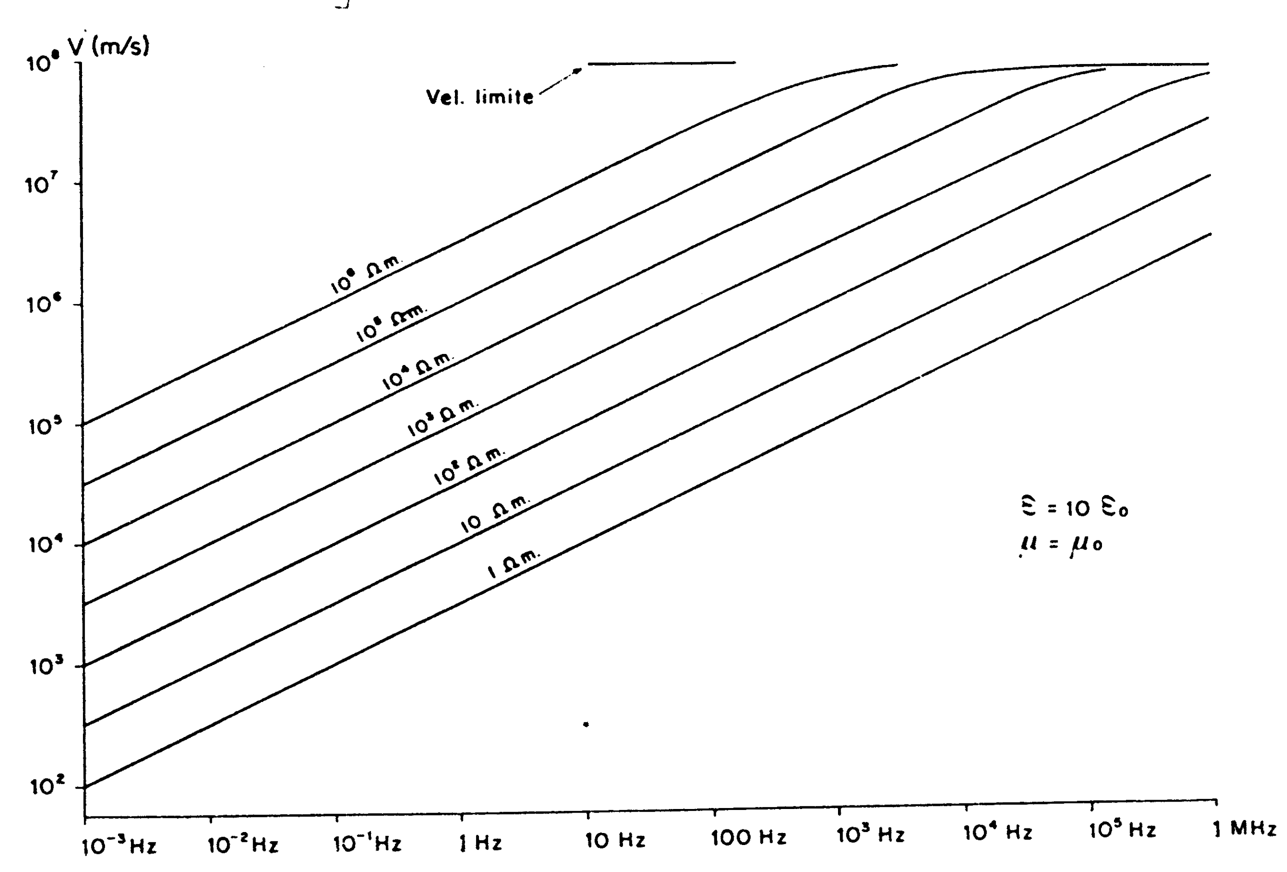


Fig. I-3. Valores de la velocidad de fase en medios de diferentes resistividades con $\epsilon = 10\,\epsilon_0$ y $\mu = \mu_0$ en función de la frecuencia. Se observa la presencia de una velocidad límite, que depende de ϵ y μ. La zona de variación lineal corresponde a la validez de la aproximación casi estática. Escalas logarítmicas.

Conocidas la frecuencia y la velocidad de las ondas, es elemental la determinación de la longitud de onda λ, ya que

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = (10^7 \rho\nu)^{1/2}\,\nu^{-1} = \left(\frac{10^7 \rho}{\nu}\right)^{1/2} = (10^7 \rho T)^{1/2} = 2\pi \left(\frac{2\rho}{\mu\omega}\right)^{1/2} \quad \text{(I.56)}$$

donde T es el período, dentro de la aproximación casi-estacionaria. Resulta de esta fórmula que la longitud de onda de las ondas electromagnéticas en medios conductores aumenta con la resistividad.

Aplicando la fórmula anterior a las rocas y frecuencias ya consideradas, se obtiene que en el agua marina ($\rho = 0{,}2$ Ω-m) la longitud de onda λ vale 1414 m para 1 Hz y sólo 1,41 m para 1 MHz. En las arcillas de $\rho = 10$ Ω-m los valores respectivos son $\lambda = 10$ km (1 Hz) y $\lambda = 10$ m (1 MHz); en las rocas de 100 Ω-m son 31,6 km y 31,6 m. Por último, para la resistividad de 10^3 Ω-m las longitudes de onda son 100 km (1 Hz) y 100 m (1 MHz).

I.13 EFECTO SUPERFICIAL O «SKIN»

~~La atenuación de las ondas electromagnéticas expresada por la parte imaginaria b de la constante de propagación, que depende de la frecuencia, es de gran importancia en prospección.~~

En relación con ello, se considerará aquí el caso más sencillo, que es el de una onda electromagnética que penetra verticalmente en un terreno homogéneo de resistividad ρ, basándose en lo establecido para ondas planas, en el apartado anterior. La condición de ser planas las ondas hace que las conclusiones obtenidas sólo sean rigurosamente válidas si la fuente está situada a gran altura sobre la superficie del terreno. Si se encontrara en ella, los resultados sólo serán exactos para profundidades grandes respecto del tamaño de la fuente.

De las ecuaciones (I.51) para el potencial vector pueden deducirse los valores de **B** y de **E**. El primero vendrá dado por

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \qquad \text{(I.3)}$$

que aplicada a las (I.51) dan

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = -i\gamma M_1 e^{i\gamma z} e^{-i\omega t} \qquad \text{(a)}$$

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = i\gamma L_1 e^{i\gamma z} e^{-i\omega t} \qquad \text{(b)} \qquad \text{(I.57)}$$

$$B_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = 0, \qquad \text{(c)}$$

las cuales expresan la perpendicularidad del vector **B** respecto de la dirección de propagación z y su decrecimiento con la distancia, de modo análogo al del potencial vector.

Para la determinación del campo eléctrico **E** puede procederse como sigue. **E** viene dado por la expresión

$$\mathbf{E} = -\nabla U - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \qquad \text{(I.5)}$$

en la que no se conoce el potencial escalar U, el cual habrá de variar con el tiempo según $U = U_0 e^{-i\omega t}$.

La condición de Lorentz

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \varepsilon\mu \frac{\partial U}{\partial t} + \sigma\mu U = 0 \qquad \text{(I.32)}$$

tomará, pues, la forma

$$\nabla \cdot \mathbf{A} - i\omega\mu\varepsilon U + \sigma\mu U = 0$$

o sea

$$U = \frac{\nabla \cdot \mathbf{A}}{\mu\,(i\omega\varepsilon - \sigma)}. \qquad \text{(I.58)}$$

Pero, según se deduce de las (I.51)

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = i\gamma\, N_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t}$$

por lo que

$$U = \frac{i\gamma\, N_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t}}{\mu\,(i\omega\varepsilon - \sigma)} \qquad \text{(I.59)}$$

cuyo denominador, multiplicado por $(-i\omega)$, es igual a γ^2 por lo que resulta

$$U = \frac{\omega}{\gamma} N_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t},$$

de modo que se tiene según la (I.5)

$$\mathbf{E} = -\nabla \left(\frac{\omega}{\gamma} N_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t} \right) + i\omega\mathbf{A}. \qquad \text{(I.60)}$$

De esta y de la (I,51) se deducen las componentes cartesianas

$$\begin{aligned} E_x &= i\omega L_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t} && \text{(a)} \\ E_y &= i\omega\, M_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t} && \text{(b)} \quad \text{(I.61)} \\ E_z &= 0 && \text{(c)} \end{aligned}$$

De las que se deduce que también el campo eléctrico es normal a la dirección de propagación. Además, el producto escalar $\mathbf{B} \cdot \mathbf{E} = 0$, lo que indica que ambos campos son perpendiculares entre sí.

Si se toma el eje x de modo que coincida con la dirección de **E**, se tendrá

$$|\mathbf{E}| = E_x = i\omega L_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t}$$

y la densidad de corriente **J** será

$$\mathbf{J} = \sigma\,\mathbf{E} = i\omega\sigma\, L_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t} = i\omega\sigma\, L_1\, e^{i(az-\omega t)}\, e^{-bz} \tag{I.62}$$

La densidad de corriente, según esta ecuación, varía del mismo modo que los vectores electromagnéticos, esto es, sinusoidalmente con el tiempo, y decrece exponencialmente con la profundidad. Tal decrecimiento depende del factor de atenuación b, que vale, dentro de la aproximación casi-estática,

$$b = \left(\frac{\omega\mu}{2\rho}\right)^{1/2} \tag{I.47}$$

[redacted] nulas. [redacted]).

Como la disminución de amplitud es gradual, no existe ninguna profundidad límite claramente determinada por debajo de la cual puedan considerarse nulos el campo y la corriente. Convencionalmente se denomina "penetración" ("Skin depth") a la profundidad δ a que dichas magnitudes quedan reducidas a $e^{-1} = 0{,}368$ de su valor en superficie. Ello ocurre, según la (I.62), cuando $bz = b\,\delta = 1$. Como casi siempre es $\mu = \mu_0$ puede tomarse en general

$$\delta = \frac{1}{b} = \left(\frac{\omega\mu}{2\rho}\right)^{-1/2} = \left(\frac{2\rho}{2\pi\nu\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}}\right)^{1/2} = \tag{I.63}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left(\frac{10^7\rho}{\nu}\right)^{1/2} = \frac{\lambda}{2\pi} = 503{,}3\left(\frac{\rho}{\nu}\right)^{1/2}$$

según las (I.47) y (I.56), dentro de la aproximación casi-estacionaria. Para que resalte el convencionalismo de su definición, se llamará aquí a δ *penetración nominal*. Esta, según la ecuación anterior, es igual a la longitud de onda dividida por 2π. A dicha profundidad, la fase va retrasada 180° respecto de la fase en superficie. Véase la fig. I-4.

Si los ejes x e y se toman según las direcciones respectivas de los vectores **E** y **B** (o **H**) [redacted]. Entonces se tendrá:

$$\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{E}} = \frac{B_y}{E_x} = \frac{\gamma}{\omega} = \frac{(i\omega\mu\sigma)^{1/2}}{\omega} = \left(\frac{\mu}{\omega\rho}\right)^{1/2} e^{i\pi/4}$$

[redacted]

PLANE ELECTROMAGNETIC WAVES IN MATERIAL MEDIA: ARE THEY TRANSVERSE WAVES?; American J. of Phys. Vol 48, Nº 10, 1980 -

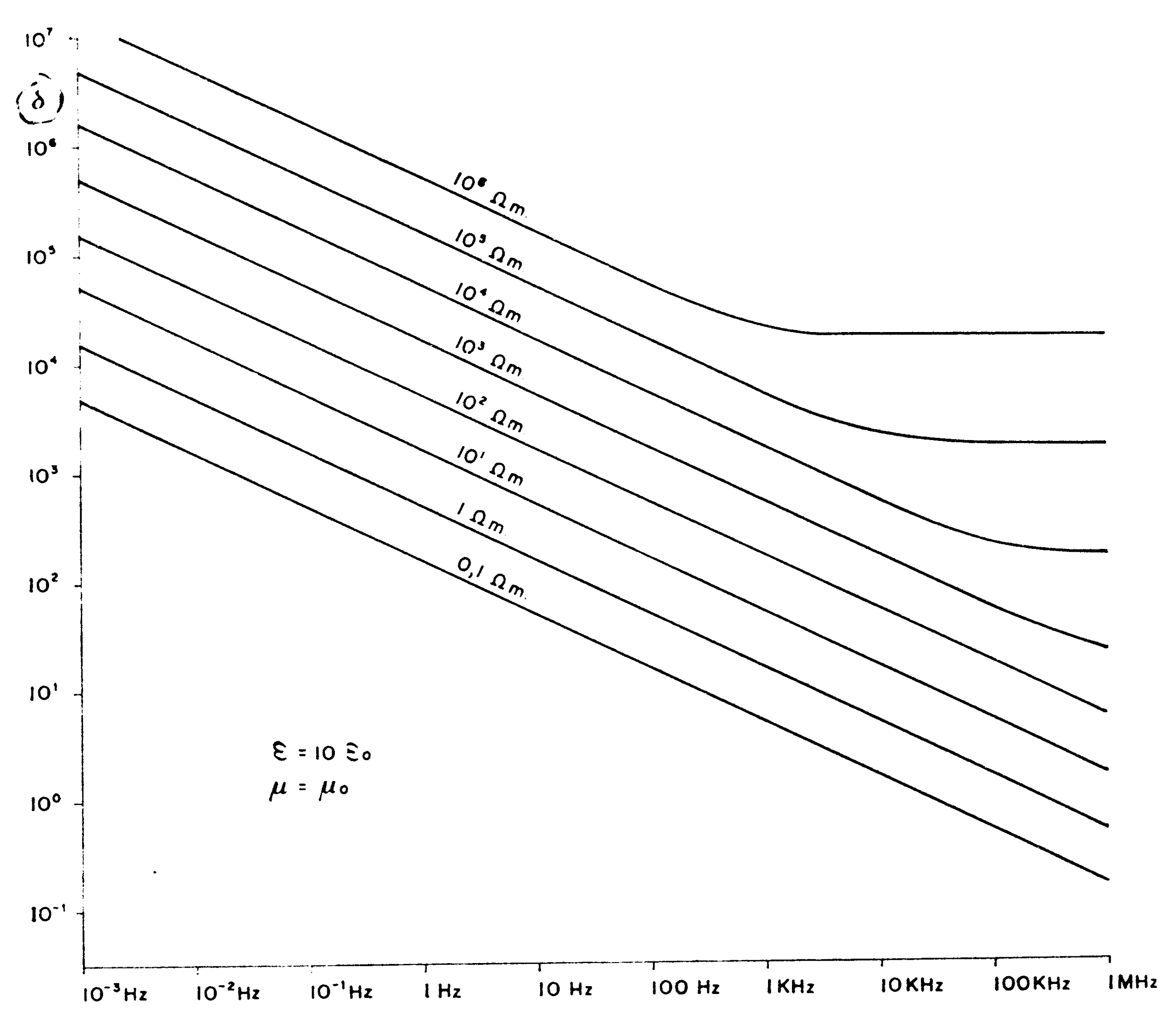


Fig. I-4. Penetración nominal δ en medios con $\epsilon = 10\,\epsilon_0$ y $\mu = \mu_0$, para diferentes resistividades, en función de la frecuencia, según la fórmula exacta. Los tramos rectos reflejan el campo de validez de la aproximación casi-estática. Los valores de δ son en m.

~~un conductor, el campo magnético va retrasado respecto del eléctrico en $\pi/4$ radianes, o sea en 45°. En el vacío no existe ningún desfase.~~ (†)

Estos resultados aclaran lo que ocurre cuando se efectúan SEV con corriente alterna, considerándola como continua. ~~En tal caso la distribución de la corriente no coincide con la calculada para $\omega = 0$; la diferencia será tanto mayor cuanto más elevada sea la frecuencia, y las curvas de resistividad aparente no coincidirán con las teóricas.~~

Por ejemplo, el autor ha obtenido, sobre formaciones arcillosas de pocos ohmios-metro y con frecuencias de algunas decenas de hertzios, curvas ascendentes que indicaban la presencia, a unos 100 m de profun-

didad, [redacted], [redacted].

Se deduce de aquí que, salvo en investigaciones someras sobre rocas muy resistivas y con frecuencias muy bajas, no debe emplearse corriente alterna en los métodos ideados para corriente continua. En este caso, la distribución de corrientes está regida por la ecuación de Laplace,

$$\nabla^2 \mathbf{E} = 0 \tag{I.64}$$

mientras que para la corriente alterna, dentro de la aproximación casi-estacionaria, debe cumplirse la

$$\nabla^2 \mathbf{E} + i\omega\mu\sigma\, \mathbf{E} = 0 \tag{I.65}$$

que resulta de la (I.36) con $\varepsilon = 0$. [redacted]

I.14 FUENTES

Hasta aquí se han considerado medios exentos de fuentes, por lo que las ecuaciones diferenciales (de ondas, del telégrafo, etc.), obtenidas para las diferentes magnitudes eran homogéneas. No ocurre lo mismo en las fuentes de potencial, que pueden ser de diferentes tipos, como los siguientes:

a) Acumulación de cargas eléctricas con densidad de volumen q.

b) Dipolos eléctricos de momento **P** por unidad de volumen (polarización).

c) Corriente eléctrica de densidad **J**.

d) Dipolos magnéticos de momento **M** por unidad de volumen (imanación).

Entonces, en los puntos ocupados por las fuentes se cumplen las ecuaciones (STRATTON, 1941; WARD, 1967):

$$\begin{aligned}
\nabla^2 U - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial U}{\partial t} &= -\frac{q}{\varepsilon} \\
\nabla^2 \mathbf{A} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} &= -\mu \mathbf{J} \\
\nabla^2 U^* - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 U^*}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial U^*}{\partial t} &= \nabla \cdot \mathbf{M} \\
\nabla^2 \mathbf{A}^* - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}^*}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{A}^*}{\partial t} &= -\mu\varepsilon \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}
\end{aligned} \tag{I.66}$$

$$\nabla^2 \pi - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} = - \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon}$$

$$\nabla^2 \pi^* - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \pi^*}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \pi^*}{\partial t} = - \mathbf{M}.$$

Los vectores **E** y **B** están sujetos a ecuaciones análogas

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = - \mu \nabla \times \mathbf{J}. \qquad \text{(I.67)}$$

Debe advertirse que las magnitudes que aparecen en los miembros de la derecha representan, por así decirlo, aportaciones exteriores, es decir, que, por ejemplo, la densidad de corriente **J** que aparece en ellas se refiere a la aplicada al sistema, y no incluye las corrientes que pueden producirse como resultado de ella, por inducción u otros fenómenos.

Si los campos varían sinusoidalmente con el tiempo, es decir, proporcionalmente a $e^{-i\omega t}$ las ecuaciones (I.66) se transforman en las

$$\nabla^2 U + \gamma^2 U = - \frac{q}{\varepsilon}$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \gamma^2 \mathbf{A} = - \mu \mathbf{J}$$

$$\nabla^2 U^* + \gamma^2 U^* = \nabla \cdot \mathbf{M} \qquad \text{(I.68)}$$

$$\nabla^2 \mathbf{A}^* + \gamma^2 \mathbf{A}^* = i\omega\varepsilon\mu \mathbf{M}$$

$$\nabla^2 \pi + \gamma^2 \pi = \frac{i\omega \mathbf{P}}{\sigma - i\varepsilon\omega}$$

$$\nabla^2 \pi^* + \gamma^2 \pi^* = - \mathbf{M}.$$

La penúltima de estas ecuaciones no se obtiene a partir de la penúltima de las (I.66), sino de la segunda de éstas y la (I.10). En todas las expresiones anteriores,

$$\gamma^2 = \omega\mu (\varepsilon\omega + i\sigma) \qquad \text{(I.37)}$$

Puede observarse que, en las ecuaciones no homogéneas anteriores, a cada potencial corresponde un tipo característico de fuente; así el potencial escalar U se debe a cargas eléctricas de densidad q. Parece, pues, que el vector de Hertz sólo tiene sentido en campos creados por una polarización **P**, y el de FitzGerald cuando la fuente es una imanación **M**. Sin embargo, no es así, porque una densidad de carga eléctrica q, equivale a una distribución de dipolos tal que

$$q = - \nabla \cdot \mathbf{P} \qquad \text{(I.69)}$$

mientras que una corriente eléctrica de densidad **J** es equivalente a dipolos eléctricos variables de momento **P** o a una imanación **M**, si se cumple que

$$-\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{M} \tag{I.70}$$

Estas equivalencias se deducen de que dos de las ecuaciones de Maxwell pueden plantearse en la forma

$$\begin{gathered}\nabla \times \mathbf{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{M} \right) \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} (q - \nabla \cdot \mathbf{P})\end{gathered} \tag{I.71}$$

que se establece del modo que se indica a continuación. De las ecuaciones (I.17) se obtiene

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$-\mathbf{H} = \mathbf{M} - \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}$$

que, sustituidas en la

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \tag{I.14}$$

dan

$$-\nabla \times \mathbf{M} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B}) = \frac{\partial (\mathbf{P} + \varepsilon_0 \mathbf{E})}{\partial t} + \mathbf{J}$$

de donde, por reordenación de términos y multiplicación por μ_0, resulta

$$\nabla \times \mathbf{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{M} \right)$$

Por otra parte, aplicando el operador divergencia a los dos miembros de

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \tag{I.17}$$

y teniendo en cuenta la segunda de las (I.15) se obtiene

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} (q - \nabla \cdot \mathbf{P})$$

con lo que quedan demostradas las (I.71).

I.15 INTEGRALES DE HELMHOLTZ. POTENCIALES RETARDADOS

En la inmensa mayoría de los casos, las fuentes ocupan volumen finito, y lo que interesa estudiar es el campo fuera de él. En tales circunstancias, las ecuaciones son homogéneas en todo el espacio considerado, salvo en el volumen ocupado por las fuentes, y los potenciales pueden calcularse mediante soluciones del tipo

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_V \frac{q}{R} \, d\tau \qquad \text{(I.72)}$$

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}}{R} \, d\tau \qquad \text{(I.73)}$$

donde R es la distancia del punto cuyo potencial se calcula a cada punto de la fuente, y $d\tau$ el elemento de volumen. La integral se extiende a todo el volumen ocupado por la fuente.

Ahora bien, las acciones electromagnéticas se propagan a través del espacio con velocidad finita, de modo que el estado electromagnético en un momento dado no depende del de la fuente en ese mismo instante, sino de otro anterior t' tal que $t' = t - \frac{R}{v}$ donde v es la velocidad de propagación. Por lo tanto, las ecuaciones anteriores deben escribirse

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_V \frac{[q]}{R} \, d\tau \qquad \text{(I.74)}$$

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{[\mathbf{J}]}{R} \, d\tau \qquad \text{(I.75)}$$

donde los corchetes indican que los valores de las magnitudes que caracterizan las fuentes han de tomarse en el instante t' y no en el t. Por esta causa, los potenciales definidos por las (I.74) y (I.75) se denominan *potenciales retardados*. Sin embargo, en muchos casos, pueden aplicarse directamente las ecuaciones (I.72) y (I.73). Esto ocurre cuando se considera el potencial en puntos cuya distancia R a la fuente es pequeña frente a la longitud de onda λ, ya que entonces puede despreciarse la diferencia $t - t'$.

En el caso, muy importante en Prospección, de fuentes y campos que varían armónicamente, esto es, sinusoidalmente con el tiempo, del modo indicado por las (I.34), el retraso del potencial puede expresarse introduciendo en la intensidad de la fuente, del mismo modo que en las (I.51), un factor exponencial

$$e^{i(\gamma R - \omega t)}$$

el cual incluye dicho retraso, pues según la (I.52)

$$i(\gamma R - \omega t) = i(a + bi) R - i\omega t = - bR - i(\omega t - aR) =$$
$$= - bR - i\omega \left(t - \frac{R}{v} \right)$$

Entonces, las ecuaciones (I.74) y (I.75) se convierten en

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \int_V q_0 \frac{e^{i(\gamma R - \omega t)}}{R} d\tau = \frac{e^{-i\omega t}}{4\pi\varepsilon} \int_V \frac{q_0 \, e^{i\gamma R}}{R} d\tau \qquad \text{(I.76)}$$

$$\mathbf{A} = \frac{\mu \, e^{-i\omega t}}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} \, e^{i\gamma R}}{R} d\tau. \qquad \text{(I.77)}$$

Estas se llaman *integrales de Helmholtz*. Para los demás potenciales existen otras análogas (WARD, 1967):

$$U^* = \frac{- e^{-i\omega t}}{4\pi} \int_V \nabla \cdot \mathbf{M} \frac{e^{i\gamma R}}{R} d\tau$$

$$A^* = \frac{i\omega\mu\varepsilon}{4\pi} e^{-i\omega t} \int_V \mathbf{M} \frac{e^{i\gamma R}}{R} d\tau$$

$$\pi = \frac{e^{-i\omega t}}{4\pi (\sigma - i\varepsilon\omega)} \int \mathbf{J} \frac{e^{i\gamma R}}{R} d\tau \qquad \text{(I.78)}$$

$$\pi^* = \frac{e^{-i\omega t}}{4\pi} \int_V \mathbf{M} \frac{e^{i\gamma R}}{R} d\tau$$

I.16 DISTANCIA EFECTIVA

En las fórmulas anteriores y en otras muchas, aparece frecuentemente el producto γR, magnitud adimensional, cuyo módulo, que se designará por ξ, es conveniente tomar como parámetro en muchos cálculos y representaciones gráficas.

Dentro de la aproximación casi estática, y suponiendo que $\mu = \mu_0$, lo que es válido en la inmensa mayoría de los casos, se tiene que

$$\xi = |\gamma R| = R \left(\frac{\omega\mu_0}{\rho} \right)^{1/2} = - i^{3/2} \gamma R \qquad \text{(I.79)}$$

Teniendo en cuenta la (I.54) y que $\lambda = v \, \nu^{-1}$ resulta que

$$\lambda = \left(\frac{2\omega\rho}{\mu_0} \right)^{1/2} \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \left(\frac{2\rho}{\omega\mu_0} \right)^{1/2}$$

y por lo tanto,

$$\frac{R}{\lambda} = \frac{R}{2\pi}\left(\frac{\omega\mu_0}{2\rho}\right)^{1/2} = \frac{R}{2\sqrt{2}\pi}\left(\frac{\omega\mu_0}{\rho}\right)^{1/2}$$

o sea que

$$\xi = 2\pi\sqrt{2}\frac{R}{\lambda} \qquad \text{(I.80)}$$

Se deduce de esta igualdad que el parámetro ξ representa, salvo un factor constante, la distancia R expresada en longitudes de onda. Por esta causa algunos autores lo denominan *distancia numérica,* aunque en esta obra será llamada *distancia efectiva,* ya que es ella, y no la geométrica, la que hay que tener en cuenta en muchos cálculos.

Sustituyendo ω y μ_0 por sus valores respectivos $2\pi\nu$ y $4\pi \times 10^{-7}$ resulta

$$\xi = R\left(\frac{2\pi\nu\, 4\pi \times 10^{-7}}{\rho}\right)^{1/2} = 2{,}81 \times 10^{-3}\left(\frac{\nu}{\rho}\right)^{1/2} R \qquad \text{(I.81)}$$

El parámetro ξ permite clasificar los puntos del espacio, según su distancia a la fuente, en dos zonas. La primera o *zona próxima,* es el lugar geométrico de los puntos para los que $\xi \ll 1$ mientras que la segunda o zona lejana está definida por la condición $\xi \gg 1$. Entre ambas queda una zona intermedia para la que $\xi \simeq 1$. Estas zonas tienen gran importancia en la descripción de los fenómenos electromagnéticos, según se verá más adelante. También se emplean las denominaciones *zona de inducción* y *zona de radiación* u *ondulatoria* para las próxima y lejana, respectivamente.

A veces se utiliza como unidad de distancia la penetración nominal δ definida por la (I.63). Entonces, en la aproximación casi-estática,

$$\delta = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{|\gamma|} = \left(\frac{2\rho}{\mu\omega}\right)^{1/2} \qquad \text{(I.82)}$$

Si llamamos ξ' a esta nueva distancia efectiva será

$$\xi' = \frac{R}{\delta} = R\left(\frac{2\rho}{\omega\mu}\right)^{-1/2} = \sqrt{2}\,\xi \qquad \text{(I.82 a)}$$

I.17 CONDUCTIVIDAD Y PERMITIVIDAD COMPLEJAS

En el caso de fuentes sinusoidales, la segunda ecuación de Maxwell toma, según se vio más arriba, la forma

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma - i\varepsilon\omega)\,\mathbf{E} \qquad \text{(I.14 a)}$$

Algunos autores encuentran cómodo considerar la expresión entre paréntesis del segundo miembro como una conductividad compleja, dependiente de la frecuencia.

$$\sigma' = (\sigma - i\omega\varepsilon) \qquad (I.83)$$

con lo que la citada ecuación de Maxwell, puede escribirse más simplemente

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma' \mathbf{E} \qquad (I.14\,b)$$

En los conductores muy buenos y a frecuencias no demasiado elevadas, puede tomarse sin error apreciable $\sigma' = \sigma$, lo que es equivalente a tomar la aproximación casi-estacionaria ya definida.

También se puede considerar una permitividad o constante dieléctrica complejas.

$$\varepsilon' = \varepsilon + i \frac{\sigma}{\omega} \qquad (I.84)$$

Entonces

$$\sigma - i\omega\varepsilon = - i\omega\varepsilon'$$

y la segunda ecuación de Maxwell adopta la expresión

$$\nabla \times \mathbf{H} = - i\omega\varepsilon' \mathbf{E} \qquad (I.14\,c)$$

En un dieléctrico perfecto, $\sigma = 0$ y $\varepsilon' = \varepsilon$; en los dieléctricos reales hay siempre alguna conductividad, por lo que se tiene

$$\varepsilon' = \varepsilon \left(1 + i \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \right) = \varepsilon (1 + ih) \qquad (I.85)$$

donde h es la tangente del ángulo de pérdidas ya definido (apartado I.10) y que también recibe el nombre de *factor de potencia.*

I.18 NOTA SOBRE COORDENADAS CILINDRICAS Y ESFERICAS

En muchos problemas de Prospección Geoeléctrica resulta ventajoso el empleo de coordenadas cilíndricas o esféricas, para las cuales no son válidas algunas de las ecuaciones consideradas en los apartados anteriores, debiéndose recurrir a otras más generales. En particular la relación vectorial

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{C} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{C} - \nabla^2 \mathbf{C} \qquad (I.19)$$

que se ha utilizado al deducir la ecuación de ondas, sólo es válida, como es sabido, en coordenadas cartesianas. En otros sistemas, el operador de Laplace ∇^2 habrá de ser sustituido por $\nabla \nabla \cdot - \nabla \times \nabla \times$

Así la ecuación del telégrafo habrá de escribirse

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{C} - \nabla \times \nabla \times \mathbf{C} - \varepsilon\mu \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} = 0 \qquad (1.86)$$

donde el vector **C** representa a **E**, **H**, π, etc. Si el campo varía sinusoidalmente con el tiempo, se tiene

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{C} - \nabla \times \nabla \times \mathbf{C} + \gamma^2 \mathbf{C} = 0 \qquad (I.87)$$

Las ecuaciones del apartado I.5, que expresan los potenciales electromagnéticos en función de los distintos tipos de potencial tienen carácter general, pues para su deducción no se ha utilizado la (I.19). La primera de las (I.11), sin embargo puede tomar forma más sencilla, ya que la (I.86) para el vector de Hertz,

$$\nabla \nabla \cdot \pi = \nabla \times \nabla \times \pi + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial \pi}{\partial t} = 0$$

sustituida en ella, da

$$\mathbf{E} = \nabla \times \nabla \times \pi \qquad (I.88)$$

De modo análogo, de la segunda de las (I.13) se obtiene

$$\mathbf{H} = \nabla \times \nabla \times \pi^* \qquad (I.89)$$

Conviene recordar que el operador de Laplace ∇^2 aplicado a un vector, da lugar a tres expresiones análogas, una para cada componente cartesiana del mismo, pero ello no es válido para los demás sistemas de coordenadas. En particular las conocidas expresiones para la ecuación de Laplace en cilíndricas o en esféricas solo se refieren a escalares.

I.19 CONDICIONES DE CONTORNO

En la primera parte de esta obra, se establecieron y utilizaron las condiciones que han de cumplir las magnitudes **E** y **J** en el límite entre dos medios isótropos diferentes.

Dichas condiciones eran

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 E'_{\perp} = \sigma_2 E''_{\perp} \\ E'_{\parallel} = E''_{\parallel} \end{array} \right. \qquad (I.90)$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_1 J'_{\parallel} = \rho_2 J''_{\parallel} \\ J'_{\perp} = J''_{\perp} \end{array} \right] \qquad (I.91)$$

donde los símbolos con un acento corresponden al medio de índice 1 y los que llevan dos, al índice 2.

[redacted] campo [redacted] (corriente continua) [redacted] del [redacted]

Las condiciones de contorno para la inducción eléctrica o desplazamiento **D**, son las siguientes

$$D'_{\parallel}\varepsilon_2 = D''_{\parallel}\varepsilon_1$$
$$D'_{\perp} - D''_{\perp} = d \qquad \text{(I.92)}$$

siendo d la densidad superficial de cargas eléctricas libres en la superficie límite. Si no existen cargas libres en ella hay continuidad en la componente normal de **D**.

El poder imanador **H** cumple las condiciones

$$H'_{\perp}\mu_1 = H''_{\perp}\mu_2$$
$$H'_{\parallel} - H''_{\parallel} = K$$

[redacted]

[redacted] o sea

$$K = \lim_{\substack{\Delta l \to 0 \\ J \to \infty}} J\,\Delta l \qquad \text{(I.94)}$$

Siendo Δl el espesor considerado sobre la superficie límite. [redacted] ($\rho = 0$). [redacted].

El campo magnético **B** presenta continuidad en sus componentes normales

$$\mathbf{B}'_{\perp} = B''_{\perp} \qquad \text{(I.95)}$$

mientras que las tangenciales obedecen a la ley

$$\mu_1 B''_{\parallel} - \mu_2 B'_{\parallel} = \mu_1 \mu_2 K \qquad \text{(I.96)}$$

donde K tiene el mismo significado que anteriormente.

[redacted]

Los potenciales escalares U y U^* son continuos en las superficies límites si en ellas no existen fuentes. Las componentes normales de sus gradientes cumplen las condiciones

$$\varepsilon_2\left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_2 - \varepsilon_1\left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_1 = d$$

$$\sigma_1 \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)_1 = \sigma_2 \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)_2 \quad \text{(I.97)}$$

$$\mu_1 \left(\frac{\partial U^*}{\partial n} \right)_1 - \mu_2 \left(\frac{\partial U^*}{\partial n} \right)_2 = 0 \quad \text{(I.98)}$$

Se supone que el sentido del vector **n** va del medio 1 al 2.

Además, existe continuidad en las derivadas de cada potencial respecto del tiempo, de modo que se tiene

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_1 &= \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_2 \\ \left(\frac{\partial U^*}{\partial t} \right)_1 &= \left(\frac{\partial U^*}{\partial t} \right)_2 \end{aligned}\right\} \quad \text{(I.99)}$$

En cuanto a los potenciales vectoriales, sus condiciones de contorno resultan de las que deben cumplir los vectores fundamentales. Así, por ejemplo, para el potencial vector **A** ocurre que si no existe en la interfaz una densidad superficial de imanación,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \mathbf{A}_2 \\ \left(\frac{\partial A_{\shortparallel}}{\partial x} \right)_1 &= \left(\frac{\partial A_{\shortparallel}}{\partial x} \right)_2 \\ \left(\frac{\partial A_{\perp}}{\partial x} \right)_1 &= \left(\frac{\partial A_{\perp}}{\partial x} \right)_2 \\ \left(\frac{\partial A_{\shortparallel}}{\partial z_1} \right)_1 &= \left(\frac{\partial A_{\shortparallel}}{\partial z_2} \right)_2 \end{aligned} \quad \text{(I.100)}$$

donde x es una dirección cualquiera sobre la superficie límite, y z la normal a ella. Si sobre la superficie circulara una corriente de densidad superficial K, se tendría

$$\left(\frac{\partial A_{\shortparallel y}}{\partial z_1} \right)_1 - \left(\frac{\partial A_{\shortparallel y}}{\partial z_2} \right)_2 = \mu_0 K \quad \text{(I.101)}$$

en la que y es la dirección de la corriente superficial. Si esta no existiese, el segundo miembro se anularía, y puede ser entonces cualquier dirección sobre la superficie, y la ecuación resultante completa el sistema (I.100).

El potencial de Hertz π, en el caso de que las fuentes oscilan sinusoidalmente con frecuencia ω y ninguna de ellas se encuentra sobre la superficie límite, cumple las condiciones de contorno,

$$\gamma_1^2 \pi_1 = \gamma_2^2 \pi_2$$

$$\gamma_1^2 \left(\frac{\partial \pi_{1\,II}}{\partial z_1} \right)_1 = \gamma_2^2 \left(\frac{\partial \pi_{2\,II}}{\partial z_2} \right)_2 \qquad \text{(I.102)}$$

$$\nabla \cdot \pi_1 = \nabla \cdot \pi_2$$

exigidas por las de los vectores de campo.

I.20 CAMPO EN EL VACIO DE UNA CORRIENTE RECTILINEA

Uno de los tipos de fuente que se utilizan en los métodos electromagnéticos de prospección es un cable rectilíneo, con sus extremos puestos a tierra para cerrar el circuito. Esta y otras fuentes semejantes pueden considerarse como corrientes rectilíneas de longitud finita. Si la resistividad del terreno es muy elevada, el campo creado no diferirá apreciablemente del que se observaría en el vacío, el cual se calcula a continuación.

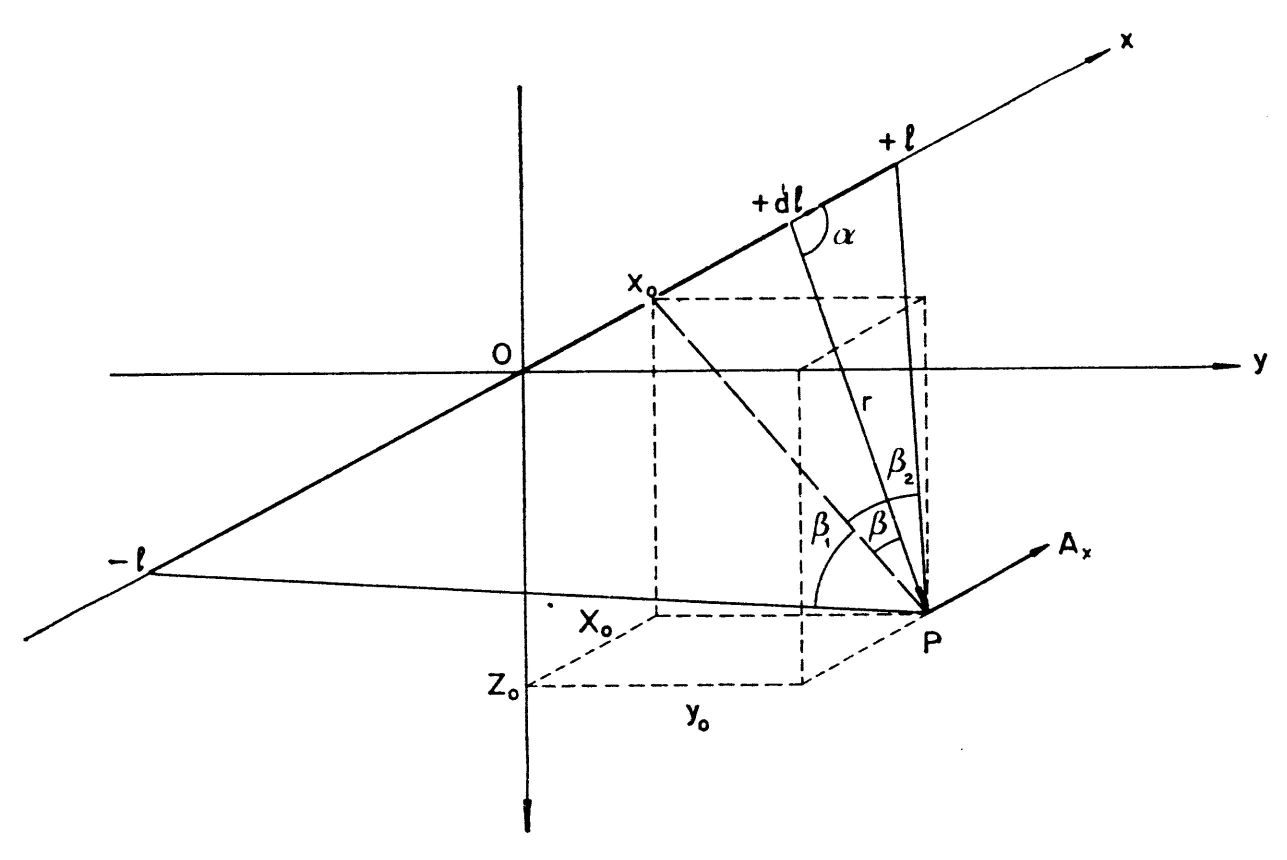


Fig. I-5. Cálculo del campo magnético producido por una corriente rectilínea en un punto cualquiera P de coordenadas x_0, y_0, z_0.

Sean $2l$ la longitud de la corriente, e I su intensidad. Se establece un sistema cartesiano de coordenadas con su eje x según la dirección de la

corriente, y su origen en el centro de ella (fig. I-5). De la expresión general

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}}{R} \, d\tau \tag{I.73}$$

se deduce que, en este caso, el potencial vector sólo tendrá la componente A_x, y que la contribución de un elemento de corriente de abscisa x y longitud dl es

$$d\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{J}}{R} \, d\tau = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l}}{R} \tag{I.103}$$

ya que por ser muy pequeña la sección transversal ds de la corriente, $\mathbf{J}$ puede considerarse constante, y $\mathbf{J}\, d\tau = \mathbf{J}\, ds \cdot dl = I\, d\mathbf{l}$.

Aplicando la (I.3) se obtiene

$$d\mathbf{B} = \nabla \times d\mathbf{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \nabla \frac{1}{R} \times dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^3} \tag{I.104}$$

que es la ley de Biot-Savart. Si es α el ángulo formado por el elemento de corriente Idl y el segmento de longitud r que une dicho elemento de corriente con el punto $P(x_0, y_0, z_0)$ donde se calcula el campo, y β el ángulo $\alpha - \pi/2$, se tendrá:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \cdot \operatorname{sen} \alpha}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \cdot \cos \beta}{r^2}$$

y por lo tanto, el campo total será, en valor absoluto,

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-l}^{l} \frac{\cos \beta}{r^2} \, dl$$

y por ser

$$r = \frac{x - x_0}{\operatorname{sen} \beta}; \qquad x - x_0 = (y_0^2 + z_0^2)^{1/2} \operatorname{tg} \beta$$

$$dl = d(x - x_0) = (y_0^2 + z_0^2)^{1/2} \frac{d\beta}{\cos^2 \beta}$$

resulta

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} (y_0^2 + z_0^2)^{-1/2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos \beta \, d\beta =$$

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} (y_0^2 + z_0^2)^{-1/2} (\operatorname{sen} \beta_2 - \operatorname{sen} \beta_1) \tag{I.105}$$

Esta igualdad expresa el valor absoluto del campo **B** en función de los ángulos bajo los cuales se ven los extremos de la corriente desde el punto de observación. Se tiene que

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \beta_2 &= \frac{l - x_0}{[(l - x_0)^2 + y_0^2 + z_0^2]^{1/2}} \\ \operatorname{sen} \beta_1 &= \frac{-(l + x_0)}{[(l + x_0)^2 + y_0^2 + z_0^2]^{1/2}} \end{aligned} \tag{I.106}$$

y por lo tanto,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} (y_0^2 + z_0^2)^{-1/2} \left[\frac{1}{\left[1 + \frac{y_0^2 + z_0^2}{(l - x_0)^2}\right]^{1/2}} + \frac{1}{\left[1 + \frac{y_0^2 + z_0^2}{(l + x_0)^2}\right]^{1/2}} \right] \tag{I.107}$$

La dirección de **B** es normal a la de la corriente, o sea al eje x; se encuentra, pues, en el plano yz según se deduce de la (I.104) y sus componentes serán

$$\begin{aligned} B_x &= 0 \\ B_y &= B \frac{z_0}{(y_0^2 + z_0^2)^{1/2}} \\ B_z &= B \frac{y_0}{(y_0^2 + z_0^2)^{1/2}} \end{aligned} \tag{I.108}$$

que, cuando la longitud de la corriente es infinita ($l \to \infty$) toman los valores, deducidos de (I.107)

$$\begin{aligned} B_x &= 0 \\ B_y &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{z_0}{(y_0^2 + z_0^2)} \\ B_z &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{y_0}{(y_0^2 + z_0^2)} \end{aligned} \tag{I.109}$$

Estos resultados sólo son válidos, en rigor, para corriente continua, pues se han obtenido a partir de la (I.73) y no de la fórmula (I.75) de los potenciales retardados.

No obstante, si la frecuencia es baja, puede suponerse, sin error apreciable, que el campo **B** sigue sin retraso las variaciones de intensidad de la corriente primaria, siempre que la distancia del punto de observación a la fuente sea pequeña respecto de la longitud de onda.

Por otra parte, si la corriente rectilínea está materializada, como suele ocurrir, por un cable de varios km de longitud, ni el potencial ni la in-

tensidad estarán en fase en todo él sino que la fase variará gradualmente con la distancia. Puede admitirse, sin embargo, cuando se trabaja cerca de la zona central del cable, que la longitud de éste sobre la cual la corriente está prácticamente en fase con el generador, es suficiente para crear todo el campo observado, pudiéndose despreciar, por su alejamiento, el efecto de las partes donde el desfase es grande.

En resumen, las fórmulas incluidas en este apartado pueden considerarse como exactas para los usos prácticos, dentro de las limitaciones de baja frecuencia y de distancia al cable pequeña respecto de la longitud de onda.

Para ciertas aplicaciones, es preferible el empleo de fórmulas algo más rigurosas, aunque con la limitación de no tener en cuenta el desfase a lo largo del cable, cuya longitud se supone indefinida. Tales fórmulas se deducen a continuación, siguiendo a Ward. Este autor (WARD, 1967) utiliza el potencial de Hertz, que estará dirigido según el eje x; partiendo de la tercera de las (I.78) se obtiene para el vacío

$$(\sigma = 0;\ \varepsilon = \varepsilon_0;\ \mu = \mu_0);\ \gamma = \gamma_0 = \omega\,(\varepsilon_0\,\mu_0)^{1/2}$$

$$\pi_x = \frac{i\,e^{-i\omega t}}{4\pi\omega\varepsilon_0}\int_V \mathbf{J}\,\frac{e^{i\gamma_0 R}}{R}\,d\tau \qquad \text{(I.110)}$$

que, transformando la integral de volumen en otra de línea, como anteriormente, da

$$\pi_x = \frac{i\,I\,e^{-i\omega t}}{4\pi\omega\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\gamma_0 R}}{R}\,dx \qquad \text{(I.111)}$$

Si se emplea el mismo sistema de coordenadas anterior, pero con $x_0 = 0$ (ya que el cable es infinito) se tiene

$$R^2 = x^2 + y_0^2 + z_0^2 = x^2 + r^2$$

con $r^2 = y_0^2 + z_0^2$. De aquí se deduce que

$$dx = \frac{RdR}{x} = \frac{RdR}{(R^2 - r^2)^{1/2}} = \frac{RdR}{r\left(\frac{R^2}{r^2} - 1\right)^{1/2}}$$

y poniendo $R = ur$, con su consecuencia

$$dR = r\,du$$

la integral que aparece en la (I.111) se transforma según se indica

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\gamma_0 R}}{R}\,dx = 2\int_0^{\infty} \frac{e^{i\gamma_0 R}}{R}\,dx = \int_{R=r}^{\infty} \frac{e^{i\gamma_0 R}}{R}\,\frac{RdR}{r\left(\frac{R^2}{r^2} - 1\right)^{1/2}} =$$

$$= 2 \int_1^\infty \frac{e^{i\gamma_0 r u}}{(u^2 - 1)^{1/2}} du. \tag{I.112}$$

La última integral corresponde a un tipo estudiado por Schläfli (WATSON, 1966, apartado 6.3) y vale

$$\int_1^\infty \frac{e^{i\gamma_0 r u}}{(u^2 - 1)^{1/2}} du = K_0(-i\,\gamma_0\, r) \tag{I.113}$$

donde K_0 simboliza, como de costumbre, la función de Bessel modificada de orden cero.

Por consiguiente, sustituyendo en la (I.111) se obtiene la expresión del potencial vector buscado:

$$\pi_x = -\frac{i\,I\,e^{-i\omega t}}{2\pi\omega\varepsilon_0} K_0[-i\,\gamma_0\,(y_0^2 + z_0^2)^{1/2}] \tag{I.114}$$

a partir de la cual pueden determinarse los valores de **B** y de **E** por aplicación de las ecuaciones (I.11 a; pág. 37) con el resultado

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} e^{-i\omega t} \left(\frac{\partial K_0(-i\,\gamma_0\, r)}{\partial z} \mathbf{j} - \frac{\partial K_0(-i\,\gamma_0\, r)}{\partial y} \mathbf{k} \right) =$$

$$= \frac{i\,\gamma_0\,\mu_0}{2\pi\, r} I\, e^{-i\omega t} K_1(-i\,\gamma_0\, r)(z_0\,\mathbf{j} + y_0\,\mathbf{k}) \tag{I.115}$$

donde se ha utilizado la conocida propiedad de las funciones de Bessel

$$K_0'(x) = -K_1(x) \tag{I.116}$$

y r representa, en virtud de su definición, la distancia del punto de observación a la corriente. En cuanto a **E**, según la primera de las (I.11 a) valdrá

$$\mathbf{E} = \omega^2 \mu_0\, \varepsilon_0\, \boldsymbol{\pi}$$

que sólo tendrá la componente

$$E_x = \frac{i\omega\mu_0}{2\pi} I\, e^{-i\omega t} K_0(-i\,\gamma_0\, r). \tag{I.117}$$

I.21 CAMPO EN EL VACIO DE UNA BOBINA O DIPOLO MAGNETICO OSCILANTE

Otro tipo de fuente muy utilizada en métodos prospectivos de campo variable, es el constituido por una bobina plana, de cierto número de espiras y diámetro pequeño, recorrida por una intensidad alterna $I\,e^{-i\omega t}$.

El potencial vector **A** vendrá dado por la expresión

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0 \, e^{-i\omega t}}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J} \, e^{i\gamma_0 r}}{R} \, d\tau \tag{I.77}$$

Si la distancia efectiva $\xi = |\gamma R|$ es pequeña, es decir, si se considera el campo a distancias pequeñas respecto de la longitud de onda, puede suprimirse el factor exponencial que figura bajo la integral. Dada la simetría de la fuente, se utilizará un sistema de coordenadas cilíndricas (r, ψ, z) con su origen en el centro de la bobina y el eje z en coincidencia con el eje de ésta (fig. I-6). Si es a el radio de la bobina, P el punto cuyo

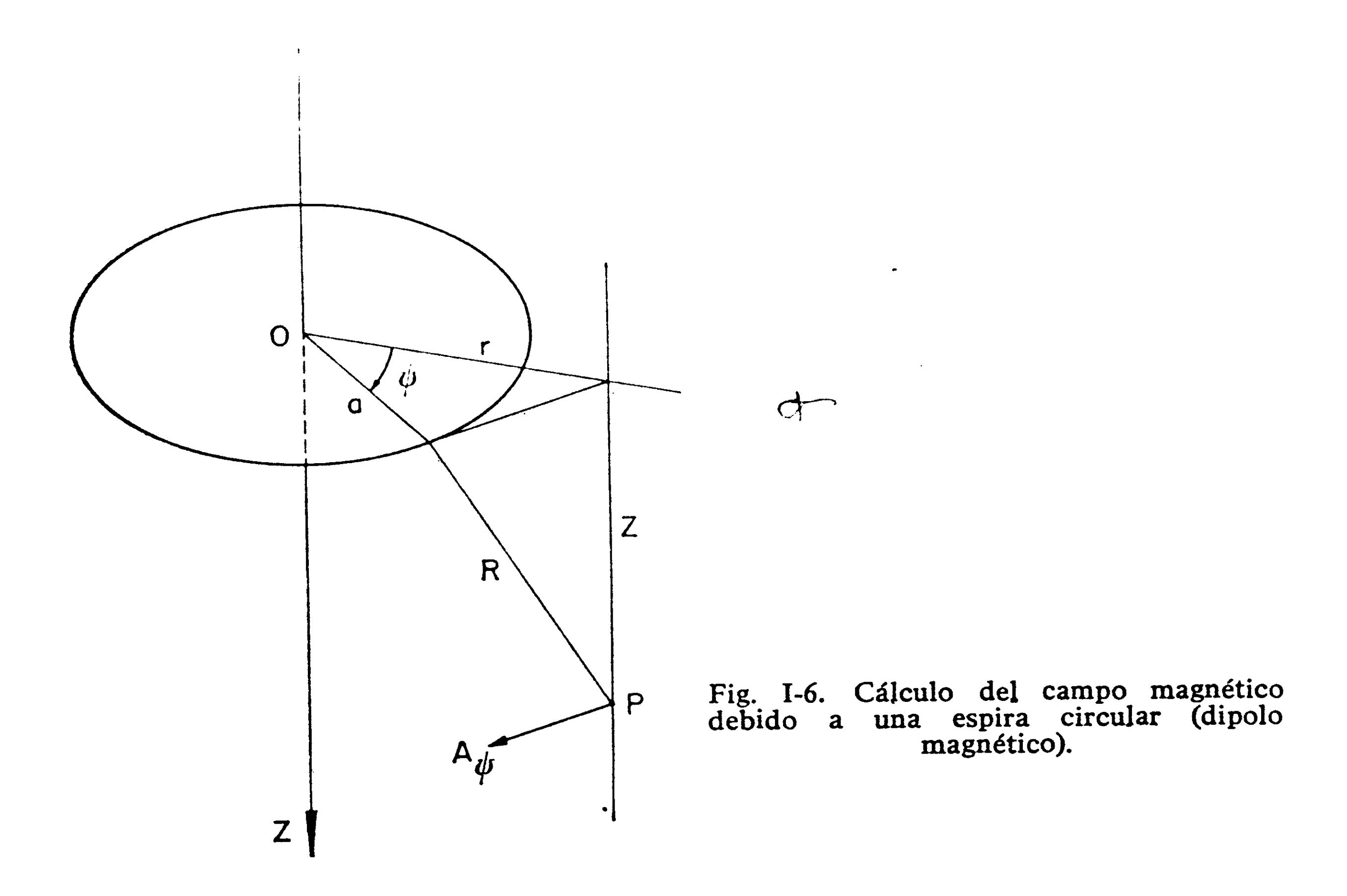


Fig. I-6. Cálculo del campo magnético debido a una espira circular (dipolo magnético).

potencial va a calcularse, y se toma como origen de azimutes el plano que pasa por el eje z y el punto P, la distancia que figura en la expresión anterior, y que representa la distancia de P a un punto cualquiera de la bobina valdrá

$$R = (z^2 + r^2 + a^2 - 2\,a\,r\cos\psi)^{1/2} \tag{I.118}$$

Conviene advertir que la sección s de la bobina se considera muy pequeña con relación a su radio. Por comodidad, suprimiremos en lo que sigue el factor $e^{-i\omega t}$.

Dada la geometría de la fuente, el potencial vector sólo tendrá como componente no nula la A_ψ que valdrá

$$A_\psi = \frac{\mu_0 I n}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a \cos \psi}{(z^2 + r^2 + a^2 - 2\, ar \cos \psi)^{1/2}} d\psi \qquad \text{(I.119)}$$

donde n es el número de espiras de la bobina.

Para llegar a esta expresión desde la (I.77) ha de tenerse en cuenta que el elemento de volumen es $d\tau = s\, a\, d\psi$, y que en un punto cualquiera de la bobina, para P fijo, $J_\psi = (In \cos \psi)/s$ por lo que

$$J_\psi \, d\tau = Ina \cos \psi \, d\psi \qquad \text{(I.120)}$$

Desarrollando en serie el denominador, se obtiene

$$A_\psi = \frac{\mu_0 I n}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a \cos \psi}{(z^2 + r^2)^{1/2}} \left[1 - \frac{a^2 - 2\, ar \cos \psi}{2\,(z^2 + r^2)^{1/2}} + \dots \right] d\psi$$

La integral del primer término es nula y, despreciando el tercero y los siguientes, resulta

$$A_\psi = \frac{\mu\, Ina^2}{4} \frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \qquad \text{(I.121)}$$

válida cuando $a^2 \ll r^2 + z^2$. La expresión hallada para el potencial vector, es, pues, aplicable para distancias grandes respecto del radio de la bobina, pero pequeñas frente a la longitud de onda. En (I.121) los factores intrínsecos de la bobina pueden agruparse en el producto $m = \pi a^2 nI$, o sea $m = SnI$, producto de la superficie de la bobina por la intensidad que la recorre y por el número de espiras, que se denomina *momento*. Entonces

$$A_\psi = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \qquad \text{(I.122)}$$

Las componentes cilíndricas de **B** serán por la (I.3)

$$\begin{aligned} B_r &= (\nabla \times \mathbf{A})_r = -\frac{\partial A_\psi}{\partial z} = \frac{3\, \mu_0 m}{4\pi} \frac{rz}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \\ B_\psi &= (\nabla \times \mathbf{A})_\psi = 0 \\ B_z &= (\nabla \times A)_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\psi) = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{2 z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \end{aligned} \qquad \text{(I.123)}$$

Se deduce de estas fórmulas que el vector campo **B** está contenido siempre en el plano que pase por el eje de la bobina y por el punto de observación. Por otra parte, el campo resulta ser idéntico al producido

por un dipolo magnético de momento m. (Compárese con las fórmulas para el dipolo eléctrico, que se estudian en PGI, apartado III.9). Las fórmulas (I.123) deben completarse con el factor $e^{-i\omega t}$; tal como están representan valores de cresta o medios cuadráticos.

En el plano de la bobina, **B** es paralelo al eje, y decrece con el cubo de la distancia, puesto que para $z = 0$, las fórmulas anteriores se reducen a

$$\begin{aligned} B_r &= 0 \\ B_\psi &= 0 \\ B_z &= -\frac{\mu_0 m}{4\pi} r^{-3} \end{aligned} \qquad \text{(I.124)}$$

Sobre el eje ($r = 0$) valen las dos primeras ecuaciones de (I.124), mientras que la tercera es

$$B_z = \frac{\mu_0 m}{2\pi} z^{-3} \qquad \text{(I.125)}$$

A igualdad de distancias, el campo es doble sobre el eje que sobre el plano de la bobina. Compárese con lo que ocurre en el dipolo eléctrico de corriente continua.

La disminución del campo con la distancia, para el caso general, se deduce del valor de su módulo:

$$|\mathbf{B}| = (B_r^2 + B_z^2)^{1/2} = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{[9 r^2 z^2 + (2 z^2 - r^2)^2]^{1/2}}{(r^2 + z^2)^{5/2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 m}{4\pi} (r^2 + z^2)^{-3/2} \left(1 + \frac{3 z^2}{z^2 + r^2}\right)$$

el cual varía con el cubo inverso de la distancia a lo largo de cualquier recta que pase por el centro de la bobina.

A veces resulta conveniente expresar el campo en coordenadas esféricas R, θ, ψ (fig. I-7). Las fórmulas de transformación son

$$R = (r^2 + z^2)^{1/2}$$

Fig. I-7. Componentes del campo magnético de una espira circular (dipolo magnético)

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{r}{R}$$
$$\cos\theta = \frac{z}{R} \qquad \text{(I.126)}$$

y además

$$\begin{aligned} B_\theta &= B_r \cos\theta - B_z \operatorname{sen}\theta \\ B_R &= B_r \operatorname{sen}\theta + B_z \cos\theta \end{aligned} \qquad \text{(I.127)}$$

que, junto con las (I.123) dan

$$B_R = \frac{\mu_0 m}{2\pi R^3}\cos\theta$$
$$B_\theta = \frac{\mu_0 m}{4\pi R^3}\operatorname{sen}\theta \qquad \text{(I.128)}$$

que son las componentes buscadas, junto con

$$B_\psi = 0.$$

De estas se obtiene el módulo

$$|\mathbf{B}| = (B_R^2 + B_\theta^2)^{1/2} = \frac{\mu_0 m}{4\pi R^3}(1 + 3\cos^2\theta)^{1/2} \qquad \text{(I.129)}$$

Conviene insistir en que las fórmulas que hasta ahora se han deducido en este apartado corresponden a distancias relativamente grandes respecto del radio de la bobina y pequeñas frente a la longitud de onda. Para algunas aplicaciones es útil disponer de una fórmula más general. Esta puede obtenerse teniendo en cuenta el hecho de que una bobina plana puede considerarse como un dipolo magnético de momento

$$\mathbf{m} = In\mathbf{S} \qquad \text{(I.130)}$$

donde **S** es la superficie de la bobina, con carácter vectorial. Tal dipolo puede considerarse como formado por una distribución en volumen de una polarización magnética uniforme tal que

$$\mathbf{M}\,d\tau = Ind\mathbf{S} \qquad \text{(I.131)}$$

a la que corresponderá un potencial de FitzGerald

$$\boldsymbol{\pi}^* = \frac{e^{-i\omega t}}{4\pi}\int_V \mathbf{M}\frac{e^{i\gamma_0 R}}{R}\,d\tau \qquad \text{(I.78)}$$

El cálculo de este potencial se simplifica grandemente si se tiene en cuenta que en la práctica prospectiva, las mediciones se efectúan a dis-

tancias grandes respecto del radio de la bobina, por lo que no hay inconveniente en considerar a esta como un dipolo oscilante elemental, de acuerdo con lo dicho, de modo que la distancia R es constante durante la integración, y puede escribirse

$$\pi^* = \frac{e^{-i\omega t}}{4\pi} \frac{e^{i\gamma_0 R}}{R} \int_V \mathbf{M}\, d\tau = \frac{\mathbf{m}\, e^{-i\omega t}}{4\pi} \frac{e^{i\gamma_0 R}}{R} \tag{I.132}$$

Esta expresión del potencial de FitzGerald es válida para distancias grandes o pequeñas respecto a la longitud de onda, sin más limitación que la referente al tamaño de la bobina, indicada más arriba. Se deduce de ella que π^* sólo tiene una componente nula, π_z^*, dirigida paralelamente al eje del dipolo magnético.

Para el cálculo de campo magnético **B** puede utilizarse la (I.13 a) (apartado I.9) según la cual,

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 \nabla \nabla \cdot \pi^* + \gamma_0^2 \mu_0 \pi^* \tag{I.133}$$

Para el cálculo de esta expresión puede comenzarse por el de

$$\nabla \cdot \pi^* = \frac{\partial}{\partial z} \pi_z = \frac{e^{-i\omega t}\, m}{4\pi} \frac{e^{i\gamma_0 R}}{R^3} z\, (i\gamma_0 R - 1) \tag{I.134}$$

con

$$R = (r^2 + z^2)^{1/2}$$

Recordando que, en coordenadas cilíndricas, el gradiente de un escalar U es

$$\nabla U = \frac{\partial u}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \psi} \mathbf{i}_\psi + \frac{\partial u}{\partial z} \mathbf{i}_z$$

se obtiene

$$\mu_0 \nabla \nabla \cdot \pi^* = \frac{\mu_0 m}{4\pi} e^{-i\omega t} \frac{z\, e^{i\gamma_0 R}}{R^5} \Big[r\, (3 - 3\, i\, \gamma_0 R - \gamma_0^2 R^2)\, \mathbf{i}_r +$$

$$+ \left(-\gamma_0^2 R^2 z - 3i\, \gamma_0 R\, z + 3\, z + \frac{i\, \gamma_0 R^3}{z} - \frac{R^2}{z} \right) \mathbf{i}_z \Big] \tag{I.135}$$

a la que, según la (I.133), habrá que sumar

$$\mu_0 \gamma^2 \pi^* = \mu_0^2\, \omega^2\, \varepsilon \frac{e^{-i\omega t}}{4\pi} \frac{e^{i\gamma_0 R}}{R} m\, \mathbf{i}_z \tag{I.136}$$

a fin de obtener el campo **B**.

En el plano ecuatorial del dipolo, que es el de la bobina, $z = 0$, por lo que $r = R$, el campo sólo tiene la componente

$$B_z = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{e^{-i\omega t}}{r^3} (\gamma_0^2 r^2 + i \gamma_0 r - 1) \tag{I.137}$$

Cuando la distancia del punto de observación al dipolo es pequeña respecto de la longitud de onda, puede despreciarse el producto $\gamma_0 R$ y se obtienen nuevamente las (I.123).

Para el cálculo del campo eléctrico **E** se utiliza la primera de las (I.13 a) (apartado I.9) según la cual será

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D}}{\varepsilon_0} = i\omega\mu_0 \nabla \times \boldsymbol{\pi}^* = i\omega\mu_0 \nabla \times \mathbf{m} \frac{e^{-i\omega t} e^{i\gamma_0 R}}{4\pi R} \tag{I.138}$$

cuyas componentes cilíndricas serán

$$\begin{aligned} E_r &= i\omega\mu_0 (\nabla \times \boldsymbol{\pi}^*)_r = 0 \\ E_z &= i\omega\mu_0 (\nabla \times \boldsymbol{\pi}^*)_z = 0 \\ E_\psi &= i\omega\mu_0 (\nabla \times \boldsymbol{\pi}^*)_\psi = -i\omega\mu_0 \frac{\partial \pi_z}{dr} = \\ &= \frac{-i\omega\mu_0}{4\pi R^2} m\, e^{-i\omega t} \; e^{i\gamma_0 R} (i \gamma_0 r - 1) \frac{r}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \end{aligned} \tag{I.139}$$

con

$$R = (r^2 + z^2)^{1/2}$$

I.22 INDUCTANCIA E IMPEDANCIA MUTUAS ENTRE DOS BOBINAS

En muchos métodos prospectivos se utilizan bobinas pequeñas, no sólo como emisoras, sino como receptoras. Para el estudio de tales sistemas es necesario conocer el coeficiente de inducción mutua del conjunto de las dos bobinas y su variación en dependencia de la distancia que las separa y del ángulo que forman. Ello es interesante, además, porque el efecto del terreno sobre los campos observados puede describirse y ser medido como resultado de un cambio en el valor de dicho coeficiente respecto del vacío.

Conviene recordar que el *coeficiente de inducción mutua* M_{12} entre dos circuitos se define como el flujo magnético cortado por uno de ellos, cuando por el otro circula una corriente de intensidad unidad. Es indiferente cuál de los dos circuitos se tome como inductor y cuál como inducido; si se invierten las funciones, se obtiene el mismo resultado, con tal que no se alteren mientras tanto las posiciones mutuas entre ellos.

Es decir, que $M_{12} = M_{21}$. M tiene las mismas dimensiones que una inductancia, por lo que se mide en *henrios*.

A veces es preferible utilizar, en vez de la inductancia mutua, la *impedancia mutua* Z_{12} que, para dos circuitos determinados y corriente sinusoidal, es la tensión inducida en el segundo de ellos, cuando por el primero circula una corriente de intensidad unidad. También aquí pueden trocarse los papeles de ambos circuitos, de modo que $Z_{12} = Z_{21}$. En general, tanto M como Z son complejas. Se deduce fácilmente que

$$Z_{12} = - i\omega M_{12} \tag{I.140}$$

Para calcular el coeficiente de inducción mutua entre dos bobinas cuya distancia sea grande en relación con los radios de ambas, designaremos con el subíndice 1 a la bobina emisora y con el 2 a la receptora. Solidario con la primera se establece un sistema de coordenadas esféricas como el considerado en el apartado anterior. Sean R y θ las coordenadas del centro P de la bobina 2. Dada la simetría del campo creado por la 1, la tercera coordenada ψ no influye en los cálculos. Se establece un sistema auxiliar de coordenadas cartesianas x, y, z, con origen en P, y orientado de modo que su eje x sea paralelo al plano de la bobina 1 (figura I-8) y se encuentre en el plano que pasa por el eje de ésta y el punto

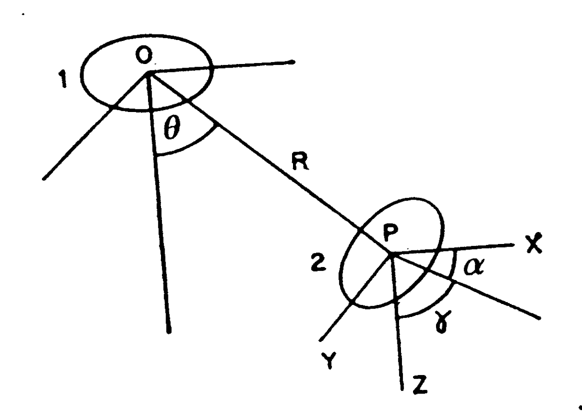


Fig. I-8. Cálculo de la inducción mutua M_{12} entre dos espiras.

P. El eje z es paralelo al eje de la bobina 1. La dirección del eje de la bobina 2 que, en principio, puede ser cualquiera, puede definirse por sus cosenos directores respecto del sistema x, y, z, los cuales se designarán respectivamente por

$$\cos\alpha, \qquad \cos\beta, \qquad \cos\gamma$$

Según se vio en el apartado anterior, el campo **B** de la bobina 1 sólo tiene las componentes B_R y B_θ. Los cosenos directores de la primera respecto del sistema x, y, z, son

$$\operatorname{sen}\theta, \qquad 0, \qquad \cos\theta$$

mientras las correspondiente a B_θ son

$$\cos\theta, \qquad 0, \qquad -\operatorname{sen}\theta$$

El flujo de la componente B_R sobre la bobina 2, será el producto de dicha componente para $I = 1$, que vale

$$B_R = \frac{\mu_0\, m}{2\pi\, R^3}\cos\theta = \frac{\mu_0\, n_1\, a_1^2}{2\, R^3}\cos\theta$$

por la superficie efectiva $\pi\, n_3\, a_2^2$ de la bobina 2, y por el coseno del ángulo δ (*) entre el eje de dicha bobina y B_R, por lo que se tiene

$$M'_{12} = \frac{\mu_0\, \pi\, n_1\, n_2\, a_1^2\, a_2^2}{2\, R^3}\cos\theta\cos\delta \qquad \text{(I.141)}$$

en la que M'_{12} representa la inducción mutua para la componente B_R y n_1, n_2, a_1 y a_2 representan respectivamente el número de espiras y el radio de cada una de las bobinas 1 y 2.

Teniendo en cuenta los valores de los cosenos directores, resulta que

$$\cos\delta = \operatorname{sen}\theta\cdot\cos\alpha + \cos\theta\cdot\cos\gamma$$

que, sustituida en la anterior, da

$$M'_{12} = \frac{\mu_0\, \pi\, n_1\, n_2\, a_1^2\, a_2^2}{2\, R^3}\cos\theta\,(\operatorname{sen}\theta\cos\alpha + \cos\theta\cdot\cos\gamma)$$

De modo análogo se calcula el efecto de la componente B_θ. Según se vio, esta vale

$$B_0 = \frac{\mu_0\, n_1\, a_1^2}{4\pi\, R^3}\operatorname{sen}\theta$$

y si se designa por ε el ángulo entre B_θ y el eje de la bobina 2, que cumple la condición

$$\cos\varepsilon = \cos\theta\cdot\cos\alpha - \operatorname{sen}\theta\cdot\cos\gamma$$

se tiene, para la inducción mutua M''_{12} debida a B_0

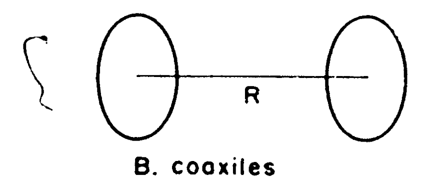
$$M''_{12} = \frac{\mu_0\, \pi\, n_1\, n_2\, a_1^2\, a_2^2}{4\, R^3}\operatorname{sen}\theta\,(\cos\theta\cdot\cos\alpha - \operatorname{sen}\theta\cdot\cos\gamma)$$

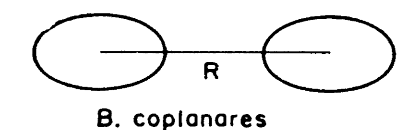
Sumando ambos resultados, se tiene

$$M_{12} = M'_{12} + M''_{12} = \frac{\mu_0\, \pi\, n_1\, n_2\, a_1^2\, a_2^2}{4\, R^3}[3\operatorname{sen}\theta\cdot\cos\theta\cdot\cos\alpha + \\ + \cos\gamma\,(2\cos^2\theta - \operatorname{sen}^2\theta)]. \qquad \text{(I.142)}$$

(*) No indicado en la figura.

Existen ciertos casos particulares que, por su importancia, merecen considerarse separadamente (fig. I-9).





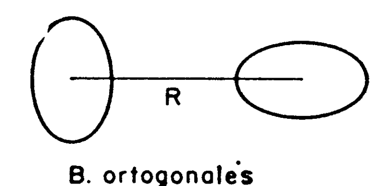


Fig. I-9. Posiciones mutuas principales entre dos espiras.

a) *Bobinas coaxiles.* En este caso, es $\theta = 0$, $\alpha = \beta = \pi/2$, $\gamma = 0$, por lo que se tiene

$$M_{12} = \frac{\mu_0 \pi n_1 n_2 a_1^2 a_2^2}{2 R^3} \qquad \text{(I.143)}$$

b) *Bobinas coplanares.* Para esta posición, es $\theta = \pi/2$, $\alpha = \beta = \pi/2$, $\gamma = 0$, de lo que resulta

$$M_{12} = - \frac{\mu_0 \pi n_1 n_2 a_1^2 a_2^2}{4 R^3} \qquad \text{(I.144)}$$

valor mitad que en el caso anterior.

c) *Bobinas ortogonales.* Los ángulos valen $\theta = 0$, $\gamma = \pi/2$; o bien $\theta = \pi/2$, $\gamma = \pi/2$; α y β pueden tomar cualquier valor. Entonces

$$M_{12} = 0 \qquad \text{(I.145)}$$

Las impedancias mutuas correspondientes se hallan mediante la (I.140).

I.23 CAMPOS JUNTO A UN SEMIESPACIO CONDUCTOR HOMOGENEO

I.23.1 Campo de una corriente rectilínea indefinida

El estudio de este campo, de gran importancia para varios métodos prospectivos, ha sido abordado por diversos autores, entre ellos PRICE (1950), WAIT (1962), PETRAK (1967), DIZIOGLU (1967), WARD (1967) y BEZVODA (1970). Se cita un trabajo anterior, en ruso, de V. R. Bursian, publicado en 1934, que el autor no ha podido consultar.

La geometría del problema es la misma que en el apartado I.20, salvo la adición de un semiespacio conductor homogéneo e isótropo, que representa al terreno, y está limitado por el plano $x\,y$. Se emplea el mismo sistema de coordenadas que en dicho apartado. La intensidad de corriente, $I_0\,e^{-i\omega t}$, se representará en lo que sigue por I para mayor sencillez; γ_0 y γ_1 simbolizan respectivamente las constantes de propagación del vacío y del terreno. Si se desprecian las corrientes de desplazamiento en el subsuelo ($\varepsilon_1 = 0$), los valores de dichas constantes serán,

$$\left.\begin{aligned} \gamma_0 &= \omega\,(\varepsilon_0\,\mu_0)^{1/2} \\ \gamma_1 &= (i\,\omega\,\mu_1\,\sigma_1)^{1/2} \end{aligned}\right\} \qquad \text{(I.146)}$$

donde los subíndices cero corresponden al vacío, y los uno al semiespacio conductor.

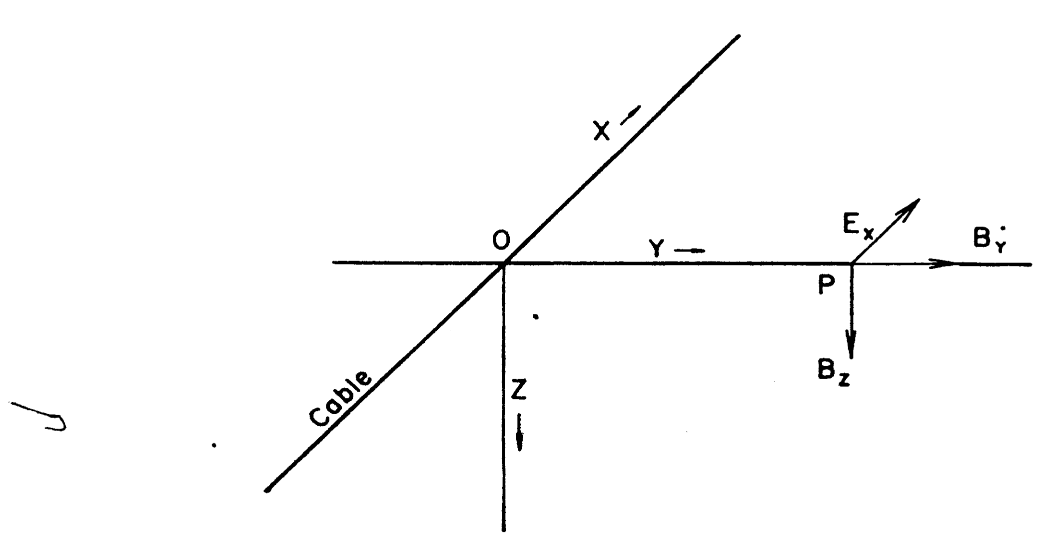


Fig. I-10. Campo electromagnético creado por un cable rectilíneo horizontal, en la superficie de un medio conductor homogéneo e isótropo.

Los referidos autores, después de largos cálculos, llegan a las fórmulas que se indican y comentan a continuación.

La componente vertical B_z del campo magnético, en el plano $z = 0$, es

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{\pi y^3 (\gamma_0^2 - \gamma_1^2)} [-2 i \gamma_0 y K_1 (-i \gamma_0 y) - \gamma_0^2 y^2 K_0 (-i \gamma_0 y) + + 2 \gamma_1 y K_1 (-i \gamma_1 y) - \gamma_1^2 y^2 K_0 (-i \gamma_1 y)] \qquad (I.147)$$

donde, como de costumbre, K_0 y K_1 representan respectivamente las funciones de Bessel modificadas de segunda especie de orden cero y uno.

La conductividad del terreno da lugar a la aparición de una componente horizontal B_y, nula en el vacío, que puede expresarse, de modo compacto, en la forma

$$B_y = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{-i\gamma_1 y} (I_1 (-i \gamma_1 y) - L_1 (-i \gamma_1 y)) \right] \qquad (I.148)$$

donde I_1 representa la función de Bessel modificada de primera especie y orden uno, y L_1 es la llamada *función de Nicholson* de orden uno, definida (WATSON, 1963, pág. 329) por

$$L_1 (z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^{2m+3}}{2^{2m+2} \Gamma \left(m + \frac{3}{2} \right) \Gamma \left(m + \frac{5}{2} \right)} \qquad (I.149)$$

Se efectúa la derivación indicada en la expresión (I.148), teniendo en cuenta (WATSON, 1963, pág. 79), que,

$$I' (z) = I_0 (z) - \frac{I_1 (z)}{z} \qquad (I.150)$$

resulta

$$B_y = \frac{\mu_0 I}{2} \left[\frac{zI_1 (-i \gamma_1 y)}{i\gamma_1 y^2} + \frac{1}{y} I_0 \ (-i \gamma_1 y) - \frac{L_1 (-i\gamma_1 y)}{i\gamma_1 y^3} - - \frac{1}{y} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(m + 1) (-i\gamma_1 y)^{2m+1}}{2^{2m+1} \Gamma \left(m + \frac{3}{2} \right) \Gamma \left(m + \frac{5}{2} \right)} \right] \qquad (I.151)$$

En estas ecuaciones no deben confundirse los símbolos I_1, I_0 que en ellas aparecen, y que representan la función de Bessel modificada de orden cero y uno, con la intensidad de corriente I.

Obsérvese que en la fórmula anterior no figura la constante γ_0 del vacío, de acuerdo con lo dicho más arriba. En general, B_y y B_z son cantidades complejas, cuyos argumentos no tienen por qué ser iguales, por lo que se producirá polarización elíptica (apartado VII.3).

En cuanto al campo eléctrico, sólo existe la componente E_x paralela a la corriente, que vale

$$E_x = \frac{i\omega\mu_0 I}{\pi y^2 (\gamma_0^2 - \gamma_1^2)} [i \gamma_0 y K_0 (- i\gamma_0 y) - \gamma_1 y K_1 (- i\gamma_1 y) \tag{I.152}$$

El significado y consecuencias de estas fórmulas se verá más adelante.

I.23.2 Campo de un dipolo magnético vertical (bobina de espiras horizontales)

Como se dijo más arriba, el campo de una bobina horizontal, a distancias superiores a varios diámetros es igual al de un dipolo magnático oscilante. Si éste, en vez de encontrarse en el vacío, se halla sobre la superficie límite de un terreno conductor homogéneo e isótropo, las fórmulas del apartado I.21 han de ser sustituidas por otras muchas más complejas.

Dada la geometría del problema, el sistema de coordenadas más adecuado es el cilíndrico, con su origen en el centro de la bobina o dipolo, y con el plano $z = 0$ en coincidencia con la superficie límite (fig. I-11). Los

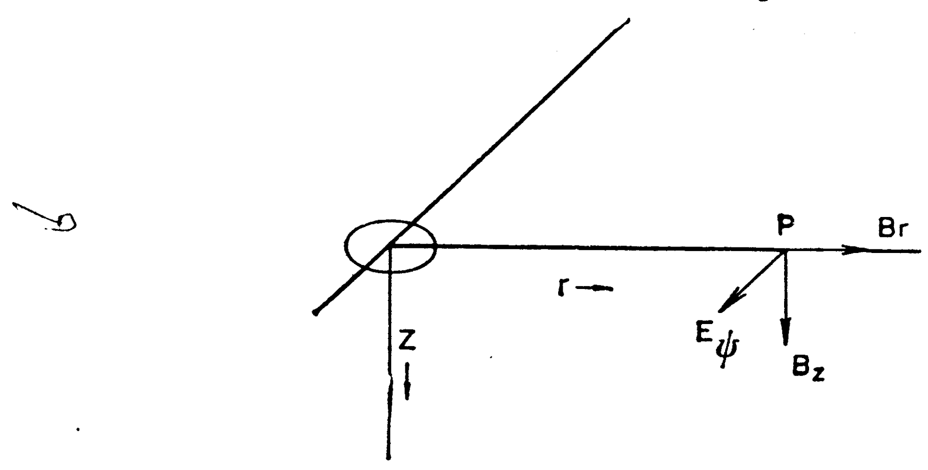


Fig. I-11. Campo electromagnético producido por una espira pequeña horizontal (dipolo magnético vertical) en la superficie de un medio conductor homogéneo e isótropo.

campos eléctricos y magnéticos en dicha superficie, o sea junto al suelo, que son los más interesantes en la Prospección, han sido estudiados por varios autores, entre ellos WAIT (1951), BHATTACHARYYA (1950), y WARD (1967). Las fórmulas obtenidas son las siguientes:

$$B_z^* = -\frac{i \mu_0 m}{2\pi \xi_1^2 r^3} [9 - (9 - 9 i^{3/2} \xi_1 - 4 i \xi_1^2 - i^{1/2} \xi_1^3) e^{i\sqrt{i}\xi_1}] \tag{I.153}$$

$$B_r^* = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} [16 I_1 K_1 - 4 i^{3/2} \xi_1 (I_1 K_0 - I_0 K_1) - i \xi^2 (I_1 K_1 - K_0 I_0)] \tag{I.154}$$

(*) En lo sucesivo, se distinguirán con un asterisco los campos producidos por dipolos magnéticos.

$$E_\psi = -\frac{\omega\,\mu_0\,m}{2\pi\,\xi_1^2\,r^3}\,[3 - (3 - 3\,i^{3/2}\,\xi_1 - i\,\xi_1^2)\,e^{i\sqrt{i}\,\xi_1}] \qquad \text{(I.155)}$$

con $i^{1/2}\,\xi_1 = \gamma_1\,r$ (véase el apartado I.16). El argumento de las funciones de Bessel I, I, K, K, es

$$\frac{-i\gamma_1\,r}{2} = -\frac{i^{3/2}\,\xi_1}{2}$$

Las fórmulas (I.153) a (I.155) no son rigurosamente exactas, sino que corresponden a la aproximación casi-estacionaria. Por esta razón, al ser $\varepsilon_0 = 0$, la constante de propagación en el vacío γ_0 no aparece en ellas. Por razones de comodidad, se ha suprimido en las mismas fórmulas el factor $e^{-i\omega t}$.

Para distancias cortas respecto de la longitud de onda, puede despreciarse también $|\gamma_1\,r| = \xi_1$ y entonces las ecuaciones anteriores para el campo magnético se convierten en las (I.124). En particular, la componente B_r se anula, es decir, que ésta se debe exclusivamente al campo secundario del subsuelo.

En cambio, para valores grandes de $|\gamma_1\,r| = \xi_1$ puede considerarse nula la exponencial que aparece en las (I.153) y (I.155) con lo que resulta

$$B_z^* \sim \frac{9\,i\,\mu_0\,m}{2\pi\,\xi_1^2\,r^3} = \frac{9\,\mu_0\,m}{2\pi\,\gamma_1^2\,r^5} = \frac{9\,m\,\rho_1}{2\pi\,i\omega\,r^5} \qquad \text{(I.156)}$$

$$E_\psi^* \sim -\frac{3\,\omega\mu_0\,m}{2\pi\,\xi_1^2\,r^2} = -\frac{3\,i\omega\,\mu_0\,m}{2\pi\,\gamma_1^2\,r^4} \qquad \text{(I.157)}$$

Para la expresión análoga de B_r hay que utilizar los desarrollos asintóticos de las funciones de Bessel (WATSON, 1963, párrafo 7.23). Mediante ellos se llega (DUROUX, 1967), a

$$B_r^* \sim \frac{3\,\mu_0\,m}{2\pi\,\xi_1\,r^3}\,i^{1/2} = -\frac{3\,i\,\mu_0\,m}{2\pi\,\gamma_1\,r^4} \qquad \text{(I.158)}$$

Las consecuencias prácticas de estas fórmulas se exponen más adelante.

I.23.3 Campo de un dipolo magnético horizontal (bobina de espiras verticales)

En este caso, la fuente está constituida por una bobina cuyas espiras son perpendiculares a la interfaz tierra-aire, y que como en los casos anteriores, se supone suficientemente pequeña frente a las distancias consideradas, de modo que puede sustituirse por un dipolo magnético oscilante.

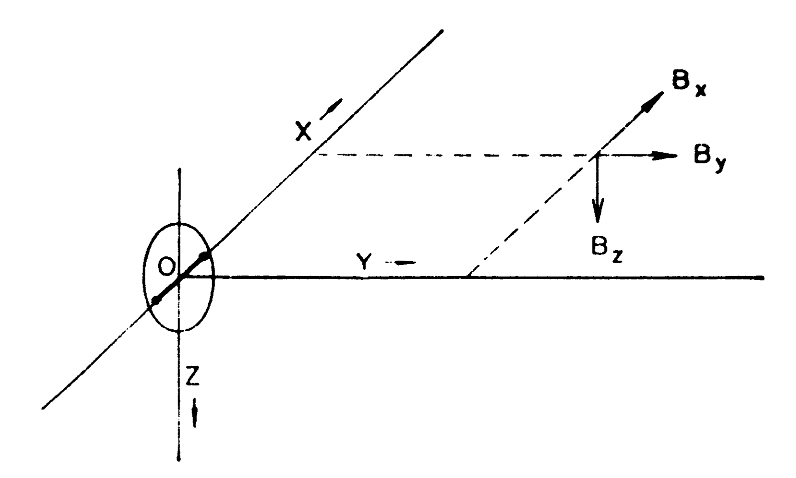


Fig. I-12. Campo electromagnético de una espira pequeña vertical (dipolo magnético horizontal) en la superficie de un medio conductor homogéneo e isótropo.

Tal problema ha sido estudiado por SOMMERFELD (1926), WAIT (1953) y WARD (1967). Como en otras cuestiones, se dan aquí las fórmulas correspondientes, sin su deducción, muy larga y complicada (*). Se utiliza un sistema cartesiano de coordenadas, con origen en el centro del dipolo, el eje x dirigido según el eje de éste, y el z hacia abajo (fig. I-12). Entonces, si es $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ las componentes del campo magnético $\mathbf{B}$, en el punto de coordenadas x, y, θ, son

$$B_x^* = \frac{\mu_0 m}{4\pi}\left(M\frac{y^2}{r^3} + \frac{\partial M}{\partial r}\frac{x^2}{r^2}\right)$$
$$B_y^* = -\frac{\mu_0 m}{4\pi}\left(M\frac{xy}{r^3} - \frac{\partial M}{\partial r}\frac{xy}{r^2}\right) \qquad \text{(I.159)}$$
$$B_z^* = \frac{\mu_0 m}{4\pi}\frac{x}{r^4}\left[16 I_1 K_1 - 4\, i^{3/2} \xi_1 (I_1 K_0 - I_0 K_1) - i\,\xi_1^2 (I_1 K_1 - I_0 K_0)\right]$$

donde son

$$M = \frac{2i}{\xi_1^2 r^2}[3 + i\,\xi_1^2 - (3 - 3\, i^{3/2} \xi_1 - i\,\xi_1^2)\, e^{i\sqrt{i}\xi_1}]$$
$$\frac{\partial M}{\partial r} = \frac{-2i}{\xi_1^2 r^3}[12 + 2\,i\,\xi_1^2 - (12 - 12\, i^{3/2} \xi_1 - 5\, i\,\xi_1^2 - i^{1/2} \xi_1^3)\, e^{i\sqrt{i}\xi_1}] \qquad \text{(I.160)}$$

En estas fórmulas se supone despreciable la constante de propagación en el vacío γ_0. El significado de ξ_1 y del argumento de las funciones de Bessel son los mismos que en apartado anterior. Como en aquel se ha suprimido el factor $e^{-i\omega t}$.

(*) En KRAICHMAN (1970) se encuentra una recopilación de fórmulas muy completa, para este y otros tipos de fuente.

En la zona lejana, pueden despreciarse los términos que contienen la exponencial $i\sqrt{i}\,\xi_1 = i^{3/2}\xi_1$ y resultan las fórmulas, más sencillas,

$$
\begin{aligned}
B_x^* &= \frac{-i\,\mu_0\, m}{2\pi\, r^5\, \xi_1^2}\left[x^2(12 + 12\, i\, \xi_1^2) - y^2(3 + i\,\xi_1^2)\right] \\
B_y^* &= -\frac{i\,\mu_0\, m x y}{2\pi\, r^5\, \xi_1^2}(15 + 3\, i\, \xi_1^2) \\
B_z^* &= \frac{3\, i^{1/2}\,\mu_0\, m x}{2\pi\, r^4\, \xi_1}
\end{aligned}
\qquad \text{(I.161)}
$$

la tercera de las cuales se ha obtenido teniendo en cuenta los desarrollos asintóticos de las funciones de Bessel, mencionados más arriba.

Existe también un campo eléctrico **E** cuyas componentes cartesianas son:

$$
\begin{aligned}
E_x^* &= \frac{-i\,\mu_0\,\omega m}{4\pi\, r^4}\, xy\left[6\, I_1 K_1 - i^{3/2}\,\xi_1\,(I_1 K_0 - I_0 K_1)\right] \\
E_y^* &= \frac{i\,\mu_0\,\omega m}{4\pi\, r^4}\, x^2\left[6\, I_1 K_1 - i^{3/2}\,\xi_1\,(I_1 K_0 - I_0 K_1)\right] \\
E_z^* &= \frac{i\,\mu_0\,\omega m}{4\pi\, r^3}\, y
\end{aligned}
\qquad \text{(I.162)}
$$

La componente E_z resulta inútil para la Prospección, puesto que no depende de las constantes del terreno. Aplicando los aludidos desarrollos asintóticos, se obtiene para distancias efectivas grandes:

$$
\begin{aligned}
E_x^* &\sim \frac{\mu_0\,\omega m}{\pi\,\gamma_1\, r^3}\,\frac{xy}{r^2} \\
E_y^* &\sim -\frac{\mu_0\,\omega m}{\pi\,\gamma_1\, r^3}\,\frac{x^2}{r^2}
\end{aligned}
\qquad \text{(I.162 bis)}
$$

I.23.4 Campo de un dipolo eléctrico horizontal

El dipolo eléctrico horizontal, muy empleado como circuito de emisión en los métodos prospectivos de corriente continúa, según se vio en PGI, no es menos interesante en la prospección por campos variables. Si una línea de emisión AB corta, se conecta a un generador de corriente sinusoidal, se tiene un dipolo eléctrico horizontal. Por razones obvias, este tipo de fuente no tiene correspondencia en el vacío, como las consideradas anteriormente. El dipolo eléctrico vertical tiene poco interés práctico y por esta causa no se considerará aquí (*).

(*) Sin embargo, el dipolo eléctrico vertical puede ser muy útil en frecuencias relativamente altas. Véase a este respecto el capítulo IX, apartado 3.

El campo electromagnético de un dipolo eléctrico horizontal oscilante con sus extremos puestos a tierra en terreno homogéneo, estudiado por WOLF (1946), WAIT (1961), ZABOROVSKY (1963) y WARD (1967), posee, en la superficie, dos componentes eléctricas E_x, E_y, así como una magnética B_z.

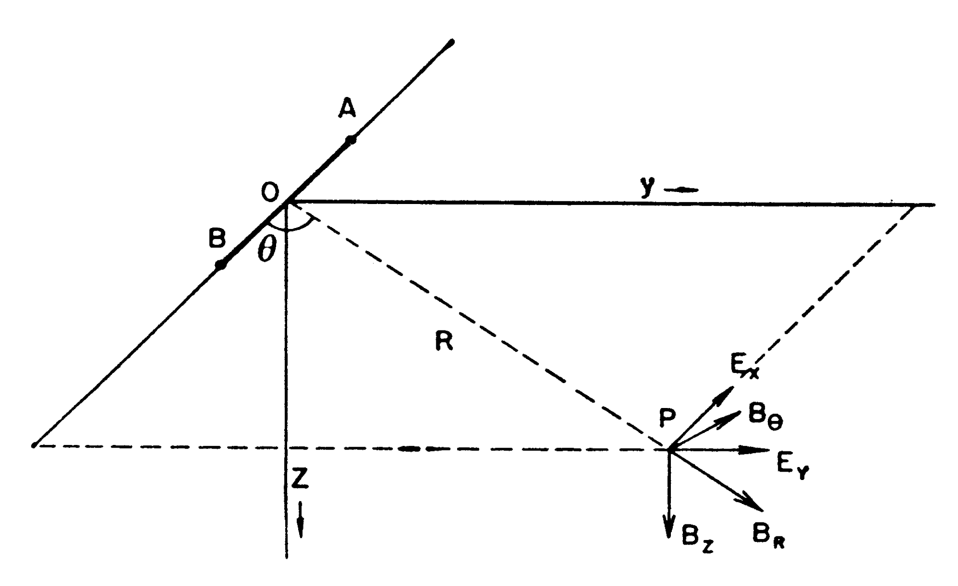


Fig. I-13. Campo electromagnético debido a un dipolo eléctrico AB, con sus extremos puestos a tierra en la superficie de un medio conductor homogéneo e isótropo.

Considérese (fig. I-13) un dipolo eléctrico de longitud $AB = ds$ alimentado por corriente de intensidad eficaz I y frecuencia ω. Se utilizará un sistema cartesiano de coordenadas cuyo eje x coincide con la línea del dipolo, y el y con el eje de éste. Sea $P(x, y)$ el punto de la superficie del terreno donde va a medirse el campo, a la distancia R del centro del dipolo. Las fórmulas halladas por los autores citados son las siguientes:

$$E_x = \frac{I \rho \, ds}{2\pi R^3} [1 - 3 \frac{y^2}{R^2} + (1 - i^{3/2} \xi_1) e^{i \sqrt{i} \xi_1}]$$

$$E_y = \frac{I \rho \, ds}{2\pi} \frac{3xy}{R^5}$$

$$B_z = \frac{i \mu_0 I \, ds}{2\pi \xi_1^2 R^2} \operatorname{sen} \theta [3 - (3 - 3 i^{3/2} \xi_1 - i \xi_1^2) e^{i \sqrt{i} \xi_1}] \qquad \text{(I.163)}$$

Como en los apartados anteriores, ξ_1 es la distancia efectiva en función de las constantes del terreno, por lo que

$$i^{1/2} \xi_1 = \gamma_1 R$$
$$i \xi_1^2 = \gamma_1^2 R^2 \qquad \text{(I.164)}$$

De las ecuaciones anteriores pueden deducirse los valores de las componentes radial y tangencial del campo eléctrico, por medio de las ecuaciones de transformación

$$E_R = E_x \cos\theta + E_y \operatorname{sen}\theta$$
$$E_\theta = -E_x \operatorname{sen}\theta + E_y \cos\theta$$
$$E_R = \frac{I\rho\, ds}{2\pi R^3}[1 + (1 - i^{3/2}\xi_1)\, e^{i\sqrt{i}\xi_1}] \cos\theta$$
$$E_\theta = \frac{I\rho\, ds}{2\pi R^3}[2 - (1 - i^{3/2}\xi_1)\, e^{i\sqrt{i}\xi_1}] \operatorname{sen}\theta \qquad \text{(I.165)}$$

Cuando se trata de corriente continua, $\omega = 0$, por lo que $\xi_1 = 0$, y entonces las expresiones (I.163) y (I.165) coinciden con las halladas en el apartado III.9 de PGI.

El campo magnético B posee también componentes horizontales, radial y tangencial, cuyo valor viene dado por las

$$B_R = \frac{\mu_0 I\, ds}{4\pi R^2}[6 I_1 K_1 - i^{3/2}\xi_1 (I_1 K_0 - I_0 K_1)] \operatorname{sen}\theta \qquad \text{(I.166)}$$

$$B_\theta = -\frac{\mu_0 I\, ds}{2\pi R^2} I_1 K_1 \cos\theta \qquad \text{(I.167)}$$

en las que las funciones de Bessel tienen el mismo argumento que en la (I.154).

I.24 IMPEDANCIAS MUTUAS SOBRE TERRENO HOMOGENEO

Los resultados anteriores sobre los campos electromagnéticos observables en la superficie de un terreno homogéneo pueden expresarse en forma de relaciones entre impedancias mutuas.

En el vacío, cuando la corriente primaria es I, la tensión ΔV observada en el receptor, proporcional al campo **B** (o al **E**), será, según lo dicho en el apartado I.22

$$\Delta V = K|\mathbf{B}_0| = Z_0 I \qquad \text{(I.168)}$$

donde Z_0 es la impedancia mutua entre ambos circuitos, y $\mathbf{B}_0$ el campo en el vacío.

En presencia de terreno conductor, se modifican **B** y ΔV, por lo que se escribirá, análogamente

$$\Delta V' = K|\mathbf{B}| = ZI \qquad \text{(I.169)}$$

siendo Z la nueva impedancia mutua, y K la misma constante de la ecuación anterior, pues es puramente instrumental.

Combinando ambas ecuaciones resulta

$$|\mathbf{B}| = \frac{Z}{Z_0} |\mathbf{B}_0| \qquad \text{(I.170)}$$

a) Considérese, por ejemplo, el caso de dos bobinas pequeñas *coplanares y paralelas a la superficie del terreno.* La que actúa como receptora capta la componente vertical B_z producida por la emisora, que vale, en el vacío

$$B_{z0} = -\frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} \qquad \text{(I.124)}$$

mientras que, si el terreno posee una constante de propagación γ_1, su valor será el dado por la ecuación (I.153) la cual dividida por la anterior, dará

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{B_z}{B_{z0}} = \frac{2i}{\xi^2}[9-(9-9\,i^{3/2}\xi_1-4\,i\,\xi_1^2-i^{1/2}\xi_1^3)\,e^{i\sqrt{i}\xi_1}] \qquad \text{(I.171)}$$

b) Análogamente, si las bobinas son *verticales* y *coaxiles,* se utilizarán las fórmulas (I.125) y la primera de las (I.159), ésta con $y = 0$. De ello resulta que, en este caso,

$$\frac{Z}{Z_0} = -\frac{i}{\xi_1^2}[12+2\,i\,\xi_1^2-(12-12\,i^{3/2}\xi_1-5\,i\,\xi_1^2-i^{1/2}\xi_1^3)\,e^{i\sqrt{i}\xi_1}] \qquad \text{(I.172)}$$

c) *Bobinas verticales coplanares.* El campo en el vacío viene dado por la misma (I.124), y sobre terreno homogéneo, por la primera de las (I.159) con $x = 0$, $y = r$. Al dividir esta última por la primera se obtiene

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{-2i}{\xi_1^2}[3+i\,\xi_1^2-(3-3\,i^{3/2}\xi_1-i\,\xi_1^2)\,e^{i\sqrt{i}\xi_1}] \qquad \text{(I.173)}$$

d) *Bobinas ortogonales.* Una de las bobinas es horizontal, situada sobre la superficie del terreno, mientras que la segunda es vertical, y su eje pasa por el centro de la primera. Es indiferente cual de ellos trabaje como emisora (apartado I.22). Al intentar calcular la relación de impedancias, surge la dificultad de que el acoplo de dos bobinas ortogonales es nulo, según la ecuación (I.145), y por lo tanto, $Z_0 = 0$, con lo que dicha relación sería infinita. Puede obviarse este inconveniente tomando para Z_0 el valor (I.124) para bobinas coplanares utilizado en el caso *a*). Dividiendo por esta ecuación la (I.154), o la tercera de las (I.159) con $x = r$, resulta:

$$\frac{Z}{Z_0} = -[16\,I_1K_1-4\,i^{3/2}\xi_1(I_1K_0-I_0K_1)-i\,\xi_1^2(I_1K_1-I_0K_0)] \qquad \text{(I.174)}$$

e) *Dipolo eléctrico horizontal y bobina horizontal.*

En este dispositivo no conviente calcular la relación de impedancias Z/Z_0 considerando como emisor al dipolo eléctrico, ya que su campo B_{z0} en el vacío no se ha determinado. Se puede, no obstante, llegar al mismo resultado tomando como emisor a la bobina. La última de las (I.139) con $z = 0$, y suprimiendo la exponencial $-i\omega t$, es

$$E_\psi = -\frac{i\omega\mu_0}{4\pi r^2} m\, e^{i\gamma_0 r} (i\,\gamma_0\, r - 1)$$

Ahora bien, γ_0 es la constante de propagación en el vacío, y el producto $\gamma_0 r$ puede despreciarse dentro de las distancias usuales en Prospección (apartado I.16). Resulta entonces

$$E_\psi = \frac{i\omega\mu_0}{4\pi r^2} m \qquad \text{(I.175)}$$

Dividiendo por ésta la (I.155) se tiene

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{2\,i}{\xi_1^2} [3 - (3 - 3\, i^{3/2}\, \xi_1 - i\, \xi_1^2)\, e^{i\sqrt{i}\,\xi_1}] \qquad \text{(I.176)}$$

f) *Dos dipolos eléctricos.* Se trata, en realidad, del dispositivo dipolar, ya considerado en PGI, con la diferencia de que ahora el dipolo emisor está alimentado por corriente sinusoidal. Sea ds_1 la longitud del dipolo emisor, e I_1 la intensidad de la corriente que lo alimenta. El dipolo de recepción, de longitud ds_2, dista R del primero. Ambos determinan los ángulos θ y β (fig. I-14).

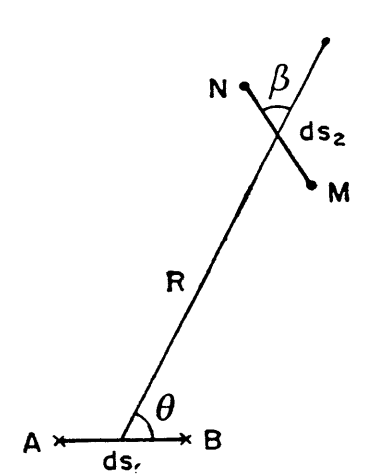


Fig. I-14. Para el cálculo de la impedancia mutua entre dos dipolos eléctricos AB y MN, situados en la superficie plana de un medio conductor homogéneo e isótropo.

El campo en la dirección del dipolo de recepción será

$$E_\beta = E_R \cos\beta + E_\theta \operatorname{sen}\beta$$

y dará lugar a la aparición de una tensión U_2 entre los extremos de dicho dipolo, tal que

$$U_2 = E_\beta \, ds_2$$

La impedancia mutua entre ambos será

$$dZ = \frac{U_2}{I_1} = \frac{(E_R \cos \beta + E_\theta \operatorname{sen} \beta) \, ds_2}{I_1} \qquad \text{(I.177)}$$

Pero E_R y E_θ vienen dadas por las (I.165) que sustituidas en la anterior, dan

$$dZ = \frac{\rho \, ds_1 \, ds_2}{2\pi R^3} \{ [1 + (1 - i^{3/2} \xi_1) \, e^{i\sqrt{i}\xi_1}] \cos \theta \cos \beta +$$

$$+ [2 - (1 - i^{3/2} \xi_1) \, e^{i\sqrt{i}\xi_1}] \operatorname{sen} \theta \operatorname{sen} \beta \} \qquad \text{(I.178)}$$

Si la corriente fuese continua, $\xi_1 = 0$ y entonces la (I.178) coincide con las fórmulas halladas en PG.I.

FRISCHKNECHT (1967) ha publicado tablas de impedancias mutuas para los dispositivos estudiados más arriba, en función de su distancia efectiva. Más adelante (apartado II.8) se comentará con más detalle este útil e interesante trabajo. La figura I-15 representa gráficamente los resultados de WAIT (1955) sobre la misma cuestión.

I.25 ZONAS PROXIMA Y LEJANA

Los conceptos de "zona próxima" y "zona lejana", ya definidos en el apartado I.16, aclaran considerablemente el significado físico de las fórmulas contenidas en el apartado I.23, que expresan los valores de las diversas componentes del campo electromagnético en la superficie del terreno.

En las referidas fórmulas aparecen términos que incluyen como factor una exponencial de la distancia efectiva. Cuando esta cumple la condición $\xi_1 \gg 1$ que corresponde a la zona lejana, la exponencial es muy pequeña, y los términos que la contienen pueden despreciarse. Por el contrario, en la zona próxima con $\xi_1 \ll 1$ son estos los términos que predominan.

Las desigualdades indicadas toman forma más intuitiva si se expresan en relación con las longitudes de onda. En efecto, la mencionada exponencial es $\exp(i\sqrt{i}\,\xi_1)$ pero, teniendo en cuenta la (I.80)

$$i\sqrt{i}\,\xi_1 = i\,\frac{1+i}{\sqrt{2}}\,\xi_1 = -\frac{2\pi R}{\lambda} + \frac{2\pi R}{\lambda}\,i$$

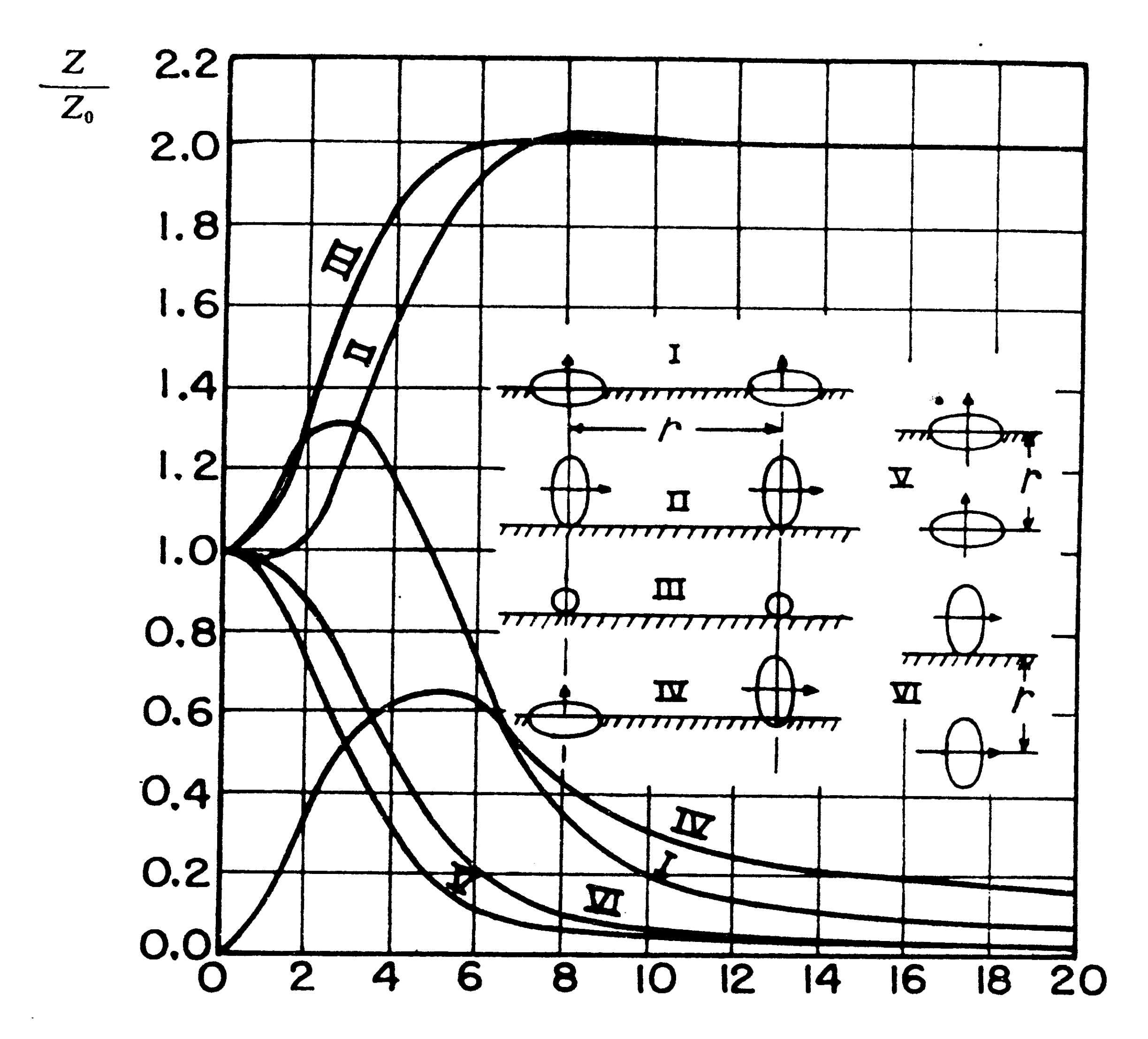


Fig. I-15. Impedancias mutuas de diversas configuraciones de espiras situadas en la superficie de un medio conductor homogéneo e isótropo, en función de la distancia efectiva ξ_1. Z_0 es la impedancia en el vacío de las mismas configuraciones. Los casos V y VI no se consideran en el texto. Según WAIT, en *Geophysics*. (Cortesía de la SEG).

La parte imaginaria de esta exponencial que, combinada con exp ($-i\omega t$) expresa el carácter ondulatorio del fenómeno, tiene por valor absoluto la unidad. En cambio, la parte real para $R = \lambda$ vale

$$e^{-2\pi} = 1{,}9 \times 10^{-3}$$

que puede considerarse despreciable. Se convendrá pues, en considerar que la zona lejana comienza a distancia del emisor igual a una longitud de onda en el medio considerado que, en este caso, es el terreno homogéneo. A ello corresponde $\xi_1 = 8{,}89 \simeq 9$. Puede resumirse lo dicho en el conve-

nio de que se considerará perteneciente a la zona lejana todo punto que cumpla las condiciones equivalentes

$$R \geqslant \lambda$$
$$\xi_1 \geqslant 9 \qquad \text{(I.179)}$$

Parece conveniente dar aquí las expresiones, para la zona lejana, de las diversas componentes del campo electromagnético producido por los diferente tipos de emisor. Muchas de tales expresiones se han deducido ya en los apartados anteriores, pero es aconsejable reunirlas.

a) *Dipolo magnético vertical.* Las fórmulas correspondientes se obtuvieron en el apartado I.23.2 y son las siguientes.

$$B_z^* = -\frac{9\, i\, \mu_0\, m}{2\pi\, \xi_1^2\, r^3} = \frac{9\, \mu_0\, m}{2\pi\, \gamma_1^2\, r^5} \qquad \text{(I.156 a)}$$

$$B_r^* = i^{3/2}\frac{3\, \mu_0\, m}{2\pi\, \xi_1\, r^3} = \frac{3\, i\, \mu_0\, m}{2\pi\, \gamma_1\, r^4} \qquad \text{(I.158 a)}$$

$$E_\psi^* = -\frac{3\, \omega\, \mu_0\, m}{2\pi\, \xi_1^2\, r^2} = -\frac{3\, i\, \omega\, \mu_0\, m}{2\pi\, \gamma_1^2\, r^4} \qquad \text{(I.157 a)}$$

b) *Dipolo magnético horizontal.* Para las componentes cartesianas B_x^*, B_y^* y B_z^* pueden utilizarse las (I.161), suprimiendo los términos que contienen ξ^{-2}. Resultan así las igualdades

$$B_x^* = \frac{\mu_0\, m}{2\pi\, r^5}(12\, x^2 - y^2)$$

$$B_y^* = \frac{3\, \mu_0\, m}{2\pi}\,\frac{xy}{r^5}$$

$$B_z^* = \frac{3\, i\, \mu_0\, mx}{2\pi\, \xi_1\, r^4} = -\frac{3\, \mu_0\, mx}{2\pi\, r^5\, \gamma_1}\, i^{1/2} \qquad \text{(I.180)}$$

De las dos primeras se deduce que, en la zona lejana las componentes B_x y B_y de un dipolo magnético horizontal no suministran información sobre el subsuelo. En efecto, en las referidas fórmulas no aparece la constante γ_1 de propagación en el terreno.

Lo mismo vimos que ocurría, a cualquier distancia, a la componente vertical eléctrica E_z. En cuanto a las dos restantes, para $r > \lambda_1$, se obtienen las (I.162 bis).

c) *Dipolo eléctrico horizontal.* Despreciando los términos exponenciales en las expresiones para las diversas componentes dadas en el apar-

tado I.23.4, se obtienen las fórmulas siguientes, válidas para la zona lejana u ondulatoria.

$$E_x = \frac{I \rho \, ds}{2\pi R^3}\left(3 \frac{x^2}{R^2} - 2\right) = \frac{I \rho \, ds}{2\pi R^3} (3 \cos^2 \theta - 2) \qquad \text{(I.181)}$$

$$E_y = \frac{I \rho \, ds}{2\pi R^3} \frac{3\, xy}{R^2} = \frac{3\, I \rho \, ds}{4\pi R^3} \operatorname{sen} 2\theta \qquad \text{(I.182)}$$

$$E_R = \frac{I \rho \, ds}{2\pi R^3} \cos \theta \qquad \text{(I.183)}$$

$$E_\theta = \frac{I \rho \, ds}{\pi R^3} \operatorname{sen} \theta \qquad \text{(I.184)}$$

$$B_z = \frac{3\, i \mu_0 I \, ds}{2\pi \xi_1^2 R^2} \frac{y}{R} = -\frac{3\, \mu_0 I \, ds}{2\pi \gamma_1^2 R^4} \operatorname{sen} \theta \qquad \text{(I.185)}$$

$$B_R = -i^{3/2} \frac{\mu_0 I \, ds}{\pi R^2 \xi_1} \operatorname{sen} \theta = \frac{\mu_0 I \, ds}{\pi \gamma_1 R^3} \operatorname{sen} \theta \qquad \text{(I.186)}$$

$$B_\theta = i^{3/2} \frac{\mu_0 I \, ds}{2\pi R^2 \xi_1} \cos \theta = \frac{\mu_0 I \, ds}{2\pi \gamma_1 R^3} \cos \theta \qquad \text{(I.187)}$$

Las dos últimas se deducen mediante el desarrollo asintótico de las funciones de Bessel, a partir de las (I.166) y (I.167).

d) *Cable recto infinito.* Para la zona lejana, las componentes del campo de un emisor de este tipo vienen dadas (VAN'YAN, 1967) por

$$E_x = \frac{i \omega \mu_0 I}{\pi \gamma_1^2 y^2} = \frac{\omega \mu_0 I}{\pi \xi_1^2} \qquad \text{(I.188)}$$

$$B_z = \frac{2 I \mu_0}{\pi \gamma_1^2 y^3} \qquad \text{(I.189)}$$

$$B_y = -\frac{i \mu_0 I}{\pi \gamma_1 y^2} \qquad \text{(I.190)}$$

Una de las consecuencias más importantes de los párrafos anteriores es que, en la zona lejana y sobre terreno homogéneo, las componentes eléctricas y magnéticas de los campos producidos por los diversos tipos de emisor que se han considerado, decrecen según una potencia sencilla de la distancia, cuyo grado está comprendido entre 2 y 5.

Ello se refiere al campo en la superficie del terreno, única considerada en los apartados que anteceden, por ser el que se observa en la ma-

yoría de los métodos prospectivos. En el interior del terreno, los cálculos de VAN'YAN (1967) demuestran que el campo decrece exponencialmente con la profundidad según la ley

$$C(z) = C_0 \, e^{-\gamma_1 z} = C_0 \, e^{-az} \, e^{-ibz} \qquad \text{(I.191)}$$

donde C es cualquier componente eléctrica o magnética y C_0 el valor de la misma en la superficie del terreno.

Resulta de esta fórmula que, en la zona lejana, las superficies equifásicas de las diversas componentes son planos horizontales. Estos planos, sin embargo, no son superficies de igual amplitud de onda, pues a lo largo de cada una de ellas, la amplitud decrece con la distancia al emisor según la misma ley que en superficie.

En conjunto, según se hace notar VAN'YAN (1967), el campo de una fuente situada en la superficie del terreno se compone de dos partes, una que varía exponencialmente con la distancia y que es prácticamente inexistente cuando esta es superior a una longitud de onda, y otra que decrece según una potencia sencilla de la distancia, y penetra en el terreno atenuándose exponencialmente con la profundidad. Ocurre, además, según se verá más adelante, que la parte del campo citada en primer lugar, no está influida prácticamente por las características del terreno.

Capítulo II

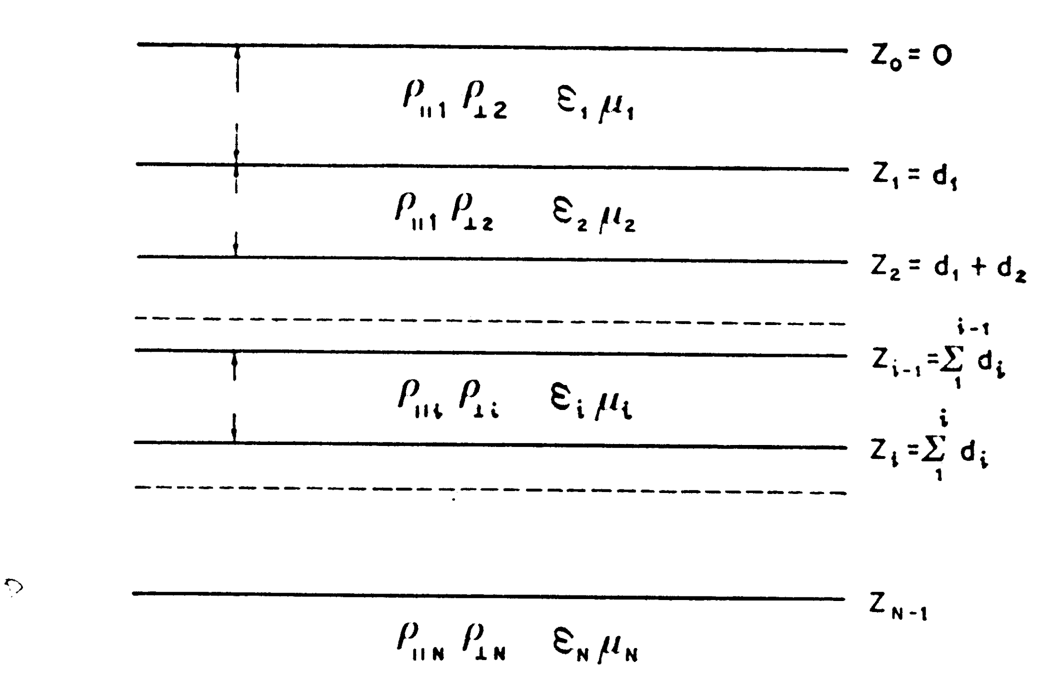
CAMPOS ELECTROMAGNETICOS EN MEDIOS ESTRATIFICADOS

II.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Para las aplicaciones prácticas de los sondeos electromagnéticos, del mismo modo que en los de corriente continua, las estructuras más interesantes son las compuestas por un conjunto de capas paralelas entre sí y a la superficie del terreno, cada una de las cuales es homogénea en lo que respecta a las propiedades electromagnéticas. La preferencia dada a este tipo de estructuras proviene, por una parte, de que representa cortes geológicos muy frecuentes en la naturaleza y por otra de que su estudio matemático es relativamente sencillo.

Los medios estratificados considerados aquí son los mismos que se estudiaron en PGI, con la diferencia de que cada capa se caracteriza no sólo por su espesor d_i y su resistividad ρ_i, sino también por su constante dieléctrica ε_i y su permeabilidad μ_i (fig. II-1). Frecuentemente, estos parámetros aparecen combinados en la constante de propagación γ_i función de todos los de una misma capa, según se definió en el apartado I.10. Además, y por razones que se verán más adelante, en muchos casos es conveniente considerar cada capa como anisótropa transversal (PGI apartado II.10.9) al menos en lo que concierne a la resistividad. Según esto, a cada capa corresponderán dos resistividades, una transversal (vertical) $\rho_\perp$ y otra longitudinal (horizontal) $\rho_\parallel$. En correspondencia con ello existirán dos valores $\gamma_{\perp i}$ y $\gamma_{\parallel i}$ para la constante de propagación de cada capa.

Antes de considerar los medios estratificados de n capas, se estudiarán algunas importantes cuestiones previas.



Fg. II-1. Corte geoeléctrico de un medio estratificado, compuesto de capas con anisotropía transversal de eje vertical.

II.2 IMPEDANCIAS DE ONDA EN MEDIO HOMOGENEO

Schelkunof estableció una analogía muy interesante y útil entre la propagación de corriente sinusoidal a través de líneas de transmisión y la de ondas planas en medios homogéneos.

Considérese una línea de transmisión recorrida por corriente alterna de frecuencia ω. Los parámetros característicos por unidad de longitud de esta línea, serán por una parte, su resistencia óhmica R y su inductancia L, ambas en serie, y por otra, su conductancia G y su capacidad C, en paralelo. Por unidad de longitud existe, pues, una impedancia en serie $Z = R - i\omega L$ y una admitancia en paralelo $Y = G - i\omega C$. Las distancias a lo largo de la línea pueden medirse mediante la coordenada x. En cada punto de aquéllas existirá una intensidad de corriente $I = I_0 e^{-i\omega t}$ y un potencial $U = U_0 e^{-i\omega t}$. En la teoría de circuitos se demuestra que, en cada punto de la línea

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -ZI \qquad \frac{\partial I}{\partial x} = -YU \tag{II.1}$$

Este sistema de ecuaciones diferenciales admite la solución

$$I = N_1 e^{\pm iKx - i\omega t}$$

$$U = \pm Z_0 I \tag{II.2}$$

donde los signos positivos se refieren a la propagación en este sentido, y los negativos al opuesto. Las magnitudes K y Z_0 se denominan, respectivamente, *constante de propagación* e *impedancia característica,* y vienen definidas por las igualdades

$$K = i\,(Z\,Y)^{1/2}$$

$$Z_0 = \left(\frac{Z}{Y}\right)^{1/2} \tag{II.3}$$

Las dimensiones de estas magnitudes son respectivamente, nula y las de una resistencia. Z_0 se medirá, pues, en ohmios. La constante de propagación es compleja, por lo que puede escribirse

$$K = i\,(ZY)^{1/2} = \alpha + i\,\beta \tag{II.4}$$

Las magnitudes α y β se denominan, respectivamente, *constante* de *atenuación* y *constante de fase.* La igualdad de esta nomenclatura con la definida en el apartado I.10 se debe a la analogía indicada más arriba.

Dicha analogía se establece haciendo corresponder los vectores **E** y **H** de la onda a los escalares U e I de la línea. Si tomamos para los primeros un sistema cartesiano de coordenadas, cuyos ejes x e y coincidan con las direcciones de dichos vectores, lo que es posible dada la ortogonalidad de estos, sólo existirán las componentes E_x y H_y que, según las (I.57) y (I.61) podrán escribirse en la forma

$$E_x = i\omega L_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t}$$

$$H_y = \frac{B_y}{\mu} = \frac{i\gamma}{\mu} L_1\, e^{i\gamma z}\, e^{-i\omega t} \tag{II.5}$$

a las cuales corresponden, en la línea de transmisión, las

$$U = Z_0\, N_1\, e^{\pm iKx - i\omega t}$$

$$I = N_1\, e^{iKx - i\omega t} \tag{II.6}$$

que resultan directamente de las (II.2) Por derivación se obtienen las homólogas de las (II.1) que serán (*)

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = i\omega\mu\, H_y$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{i\gamma^2}{\omega\mu} E_x = i\,(\omega\varepsilon + i\sigma)\, E_x \tag{II.7}$$

(*) Se obtienen los mismos resultados cuando la onda se propaga en el sentido negativo del eje Z. En tal caso, H_y lleva el signo negativo.

De estas se deduce que, para la propagación de ondas, a las magnitudes Z e Y, de la línea de transmisión corresponden las Z', Y' dadas por

$$Z' = -i\omega\mu \qquad Y' = -i(\omega\varepsilon + i\sigma) \tag{II.8}$$

y que las constantes K y γ se corresponden entre sí, puesto que

$$\gamma = i(Z'Y')^{1/2} = (\omega^2 \varepsilon\mu + i\omega\mu\sigma)^{1/2} \tag{II.9}$$

lo que, por otra parte, se deduce directamente por comparación de las (II.5) con las (II.6).

A la impedancia característica Z_0 corresponde, en la propagación de ondas, una magnitud representada por el mismo símbolo Z_0, que a veces se denomina *impedancia de onda* o, más concretamente, *impedancia intrínseca* del medio a través del cual se propagan las ondas. Según lo dicho, se tendrá,

$$Z_0 = \left(\frac{Z'}{Y'}\right)^{1/2} = \left(\frac{\omega\mu}{\omega\varepsilon + i\sigma}\right)^{1/2} = \frac{\omega\mu}{\gamma} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{H}} \tag{II.10}$$

Esta magnitud, cuyas dimensiones son las de una resistencia, por lo que se medirá en ohmios, suele considerarse en valor absoluto, y entonces

$$Z_0 = \left|\frac{\mathbf{E}}{\mathbf{H}}\right| = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} \ (*) \tag{II.11}$$

Cuando el medio es el vacío, se tiene que

$$Z_0 = \left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2} = 376{,}6\ \Omega \tag{II.12}$$

Este valor se denomina *impedancia del vacío.*

El lector, a la vista de la ecuación (II.10) habrá podido preguntarse si en vez de tomar como parámetro característico del medio la relación entre los vectores **E** y **H** no podría elegirse la que existe entre los **E** y **B**, ya que el último vector es el que realmente se mide, y no el **H.** Al proceder así, si se representa por V la nueva magnitud característica, será

$$V = \frac{E_x}{B_y} = \frac{Z_0}{\mu} = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{\omega}{(\omega^2\mu\varepsilon + i\mu\sigma\omega)^{1/2}} \tag{II.13}$$

Las dimensiones de V son las de una velocidad, según es fácil comprobar. Se trata, pues, de una velocidad compleja, que coincide con la de

(*) El signo menos que aparece en el último miembro obedece a que si se hace girar el sistema de coordenadas alrededor del eje z y hasta que el y coincida con **E**, **H** quedará sobre el eje negativo de las x.

fase en el caso de medios aislantes, y salvo una constante en la aproximación casi estacionaria, para el de medios conductores, según se deduce de las ecuaciones (I.53) y (I.54). Por lo tanto la velocidad intrínseca V podría sustituir a la impedancia Z_0 en muchos cálculos y teorías. El que no ocurra así, puede deberse, tanto a la confusión entre los vectores **H** y **B** debido al sistema de unidades de Gauss, como a que muchas de las investigaciones sobre estos temas han sido realizados por especialistas en Teoría de circuitos, para los que el concepto de impedancia es más inmediato y expresivo que el de velocidad.

Se debe hacer notar que las impedancias y velocidades intrínsecas no lo son en sentido estricto, puesto que dependen de la frecuencia.

II.3 REFLEXION Y REFRACCION DE ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Tiene bastante interés en la Prospección Geoeléctrica por campos variables, el fenómeno de la reflexión y refracción de las ondas electromagnéticas, cuando éstas pasan de un medio aislante a otro conductor, o de un conductor a otro de diferentes propiedades.

Consideremos medios diferentes 1 y 2, sobre cuya interfaz incide una onda electromagnética, según una trayectoria o rayo que forma un ángulo θ_0 con la normal de dicha interfaz. En general, la onda incidente se desdobla en una onda reflejada y otra refractada, como sucede en el caso particular de onda electromagnética constituido por las ondas luminosas. Como en la Optica geométrica, se denomina *plano de incidencia* al definido por la normal y el rayo, y *ángulo de incidencia, de reflexión* y de *refracción,* respectivamente, a los θ_0, θ_1, θ_2 definidos por la normal y los correspondientes rayos (fig. II-1).

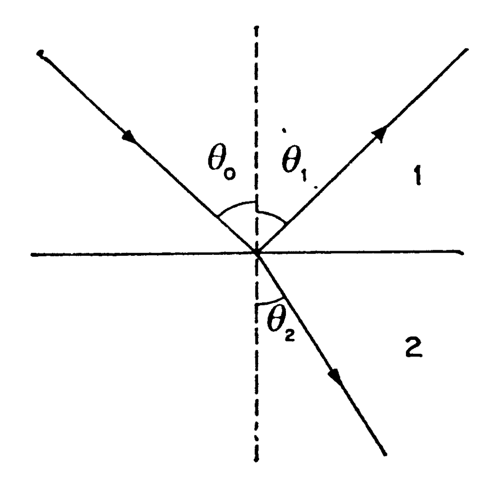


Fig. II-2. Reflexión y refracción de una onda electromagnética en la interfaz entre dos medios.

Las magnitudes aludidas, puramente geométricas, no determinan el problema por completo. En efecto, falta fijar el ángulo que los vectores

E y **H**, ortogonales entre sí y con la dirección de propagación, forman con el plano de incidencia. [redacted] En ambos casos se cumplen las igualdades

$$\theta_0 = \theta_1$$

$$\gamma_1 \operatorname{sen} \theta_0 = \gamma_2 \operatorname{sen} \theta_2 \tag{II.14}$$

según se demuestra, por ejemplo, en STRATTON (1941).

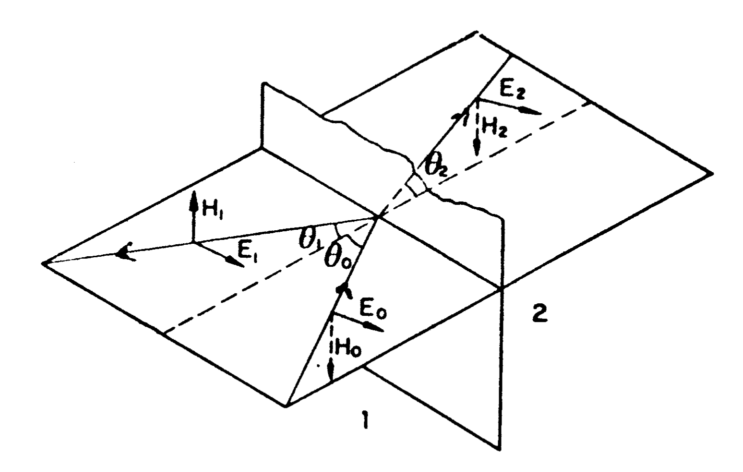


Fig. II-3. Onda electromagnética que se refracta en la interfaz entre dos medios, con el vector eléctrico **E** en el plano de incidencia

En el caso en que el vector $\mathbf{E}_0$ se encuentre en el plano de incidencia, se cumplen las ecuaciones

$$\mathbf{H}_1 = \frac{\mu_1 \gamma_2 \cos \theta_0 - \mu_2 \gamma_1 \cos \theta_2}{\mu_1 \gamma_2 \cos \theta_0 + \mu_2 \gamma_1 \cos \theta_2} \mathbf{H}_0$$

$$\mathbf{H}_2 = \frac{\mu_1 \gamma_2 (\cos \theta_0 + \cos \theta_1)}{\mu_1 \gamma_2 \cos \theta_1 + \mu_2 \gamma_1 \cos \theta_2} \mathbf{H}_0 \tag{II.15}$$

de donde, sustituyendo θ_1 y θ_2 por sus valores en función de γ dadas por las (II.14) resulta

$$\mathbf{H}_1 = \frac{\mu_1 \gamma_2^2 \cos \theta_0 - \mu_2 \gamma_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2}}{\mu_1 \gamma_2^2 \cos \theta_0 + \mu_2 \gamma_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2}} \mathbf{H}_0$$

$$\mathbf{H}_2 = \frac{2 \mu_1 \gamma_2^2 \cos \theta_0}{\mu_1 \gamma_2^2 \cos \theta_0 + \mu_2 \gamma_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2}} \mathbf{H}_0 \tag{II.16}$$

Cuando el vector E es normal al plano de incidencia las ecuaciones aplicables son

$$
\begin{aligned}
E_1 &= \frac{\mu_2 \gamma_1 \cos\theta_0 - \mu_1 \gamma_2 \cos\theta_2}{\mu_2 \gamma_1 \cos\theta_1 + \mu_1 \gamma_2 \cos\theta_2} E_0 \\
E_2 &= \frac{\mu_2 \gamma_1 (\cos\theta_0 - \cos\theta_1)}{\mu_2 \gamma_1 \cos\theta_1 + \mu_1 \gamma_2 \cos\theta_2} E_0
\end{aligned}
\qquad \text{(II.17)}
$$

que, del mismo modo que las anteriores, combinadas con las (II.14) dan

$$
\begin{aligned}
E_1 &= \frac{\mu_2 \gamma_1 \cos\theta_0 - \mu_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2\theta_0)^{1/2}}{\mu_2 \gamma_1 \cos\theta_0 + \mu_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2\theta_0)^{1/2}} E_0 \\
E_2 &= \frac{2 \mu_2 \gamma_1 \cos\theta_0}{\mu_2 \gamma \cos\theta_0 + \mu_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2\theta_0)^{1/2}} E_0
\end{aligned}
\qquad \text{(II.18)}
$$

Las ecuaciones (II.15) y (II.17) fueron deducidas en la primera mitad del siglo XIX por el físico francés Fresnel, por lo que llevan su nombre. [redacted]

[redacted]

$$
\begin{aligned}
E_1 &= \frac{\mu_2 \gamma_1 - \mu_1 \gamma_2}{\mu_2 \gamma_1 + \mu_1 \gamma_2} E_0 \\
E_2 &= \frac{2 \mu_2 \gamma_1}{\mu_2 \gamma_1 + \mu_1 \gamma_2} E_0 \\
H_1 &= \frac{\mu_1 \gamma_2 - \mu_2 \gamma_1}{\mu_2 \gamma_1 + \mu_1 \gamma_2} H_0 \\
H_2 &= \frac{2 \mu_1 \gamma_2}{\mu_2 \gamma_1 + \mu_1 \gamma_2} H_0
\end{aligned}
\qquad \text{(II.19)}
$$

II.4 COEFICIENTES DE REFLEXION

La relación entre las amplitudes del campo eléctrico incidente y el reflejado se denomina *coeficiente de reflexión* y se representa por la letra *r*. El valor de este coeficiente depende del ángulo entre E_0 y el plano de incidencia, por lo que habrá que considerar dos coeficientes principales $r_{\parallel}$ y $r_{\perp}$ según que el vector eléctrico sea paralelo o normal a dicho plano.

El valor de $r_{\parallel}$ se deduce de las (II.10) y (II.16) intercalando un signo menos por el cambio de sentido del ángulo *E-H* (fig. II-4). Se tendrá, pues,

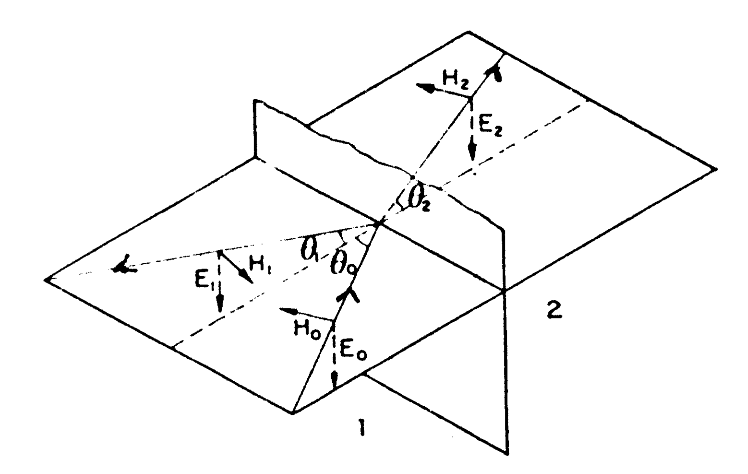


Fig. II-4. El mismo fenómeno de la figura anterior, con el vector magnético en el plano de incidencia.

$$r_{\parallel} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{E}_0} = -\frac{\mathbf{H}_1}{\mathbf{H}_0} = \frac{\mu_2 \gamma_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2} - \mu_1 \gamma_2^2 \cos \theta_0}{\mu_1 \gamma_2^2 \cos \theta_0 + \mu_2 \gamma_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2}} \qquad \text{(II.20)}$$

mientras que $r_{\perp}$ en virtud de la primera de las (II.18) valdrá

$$r_{\perp} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{E}_0} = \frac{\mu_2 \gamma_1 \cos \theta_0 - \mu_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen} \theta)^{1/2}}{\mu_2 \gamma_1 \cos \theta + \mu_2 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta)^{1/2}} \qquad \text{(II.21)}$$

En el caso de incidencia normal, $\theta_0 = 0$ y las dos fórmulas se reducen a una

$$r = \frac{\mu_2 \gamma_1 - \mu_1 \gamma_2}{\mu_1 \gamma_2 + \mu_2 \gamma_1} \qquad \text{(II.22)}$$

En general, los coeficientes de reflexión son complejos, lo que expresa la existencia de una diferencia de fase entre la onda incidente y la reflejada.

Los mencionados coeficientes expresan la relación entre amplitudes; cuando interesa considerar energías, como estas son proporcionales al cuadrado de las amplitudes, se utiliza un coeficiente de reflexión R tal que

$$R = |r|^2 \qquad \text{(II.23)}$$

y que representa la fracción reflejada, de la energía incidente.

Las fórmulas (I.20) y (I.21) pueden expresarse en función de las impedancias de onda Z_1, Z_2 de los dos medios.

En efecto, según la (II.10) la impedancia intrínseca en el medio de índice i es,

$$Z_i = \frac{\omega \mu_i}{\gamma_i} \qquad \text{(II.24)}$$

Llevando este valor a las referidas ecuaciones se obtiene

$$r_{\parallel} = \frac{Z_2 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2} - Z_1 \gamma_2 \cos \theta_0}{Z_2 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2} + Z_1 \gamma_2 \cos \theta_0} =$$

$$= \frac{Z_2 (1 - m^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2} - Z_1 \cos \theta_0}{Z_2 (1 - m^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2} + Z_1 \cos \theta_0}$$

$$r_{\perp} = \frac{Z_2 \gamma_2 \cos \theta_0 - Z_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2}}{Z_2 \gamma_2 \cos \theta_0 + Z_1 (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2}} = \tag{II,25}$$

$$= \frac{Z_2 \cos \theta_0 - Z_1 (1 - m^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2}}{Z_2 \cos \theta_0 + Z_1 (1 - m^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2}}$$

con

$$m = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}. \tag{II.26}$$

Algunos autores utilizan la notación

$$u_1 = \gamma_1 \cos \theta_0$$

$$u_2 = \gamma_2 (1 - m^2 \operatorname{sen}^2 \theta_0)^{1/2} = (\gamma_2^2 - \gamma_1^2 \operatorname{sen} \theta_0)^{1/2}$$

con lo que resulta, de las (II.20) y (II.21)

$$r_{\parallel} = \frac{\mu_2 u_2 \gamma_1^2 - \mu_1 u_1 \gamma_2^2}{\mu_2 u_2 \gamma_1^2 + \mu_1 u_1 \gamma_2^2}$$

$$r_{\perp} = \frac{\mu_2 u_1 - \mu_1 u_2}{\mu_2 u_1 + \mu_1 u_2} \tag{II.27}$$

Si la incidencia es normal, las fórmulas anteriores se reducen a

$$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{\mu_2 \gamma_1 - \mu_1 \gamma_2}{\mu_2 \gamma_1 + \mu_1 \gamma_2} \tag{II.28}$$

Obsérvese la semejanza entre las últimas expresiones de r y la definición del factor de reflexión K (PGI, apartado IV.6.1).

II.5 PROPAGACION DE ONDAS PLANAS A TRAVES DE UN MEDIO ESTRATIFICADO, EN INCIDENCIA NORMAL

II.5.1 Introducción

El estudio de la propagación de ondas planas a través de un medio conductor estratificado tiene gran interés en la teoría de los SEM. La

importancia de los medios estratificados en la prospección geoeléctrica proviene de que éstos constituyen modelos muy aceptables para muchas estructuras geológicas, según se expone en el capítulo IV de PGI. El considerar las ondas como incidentes normalmente sobre las interfaces o contactos entre las diferentes capas, no sólo es mucho más sencillo matemáticamente, sino que constituye el caso más importante y frecuente. En efecto, dado el enorme contraste de propiedades físicas entre el aire y la primera capa del terreno, cualquier onda electromagnética incidente sobre éste, aun con ángulo grande, sufre una refracción tan fuerte que se propaga en el terreno en dirección prácticamente normal a la estratificación. En cuanto a considerar las ondas como planas, aparte de la simplificación matemática que ello representa, puede hacerse siempre a distancia suficientemente grande de la fuente. Por otra parte, otros tipos de onda pueden componerse mediante una sucesión de ondículas planas.

La onda electromagnética, al propagarse dentro de un medio estratificado, va perdiendo amplitud. Por una parte, al llegar a una interfaz, parte de la energía es rechazada por reflexión. Por otra parte, dentro de cada capa, y conforme va penetrando en ella, la onda va atenuándose por efecto de la absorción de energía por el medio, según se explicó en el apartado I.13.

En lo que sigue se definen, siguiendo a STRATTON (1941) y a WARD (1967), el coeficiente de transmisión de una capa, y la impedancia de onda de un medio estratificado.

II.5.2 Coeficiente de transmisión de una capa

Considérese un medio estratificado, compuesto por dos semiespacios homogéneos, cuyas constantes de propagación son respectivamente γ_1 y γ_3, separados por una capa de espesor d cuya constante es γ_2 (fig. II-5). Sobre la primera incide normalmente una onda electromagnética plana, que será parcialmente reflejada por la interfaz.

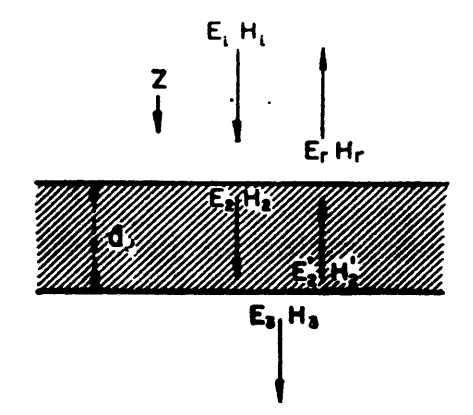


Fig. II-5. Propagación de una onda electromagnética plana a través de una capa normal a ella, de características diferentes a la del medio en que se halla

Si se toma un sistema cartesiano de coordenadas con su eje z normal a las interfaces, y los x e y dirigidos respectivamente según los vectores

E y **H** podrá escribirse, según las (I.50), (I.57) y (I.61) y para el primer medio,

$$E_1 = (E_{ix}\, e^{i\gamma_1 z} + E_{rx}\, e^{-i\gamma_1 z})\, e^{-i\omega t}$$
$$H_1 = (H_{iy}\, e^{i\gamma_1 z} + H_{ry}\, e^{-i\gamma_1 z})\, e^{-i\omega t} \qquad \text{(II.29)}$$

donde los subíndices i y r aluden a la onda incidente y a la reflejada. El signo de los exponentes donde figura z ha de tomarse contrario, para una y otra, por ser opuestos los sentidos de propagación.

De la primera ecuación de Maxwell para campos sinuosidales (apartado I.19)

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\mu\omega\, \mathbf{H} \qquad \text{(I.14 a)}$$

se deduce

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = i\omega\mu\, H_y \qquad \text{(II.30)}$$

Sustituyendo en ésta la (II.29) y suprimiendo factores constantes, resulta

$$\gamma_1 (E_{ix}\, e^{i\gamma_1 z} - E_{rx}\, e^{-i\gamma_1 z}) = \omega\mu\, (H_{iy}\, e^{i\gamma_1 z} + H_{ry}\, e^{-i\gamma_1 z})$$

o sea

$$(\gamma_1 E_{ix} - \omega\mu_1 H_{iy})\, e^{i\gamma_1 z} = (\gamma_1 E_{rx} + \omega\mu\, H_{ry})\, e^{-i\gamma_1 z}$$

que sólo puede cumplirse para todo z si los coeficientes de las exponenciales son nulas, de donde se deduce,

$$E_{ix} = \frac{\omega\mu_1}{\gamma_1} H_{iy} = Z_1 H_{iy}$$
$$E_{rx} = -\frac{\omega\mu_1}{\gamma_1} H_{ry} = -Z_1 H_{ry} \qquad \text{(II.32)}$$

Análogamente, se tiene en el segundo medio

$$E_2 = (E_{2x}\, e^{i\gamma_2 z} + E'_{2x}\, e^{-i\gamma_2 z})\, e^{-i\omega t}$$
$$H_2 = (H_{2y}\, e^{i\gamma_2 z} + H'_{2y}\, e^{-i\gamma_2 z})\, e^{-i\omega t}$$

donde las amplitudes no acentuadas corresponden a la onda descendente, y las que llevan acento, a la ascendente o reflejada. Teniendo en cuenta los resultados anteriores, estas ecuaciones pueden escribirse así:

$$E_2 = (E_{2x}\, e^{i\gamma_2 z} + E'_{2x}\, e^{-i\gamma_2 z})\, e^{-i\omega t}$$
$$H_2 = \frac{1}{Z_2} (E_{2x}\, e^{i\gamma_2 z} - E'_{2x}\, e^{-i\gamma_2 z})\, e^{-i\omega t} \qquad \text{(II.33)}$$

En el tercer medio, donde sólo hay onda descendente, se cumplirá que

$$E_3 = E_{3x}\, e^{i\gamma_3 z}\, e^{-i\omega t}$$
$$H_3 = \frac{1}{Z_3} E_3 \qquad \text{(II.34)}$$

Para relacionar entre sí las amplitudes eléctricas y magnéticas en los diversos medios, habrá que utilizar las condiciones de contorno (I.90) y (I.93) en lo que se refiere a las componentes tangenciales y en ausencia de corrientes en las superficies límites. Se tendrá, pues,

$$E'_{\parallel} = E''_{\parallel} \qquad \text{(I.90)}$$

$$H'_{\parallel} = H''_{\parallel} \qquad \text{(I.93)}$$

Sustituyendo en éstas las fórmulas anteriores, y tomando como origen de la coordenada z la interfaz entre los medios 1 y 2 se obtienen las ecuaciones

$$E_{ix} + E_{rx} = E_{2x} + E'_{2x}$$
$$E_{ix} - E_{rx} = \frac{Z_1}{Z_2}(E_{2x} - E'_{2x})$$

para la primera interfaz, y las

$$E_{2x}\, e^{i\gamma_2 d} + E'_2\, e^{-i\gamma_2 d} = E_{3x}\, e^{i\gamma_3 d}$$
$$E_{2x}\, e^{i\gamma_2 d} - E'_2\, e^{-i\gamma_2 d} = \frac{Z_2}{Z_3}\, e^{i\gamma_3 d}$$

para la segunda. A fin de simplificar la notación se puede poner

$$Z_{jk} = \frac{Z_j}{Z_k}. \qquad \text{(II.35)}$$

Por otra parte, y con el mismo fin, pueden suprimirse las x de los subíndices, ya que el eje correspondiente se ha tomado en la dirección del campo. Resulta así el sistema

$$E_i + E_r = E_2 + E'_2$$
$$E_i - E_r = Z_{12}(E_2 - E'_2)$$
$$E_2\, e^{i\gamma_2 d} - E'_2\, e^{-i\gamma_2 d} = Z_{23}\, e^{i\gamma_3 d} \qquad \text{(II.36)}$$
$$E_2\, e^{i\gamma_2 d} + E'_2\, e^{-i\gamma_2 d} = E_3\, e^{i\gamma_3 d}$$

Por medio de este sistema pueden expresarse las amplitudes E_r y E_3 de las ondas reflejada y transmitida (a través de la capa) en función de la

amplitud incidente E_i. Despejando en él las referidas magnitudes resultan las fórmulas

$$E_r = \frac{(1 - Z_{12})(1 + Z_{23}) + (1 + Z_{12})(1 - Z_{23})\, e^{2i\gamma_2 d}}{(1 + Z_{12})(1 + Z_{23}) + (1 - Z_{12})(1 - Z_{23})\, e^{2i\gamma_2 d}} \, E_i$$

$$E_3 = \frac{4\, e^{-i\gamma_3 d}}{(1 - Z_{12})(1 - Z_{23})\, e^{i\gamma_2 d} + (1 + Z_{12})(1 + Z_{23})\, e^{-i\gamma_2 d}} \, E_i \qquad \text{(II.37)}$$

Para expresar estas de modo más sencillo, se definen las relaciones

$$r_{jk} = - r_{kj} = \frac{Z_k - Z_j}{Z_k + Z_j} = \frac{1 - Z_{kj}}{1 + Z_{jk}} \qquad \text{(II.38)}$$

mediante las cuales, las (II.37) toman la forma

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{r_{12} + r_{23}\, e^{2i\gamma_2 d}}{1 + r_{12}\, r_{23}\, e^{2i\gamma_2 d}}$$

$$\frac{E_3}{E_i} = \frac{1}{(1 + Z_{12})(1 + Z_{23})} \, \frac{4\, e^{i(\gamma_2 - \gamma_3)d}}{(1 + r_{12}\, r_{23}\, e^{2i\gamma_2 d})} \qquad \text{(II.39)}$$

Cada unidad de energía incidente sobre la capa de índice 2 se descompone en dos partes, una reflejada

$$R = \left| \frac{E_r}{E_i} \right|^2 \qquad \text{(II.40)}$$

y otra, transmitida a través del tercer medio

$$T = \left| \frac{E_3}{E_i} \right|^2 \qquad \text{(II.41)}$$

sin contar con la absorbida por la capa.

Los factores R y T pueden expresarse en función de las constantes de atenuación y fase de cada medio. Las fórmulas correspondientes, bastante complicadas, se encuentran en STRATTON (1941).

II.5.3 Lemas sobre funciones hiperbólicas

En el resto de este capítulo aparecen con frecuencia fórmulas cuyo manejo se simplifica si se las transforma en combinaciones de funciones hiperbólicas. Aunque tales transformaciones podrían efectuarse en todos sus pasos cada vez que fuese necesario, parece más cómodo para el lector, el establecerlas de modo general en una serie de lemas. Así, cada vez que haya que aplicar alguna de dichas transformaciones bastará con hacer referencia al lema correspondiente.

Conviene indicar que la expresión de ciertas magnitudes como funciones hiperbólicas fue utilizada en el capítulo IV de PGI, en relación con la función característica, la cual aparecerá más adelante, dentro de este capítulo, como caso particular de funciones más generales.

a) *Lema I.* Todo cociente de la forma $(A + B)/(A - B)$ puede expresarse como cotangente hiperbólica,

$$\frac{A+B}{A-B} = \mathrm{Cth}\left[\ln\left(\frac{A}{B}\right)^{1/2}\right] \tag{II.42}$$

En efecto, si se define una magnitud u tal que

$$u = \frac{1}{2}\ln\frac{A}{B} = -\ln\left(\frac{A}{B}\right)^{1/2} \tag{II.43}$$

se tiene que

$$\frac{A+B}{A-B} = \frac{1+\dfrac{B}{A}}{1-\dfrac{B}{A}} = \frac{1+e^{-2u}}{1-e^{-2u}} = \frac{e^{u}+e^{-u}}{e^{u}-e^{-u}} = \mathrm{Cth}\, u =$$

$$= \mathrm{Cth}\left[\ln\left(\frac{A}{B}\right)^{1/2}\right]$$

b) *Lema II.* Toda expresión de la forma

$$\frac{1+A\,e^{-2x}}{1-A\,e^{-2x}}$$

puede considerarse como cotangente hiperbólica de $(x - 1/2\ln A)$.

Procediendo como en el lema anterior, y siendo $2u = \ln A$,

$$\frac{1+A\,e^{-2x}}{1-A\,e^{-2x}} = \frac{1+e^{2u-2x}}{1-e^{2u-2x}} = \frac{e^{x-u}+e^{-(x-u)}}{e^{x-u}-e^{-(x-u)}} =$$

$$= \mathrm{Cth}\,(x-u) = \mathrm{Cth}\left(x - \frac{1}{2}\ln A\right) \tag{II.44}$$

Las expresiones del tipo

$$\frac{A+B\,e^{-2x}}{A-B\,e^{-2x}}$$

pueden reducirse al caso anterior, dividiendo ambos términos por A. Entonces

$$\frac{A+B\,e^{-2x}}{A-B\,e^{-2x}} = \mathrm{Cth}\left(x - \frac{1}{2}\ln\frac{B}{A}\right) \tag{II.45}$$

En realidad, lo afirmado en este lema se deduce directamente del primero, pero es conveniente considerar estas formas particulares, dada su aplicación inmediata en cálculos posteriores.

c) *Lema III.* Las expresiones inversas a las consideradas como, por ejemplo $(A - B)/(A + B)$ pueden, análogamente, tomarse como tangentes hiperbólicas. Ello resulta directamente de que la tangente y la cotangente hiperbólicas de un mismo argumento son valores inversos.

Así, por ejemplo,

$$\frac{A - B\,e^{-2x}}{A + B\,e^{-2x}} = \mathrm{Th}\left(x - \frac{1}{2}\ln\frac{B}{A}\right)$$

d) *Lema IV.* Las expresiones del tipo

$$\frac{A + B\,\mathrm{Th}\,x}{B + A\,\mathrm{Th}\,x} \quad ; \quad \frac{A + B\,\mathrm{Cth}\,x}{B + A\,\mathrm{Cth}\,x}$$

pueden considerarse como tangentes o cotangentes hiperbólicas de un argumento adecuado.

En efecto, poniendo

$$\frac{A}{B} = \mathrm{Th}\,u \qquad (\text{si } A < B)$$

se tiene

$$\frac{A + B\,\mathrm{Th}\,x}{B + A\,\mathrm{Th}\,x} = \frac{\frac{A}{B} + \mathrm{Th}\,x}{1 + \frac{A}{B}\,\mathrm{Th}\,x} = \frac{\mathrm{Th}\,u + \mathrm{Th}\,x}{1 + \mathrm{Th}\,u \cdot \mathrm{Th}\,x} =$$

$$= \mathrm{Th}\,(u + x) = Th\left(x + \mathrm{Th}^{-1}\frac{A}{B}\right) \qquad \text{(II.46)}$$

Si ocurriese que $A > B$, no sería válido el cálculo anterior, ya que para cualquier valor de u, $\mathrm{Th}\,(u) \leqslant 1$. En tal caso, puede escribirse,

$$\frac{A}{B} = \mathrm{Cth}\,v$$

entonces

$$\frac{A + B\,\mathrm{Th}\,x}{B + A\,\mathrm{Th}\,x} = \frac{\mathrm{Cth}\,v + \mathrm{Th}\,x}{1 + \mathrm{Cth}\,v \cdot \mathrm{Th}\,x} = \frac{1 + \mathrm{Th}\,x \cdot \mathrm{Th}\,v}{\mathrm{Th}\,v + \mathrm{Th}\,x}$$

$$= \frac{1}{\mathrm{Th}\,(u + x)} = \mathrm{Cth}\,(v + x) = \mathrm{Cth}\left(x + \mathrm{Cth}^{-1}\frac{A}{B}\right) \qquad \text{(II.47)}$$

Análogamente resulta que

$$\frac{A + B \operatorname{Cth} x}{B + A \operatorname{Cth} x} = \operatorname{Cth}(v + x) = \operatorname{Cth}\left(x + \operatorname{Th}^{-1}\frac{A}{B}\right) (\text{Para } A < B)$$

$$\frac{A + B \operatorname{Cth} x}{B + A \operatorname{Cth} x} = \operatorname{Th}\left(x + \operatorname{Cth}^{-1}\frac{A}{B}\right) (\text{si } A > B) \qquad \text{(II.48)}$$

No es difícil aplicar transformaciones del mismo tipo a expresiones análogas a las consideradas.

II.5.4 Impedancias de onda en medios estratificados

La definición de impedancia de onda dada más arriba se refiere a la propagación de ondas planas a través de un medio homogéneo indefinido. Cuando el medio no es de esta índole, no puede mantenerse la misma definición. Por ejemplo, en el corte de tres capas considerado en el apartado II.5.2, y para el segundo medio, se tiene, dividiendo entre sí las dos ecuaciones (II.33)

$$Z_2' = \frac{E_2}{H_2} = Z_2 \frac{E_{2x} e^{i\gamma_2 z} + E_{2x}' e^{-i\gamma_2 z}}{E_{2x} e^{i\gamma_2 z} - E_{2x}' e^{-i\gamma_2 z}} \qquad \text{(II.49)}$$

que depende de z y, en general, no es igual a Z_2.

Las condiciones de contorno (I.90) y (I.93) que implican la continuidad de las componentes tangenciales en la superficie de separación, aplicadas a la interfaz de los medios 2 y 3, dan, según se vio,

$$E_{2x} e^{i\gamma_2 d} + E_{2x}' e^{-i\gamma_2 d} = E_{3x} e^{i\gamma_3 d}$$

$$\frac{1}{Z_2}(E_{2x} e^{i\gamma_2 d} - E_{2x}' e^{-i\gamma_2 d}) = \frac{1}{Z_3} E_{3x} e^{i\gamma_3 d}$$

igualdades que, sustituidas en la (II.49) dan

$$(Z_2')_d = Z_3 \qquad \text{(II.50)}$$

que nos dice que, en la interfaz 2-3 la impedancia de onda es igual a la intrínseca del tercer medio, Z_3.

Para calcular la impedancia de onda (Z_2) en la interfaz entre los medios 1 y 2, o sea, para $z = 0$, puede comenzarse por particularizar la (II.49) para $z = 0$, con lo que resulta

$$(Z_2')_0 = \left(\frac{E_2}{H_2}\right)_0 = \frac{E_{2x} + E_{2x}'}{E_{2x} - E_{2x}'} Z_2 \qquad \text{(II.51)}$$

y, por aplicación del lema I del apartado anterior, se tiene

$$(Z_2')_0 = Z_2 \operatorname{Cth} u$$

siendo $u = \ln \left(\frac{E_{2x}}{E'_{2x}} \right)^{1/2}$

y, por lo tanto,

$$\mathrm{Cth}^{-1} \frac{(Z'_2)_0}{Z_2} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E_{2x}}{E'_{2x}} \right) \qquad \text{(II.52)}$$

Por otra parte, particularizando la (II.49) para $z = d$, será

$$(Z'_2)_d = Z_3 = Z_2 \frac{E_{2x}\, e^{i\gamma_2 d} + E'_{2x}\, e^{-i\gamma_2 d}}{E_{2x}\, e^{i\gamma_2 d} - E'_{2x}\, e^{-i\gamma_2 d}} = Z_2 \frac{1 + \dfrac{E'_{2x}}{E_{2x}} e^{-2i\gamma_2 d}}{1 - \dfrac{E'_{2x}}{E_{2x}} e^{-2i\gamma_2 d}} =$$

$$= Z_2 \,\mathrm{Cth} \left[i\gamma_2 d + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E_{2x}}{E'_{2x}} \right) \right] = Z_2 \,\mathrm{Cth} \left[i\gamma_2 d + \mathrm{Cth}^{-1} \frac{(Z'_2)_0}{Z_2} \right] = Z_3 \qquad \text{(II,53)}$$

donde se han aplicado el lema II, y la (II.52). Esta fórmula da el valor de la impedancia de onda en la interfaz inferior de una capa en función de la impedancia en la interfaz superior, para incidencia normal.

Para los usos prácticos es conveniente invertir la fórmula (II.53), lo que se hace mediante los pasos siguientes:

$$\mathrm{Cth}^{-1} \frac{Z_3}{Z_2} = i\gamma_2 d + \mathrm{Cth}^{-1} \frac{(Z'_2)_0}{Z_3}$$

$$\mathrm{Cth}^{-1} \frac{(Z'_2)_0}{Z_2} = -i\gamma_2 d + \mathrm{Cth}^{-1} \frac{Z_3}{Z_2}$$

$$(Z'_2)_0 = Z_2 \,\mathrm{Cth} \left(-i\gamma_2 d + \mathrm{Cth}^{-1} \frac{Z_3}{Z_2} \right) \qquad \text{(II.54)}$$

En la aplicación de esta última fórmula a medios estratificados de n capas, será conveniente seguir la notación usual, dando el índice 0 a la atmósfera, el 1 a la primera capa, y así sucesivamente. Entonces, la fórmula (II.54) se escribirá de esta forma:

$$Z'_1 = Z_1 \,\mathrm{Cth} \left(-i\gamma_1 d_1 + \mathrm{Cth}^{-1} \frac{Z_2}{Z_1} \right) \qquad \text{(II.55)}$$

donde Z'_1 es la impedancia de onda en la superficie del terreno. Si el corte tuviese más de dos capas, Z_2 habrá de sustituirse por la impedancia Z'_2 en el muro de la segunda capa, que será función del corte subyacente. En general, para el techo de la capa i se tendrá

$$Z_i' = Z_i \operatorname{Cth}\left(-i \gamma_i d_i + \operatorname{Cth}^{-1} \frac{Z'_{i+1}}{Z_i}\right) \tag{II.56}$$

donde d_i es el espesor de la capa considerada.

Aplicando sucesivamente esta fórmula, y comenzando por la última capa, puede calcularse la impedancia en la superficie del terreno. Así, para un corte de tres capas se tendría:

$$\begin{aligned} Z_3' &= Z_3 \\ Z_2' &= Z_2 \operatorname{Cth}\left(-i \gamma_2 d_2 + \operatorname{Cth}^{-1} \frac{Z_3'}{Z_2}\right) \\ Z_1' &= Z_1 \operatorname{Cth}\left(-i \gamma_1 d_1 + \operatorname{Cth}^{-1} \frac{Z_2'}{Z_1}\right) \end{aligned} \tag{II.57}$$

Este sistema recurrente puede ser reducido a una sola ecuación, por sustituciones sucesivas de cada una de ellas en la siguiente, con lo que que resulta:

$$Z_1' = Z_1 \operatorname{Cth}\left\{-i \gamma_1 d_1 + \operatorname{Cth}^{-1}\left[\frac{Z_2}{Z_1} \operatorname{Cth}\left(-i \gamma_2 d_2 + \operatorname{Cth}^{-1} \frac{Z_3}{Z_2}\right)\right]\right\} \tag{II.58}$$

y, en general, para n capas:

$$Z_1' = Z_1 \operatorname{Cth}\left\{-i \gamma_1 d_1 + \operatorname{Cth}^{-1}\left[\frac{Z_2}{Z_1} \operatorname{Cth}\left(-i \gamma_2 d_2 + \ldots + \operatorname{Cth}^{-1} \frac{Z_n}{Z_{n-i}}\right)\right]\right\} \tag{II.59}$$

Esta expresión es formalmente idéntica al algoritmo de Van'yan, definido en el apartado IV.17.4 de PGI, y que volverá a aparecer más adelante.

Es de gran importancia el hacer notar que, de acuerdo con lo dicho en el lema IV del apartado anterior, si al efectuar el cálculo de la (II.59) alguno de los argumentos de Cth^{-1} resultase menor que la unidad, se sustituye esta función por Th^{-1} y se hace lo propio con la Cth anterior, que habrá de cambiarse por Th.

WARD (1967) llega a una fórmula que, en la notación aquí seguida es

$$Z'_i = -Z_i \frac{Z'_{i+1} + Z_i \operatorname{Th}(-i \gamma_i d_i)}{Z_i + Z'_{i+1} \operatorname{Th}(-i \gamma_i d_i)} \tag{II.60}$$

y que, por aplicación del lema IV, se reduce a la (II.56).

El mismo autor, en la publicación citada, estudia la impedancia de

onda en medios estratificados con anisotropía general, es decir, no transversal, problema que no se considerará aquí.

Por último, se indicará que cuando una onda electromagnética incide normalmente sobre el medio estratificado, la expresión (II.28) toma forma

$$r = \frac{Z_1' - Z_0}{Z_1' + Z_0} \tag{II.61}$$

donde Z_0 representa la impedancia de onda del vacío.

II.6 CAMPO ELECTROMAGNETICO EN LA SUPERFICIE DE UN MEDIO ESTRATIFICADO

II.6.1 Introducción

El problema de la determinación de los componentes del campo electromagnético en la superficie de un medio estratificado conocido, es múltiple, dado que depende del tipo de fuente empleado, y que el campo producido por cada una de ellas posee diversas componentes eléctricas y magnéticas.

La resolución de cualquiera de estos problemas no es sencilla, sino que requiere largos cálculos. Por esta causa, sólo se considerará aquí uno de los tipos de fuente que aparece más importante, que es el dipolo magnético vertical. Para los otros tipos de fuente se indicarán únicamente los resultados, sin su deducción, aunque con referencias bibliográficas que orienten al lector que desee conocer aquélla (*).

Se trata en realidad de un problema semejante al resuelto en PGI (apartados IV.6 a IV.10 y Apéndices 1 y 2) para el caso de corriente continua, por lo que el método de resolución es análogo, y consiste en la integración de una ecuación diferencial en derivadas parciales, con aplicación de las condiciones de contorno, es decir, por el método de Riemann. Las diferencias fundamentales con respecto a la corriente continua (que representa un caso particular) estriban en el mayor número de variables, en la aparición de nuevas condiciones de contorno, y en la utilización de potenciales vectoriales.

Según se ha dicho, sólo se considerará aquí el caso del dipolo magnético vertical, siguiendo la exposición de VAN'YAN (1967) que se basa en parte en trabajos anteriores de otros geofísicos soviéticos, como Tikhonov, Chetaev, Lipskaya, etc.

(*) El problema del dipolo eléctrico horizontal se trata en el Apéndice 3.

II.6.2 Dipolo magnético vertical

El planteamiento del problema se ha descrito, en términos generales, en el primer apartado de este capítulo. Concretando más, se indicará que la fuente está constituida en este caso por un dipolo magnético vertical, materializado por una bobina de radio pequeño y momento $m = nSI$, colocada a la altura a sobre la superficie frontera de dos semiespacios. Uno de ellos, el superior, representa la atmósfera, a la que se atribuyen las constantes electromagnéticas del vacío. El semiespacio inferior, que representa al terreno, se considera compuesto por capas homogéneas con anisotropía transversal.

El potencial más adecuado al problema es el potencial vector magnético $\mathbf{A}^*$ definido en el apartado I.5. En este caso, por razón de simetría, sólo existe la componente vertical A_z^*. Como el dipolo es oscilante, es decir, está recorrido por una corriente que varía sinusoidalmente con el tiempo, se cumplirá que

$$\nabla^2 \mathbf{A}^* + \gamma_2 \mathbf{A}^* = 0 \qquad \text{(I.39)}$$

ecuación que, por la causa indicada, se reducirá a

$$\frac{\partial^2 A_z^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z^*}{\partial z^2} + \gamma^2 A_z^* = 0 \qquad \text{(II.62)}$$

Dada la simetría del problema, es conveniente pasar a coordenadas cilíndricas. Como $\mathbf{A}^*$ sólo tiene una componente no nula, puede tratársele como un escalar, utilizando directamente la laplaciana en coordenadas cilíndricas. En esta desaparecerá la derivada respecto del azimut ψ, que es nula por razón de simetría. La (II.62) se escribirá, pues,

$$\frac{\partial^2 A_z^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial A_z^*}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_z^*}{\partial z^2} + \gamma^2 A_z^* = 0 \qquad \text{(II.63)}$$

Para integrar esta ecuación por separación de variables, habrá que poner

$$A_z^* = Z(z) \cdot R(r) \qquad \text{(II.64)}$$

con lo que la (II.63) se transforma en

$$Z\left[\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{dR}{dr}\right] + R\left[\gamma^2 Z + \frac{d^2Z}{dz^2}\right] = 0 \qquad \text{(II.65)}$$

o sea

$$-\frac{1}{R}\left[\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{dR}{dr}\right] = \frac{1}{Z}\left[\gamma^2 Z + \frac{d^2Z}{dz^2}\right]$$

que, por ser diferentes las variables, sólo podrá cumplirse si cada miembro es igual a un parámetro arbitrario λ^2. Se tiene por lo tanto:

$$\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{dR}{dr} + \lambda^2 R = 0 \tag{II.66}$$

$$\frac{d^2Z}{dz^2} - (\lambda^2 - \gamma^2)\,Z = 0 \tag{II.67}$$

cuyas soluciones respectivas son

$$R(r) = J_0(\lambda r)$$

$$Z(z) = L\,e^{uz} + M\,e^{-uz} \tag{II.68}$$

donde

$$u = (\lambda^2 - \gamma^2)^{1/2} \tag{II.69}$$

Cualquier combinación lineal de las (II.68) será solución de la (II.63) y, por lo tanto, lo será también, con gran generalidad, la

$$A_z^* = \int_0^\infty Z(z,\lambda)\,J_0(\lambda r)\,d\lambda. \tag{II.70}$$

Dentro de cada capa se tendrá una función diferente para el potencial vector, puesto que Z depende de γ que, en general, tomará en cada capa un valor diferente γ_i. En el semiespacio superior existe la fuente, que no se ha tenido en cuenta en la solución anterior, válida para la ecuación homogénea. Para resolver el problema en dicho semiespacio, habrá que sumar, a la solución general anterior, una solución particular de la no homogénea, con lo que se tendrá la general de ésta. La ecuación no homogénea pertinente ya fue considerada en el capítulo anterior, y es

$$\nabla^2 \mathbf{A}^* + \gamma_0^2\,\mathbf{A} = i\omega\mu\varepsilon\,\mathbf{M} \tag{I.68}$$

que tiene la solución

$$\mathbf{A}^* = \frac{i\omega\mu_0\varepsilon}{4\pi}\int_0^\infty \mathbf{M}\,\frac{e^{i\gamma_0 R}}{R}\,d\tau \tag{I.78}$$

que en este caso, teniendo en cuenta la (I.131) será

$$A_z^* = \frac{i\omega\mu_0\varepsilon}{4\pi}\,m\,\frac{e^{i\gamma_0(r^2+z^2)^{1/2}}}{(r^2+z^2)^{1/2}} \tag{II.71}$$

Esta solución particular del problema no homogéneo habrá de sumarse con la solución general (II.70) a fin de expresar debidamente el potencial en el semiespacio superior, pero conviene darle análoga forma de integral con los mismos límites y variables que dicha solución general, a fin de

obtener una solución más compacta, En el caso de corriente continua, para llegar a la integral de Stefanesco (PGI, apartado IV.6.2) se utilizó con este objeto la integral de Weber-Lipschitz; aquí puede emplearse la de Sommerfeld.

$$\frac{e^{i\gamma_0[r^2+(z+a)^2]^{1/2}}}{[r^2+(z^2+a)^2]^{1/2}} = \int_0^\infty \frac{\lambda}{(\lambda^2-\gamma_0^2)^{1/2}} e^{-(\lambda^2-\gamma_0^2)^{1/2}|z+a|} J_0(\lambda r)\, d\lambda =$$

$$= \int_0^\infty \frac{\lambda}{\mu_0} e^{-u_0|z+a|} J_0(\lambda r) d\lambda \qquad \text{(II.72)}$$

donde a es la altura del dipolo sobre la primera interfaz, o sea la superficie del terreno.

Según esto, el potencial vector A^*_{z0} en el semiespacio superior será

$$A^*_{z0} = \frac{i\omega\mu_0 m}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0|z+a|} + Z \right] J_0(\lambda r)\, dx \qquad \text{(II.73)}$$

mientras que, en las capas del semiespacio inferior, donde no es necesario incluir la solución (II.72) por no haber fuentes en ellas, se cumplirá que

$$A^*_{z0} = \frac{i\omega\mu\varepsilon m}{4\pi} \int_0^\infty Z_i J_0(\lambda r)\, d\lambda \qquad \text{(II.74)}$$

para $i \neq 0$.

La función Z que aparece en las dos últimas integrales, es la Z de la (II.70) dividida por los factores que anteceden a dichas integrales.

El paso siguiente es la determinación de las funciones Z_i por medio de las condiciones de contorno. Al propio tiempo hay que dilucidar cuál es el valor de γ_i que debe tomarse en las ecuaciones (II.62) a (II.69). En el semiespacio superior no hay ambigüedad, pues le corresponde el valor γ_0 que es la constante de propagación del vacío, pero en cada una de las capas que constituyen el semiespacio inferior (el terreno) existen dos constantes de propagación, pues se ha supuesto que todas presentan anisotropía transversal. Se tendrá pues, en cada una de ellas, una constante de propagación longitudinal

$$\gamma_{||i} = \left(\frac{i\omega\mu_0}{\rho_{||i}} \right)^{1/2} \qquad \text{(II.75)}$$

y otra transversal,

$$\gamma_{\perp i} = \left(\frac{i\omega\mu_0}{\rho_{\perp i}} \right)^{1/2} \qquad \text{(II.76)}$$

a la que corresponderán las dos magnitudes

$$u_i^2 = \lambda^2 - \gamma_{\| i}^2 \qquad \text{(II.77)}$$

$$\bar{u}_i = \lambda^2 - \gamma_{\perp i}^2 \qquad \text{(II.78)}$$

que sustituyen a la ecuación de definición (II.69).

Dada la simetría del problema, las corrientes inducidas en el subsuelo circularán en planos horizontales, por lo que **E** estará dirigido también horizontalmente. Por lo tanto, la segunda ecuación de Maxwell para corrientes sinusoidales (I.14 a; pág. 37) será en este caso,

$$\nabla \times \mathbf{H} = \left(\frac{1}{\rho_{\|}} - i\omega\varepsilon \right) \mathbf{E}$$

para cualquier capa del subsuelo. De aquí se deduce

$$\nabla \times \mathbf{B} = \left(\frac{\mu}{\rho_{\|}} - i\omega\varepsilon\mu \right) \mathbf{E}. \qquad \text{(II.79)}$$

Sustituyendo en esta la

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{A}^* \qquad \text{(II.80)}$$

que se obtiene directamente de la (I.6) resulta,

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\left(\frac{\mu}{\rho_{\|}\varepsilon} - i\omega\mu \right) \nabla \times \mathbf{A}^* = \frac{i\gamma_{\|}^2}{\omega\varepsilon} \nabla \times \mathbf{A}^*$$

Por lo tanto, al ser iguales (salvo un factor constante) los dos rotacionales, las dos magnitudes consideradas sólo podrán diferir en el gradiente de un potencial escalar U, y se tendrá

$$\mathbf{B}^* = \frac{i\gamma_{\|}^2}{\omega\varepsilon} \mathbf{A}^* - \nabla U^* \qquad \text{(II.81)}$$

Para determinar U^* puede utilizarse la ecuación

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mathbf{B} \qquad \text{(I.14 a)}$$

de la que se deduce, junto con la (II.80) y la (II.81)

$$\mathbf{B}^* = \frac{1}{i\omega} \nabla \times \mathbf{E} = \frac{1}{i\omega} \nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{A}^* \right) = \frac{i}{\omega\varepsilon} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}^* =$$

$$= \frac{i}{\omega\varepsilon} (\nabla \nabla \cdot \mathbf{A}^* - \nabla \cdot \nabla \mathbf{A}^*) = \frac{i\gamma_{\|}^2}{\omega\varepsilon} \mathbf{A}^* - \nabla U$$

o sea

$$\nabla \nabla \cdot \mathbf{A}^* - \nabla \cdot \nabla \mathbf{A}^* = \gamma_{\text{II}}^2 \mathbf{A}^* + i\omega\varepsilon \nabla U^*$$

y teniendo en cuenta la (II.62), resulta

$$U^* = \frac{\nabla \cdot \mathbf{A}^*}{i\omega\varepsilon} \qquad \text{(II.82)}$$

Como $\mathbf{A}^*$ sólo tiene la componente A_z será

$$\nabla \cdot \mathbf{A}^* = \frac{\partial A_z^*}{\partial z}$$

$$\nabla U^* = \frac{1}{i\omega\varepsilon}\left(\frac{\partial^2 A_z^*}{\partial r \partial z}\mathbf{r} + \frac{\partial^2 A_z^*}{\partial z^2}\mathbf{z}\right) \qquad \text{(II.83)}$$

Finalmente, según la (II.81) las componentes del campo magnético $\mathbf{B}^*$ serán

$$B_r^* = \frac{i}{\omega\varepsilon}\,\frac{\partial^2 A_z^*}{\partial r\,\partial z}$$

$$B_z^* = \frac{i\,\gamma_{\text{II}}^2}{\omega\varepsilon} A^* + \frac{i}{\omega\varepsilon}\,\frac{\partial^2 A_z^*}{\partial z^2} \qquad \text{(II.84)}$$

mientras que de la (II.80) se deduce,

$$E_\psi^* = \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{\partial A_z^*}{\partial r} \qquad \text{(II.85)}$$

La continuidad de las componentes tangenciales de E y B en las interfaces o superficies límites de las capas (apartado I.19), aplicada a las ecuaciones anteriores exige el cumplimiento de las condiciones

$$\frac{\partial^2 A_{z_1 i}^*}{\partial r\,\partial z} = \frac{\partial^2 A_{z_1 i+1}^*}{\partial r\,\partial z} \qquad \text{(II.86)}$$

$$\frac{\partial\, A_{z_1 i}^*}{\partial r} = \frac{\partial\, A_{z_1 i+1}^*}{\partial r} \qquad \text{(II.87)}$$

donde z_i es la profundidad de la interfaz que separa la capa de índice i de la $i + 1$. Como estas ecuaciones se cumplen para cualquier valor de r, cabe integrarlas, con lo que resulta

$$\frac{\partial A_{z_1 i}^*}{\partial z} = \frac{\partial A_{z_1 i+1}^*}{\partial z} \quad (z = z_i) \qquad \text{(II.88)}$$

$$A^*_{z_i} = A^*_{z_{i+1}} \qquad (z = z_i) \tag{II.89}$$

La cantidad entre corchetes que figura en la integral de la (II.73) es, explícitamente, según la (II.68)

$$\frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0|z+a|} + L_0 e^{u_0 z} + M_0 e^{-u_0 z} \tag{II.90}$$

pero, como los potenciales se anulan en el infinito, habrá de ser $M_0 = 0$, pues de lo contrario, el término correspondiente crecería indefinidamente con $Z \to -\infty$.

Por análogas razones, en la última capa, de índice n, habrá de ser

$$L_n = 0 \tag{II.91}$$

En la interfaz entre las capas i e $i + 1$ habrá de cumplirse, en virtud de la (II.89) que

$$L_i e^{u_i z_i} + M_i e^{-u_i z_i} = L_{i+1} e^{u_{i+1} z_i} + M_{i+1} e^{-u_{i+1} z_i} \tag{II.92}$$

Derivando la (II.90) respecto de z, se obtiene

$$Z_0' = -\lambda e^{-u_0|z+a|} + L_0 u_0 e^{uz} \tag{II.93}$$

y, haciendo lo propio con Z_1 resulta

$$Z_1' = u_1 (L_1 e^{-u_1 z} - M_1 e^{-u_1 z}) \tag{II.94}$$

mientras que, por la continuidad de A^* y de $\partial A_z/\partial z$ en $z = 0$, ocurrirá que

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 a} + L_0 = L_1 + M_1 = Z_1 \\ Z_0' &= -\lambda e^{-u_0 a} + u_0 L_0 = u_1 (L_1 - M_1) = Z_1' \end{aligned} \tag{II.95}$$

llamando Z_0 a la cantidad entre corchetes de la (II.73). Entonces,

$$\frac{Z_0'}{Z_0} = \frac{Z_1'}{Z_1} = \frac{-\lambda e^{-u_0 a} + u_0 L_0}{\frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 a} + L_0} \tag{II.96}$$

de donde puede despejarse

$$L_0 = e^{-u_0 a} \frac{\lambda \left(1 + \frac{1}{u_0} \frac{Z_0'}{Z_0}\right)}{u_0 - \frac{Z_0'}{Z_0}} \tag{II.97}$$

que, sustituida en la (II.95) da

$$Z_0 = \lambda\, e^{-u_0|a|}\left(\frac{1}{u_0} + \frac{1 + \dfrac{1}{u_0}\dfrac{Z_0'}{Z_0}}{u_0 - \dfrac{Z_0'}{Z_0}}\right) = \frac{2\lambda\, e^{-u_0|a|}}{u_0 - \dfrac{Z_0'}{Z_0}} = \frac{2\lambda\, e^{-u_0|a|}}{u_0 - \dfrac{Z_1'}{Z_1}} \tag{II.98}$$

Si se define ahora una variable Φ tal que

$$\frac{Z_i'}{Z_i} = \frac{u_i}{\Phi_i} \tag{II.99}$$

se tendrá, en la primera capa, recordando la (II.68)

$$\Phi_1 = u_1 \frac{Z_1'}{Z_1} = \frac{L_1\, e^{u_1 z} + M_1\, e^{-u_1 z}}{L_1\, e^{u_1 z} - M_1\, e^{-u_1 z}} \tag{II.100}$$

cuyos valores respectivos para $z = 0$, $z = d_1$ serán

$$(\Phi_1)_0 = \frac{L_1 + M_1}{L_1 - M_1} = \mathrm{Cth}\left(\frac{1}{2}\ln\frac{L_1}{M_1}\right)$$

$$(\Phi_1)_{d_1} = -\frac{L_1 + M_1\, e^{-2u_1 d_1}}{L_1 - M_1\, e^{-2u_1 d_1}} = -\mathrm{Cth}\left(u_1 d_1 - \frac{1}{2}\ln\frac{M_1}{L_1}\right)$$

$$= \mathrm{Cth}\left(u_1 d_1 - \mathrm{Cth}^{-}\frac{1}{u_0}(\Phi_1)_0\right)$$

en las que se han aplicado los lemas I y IV.

Despejando $(\Phi_1)_0$ en la última expresión, por aplicación sucesiva de los operadores Cth^{-1} y Cth, se obtiene

$$(\Phi_1)_0 = \mathrm{Cth}\,(u_1 d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}(\Phi_1)_{d_1}) \tag{II.101}$$

Análogamente, en la capa 2 se tendrá

$$(\Phi_2)_{d_1} = \mathrm{Cth}\,(u_2 d_2 + \mathrm{Cth}^{-1}(\Phi_2)_{z_2}) \tag{II.102}$$

En la última capa, en virtud de la (II.91) ocurrirá que

$$\Phi_n = -1 \tag{II.103}$$

De la continuidad de la función (II.97) en las interfaces, que resulta directamente de las condiciones de contorno, se deduce que en aquellas,

$$\frac{u_i}{\Phi_i} = \frac{u_i}{\Phi_{i+1}} \tag{II.104}$$

por lo que finalmente, puede escribirse

$$\Phi = (\Phi_1)_0 = \mathrm{Cth}\left\{u_1 d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\left[\frac{u_1}{u_2}\mathrm{Cth}\left(u_2 d_2 + \ldots \right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left. \ldots + \mathrm{Cth}\left(u_{n-1} d_{n-1} + \mathrm{Cth}^{-1}\frac{u_{n-1}}{u_n}\right)\ldots\right)\right]\right\} \qquad (II.105)$$

Determinada esta función, puede volverse a considerar la ecuación (II.73) que, teniendo en cuenta el significado de z_0 y la (II.98) se escribirá en forma definitiva

$$A^*_{z0} = -\frac{i\omega\mu_0\varepsilon\, m}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\lambda\, e^{-u_0|a|}}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda r)\, d\lambda \qquad (II.106)$$

Una vez obtenido el potencial vector en la superficie del terreno, pueden calcularse las componentes del campo electromagnético por medio de las (II.84) y (II.85). Las derivaciones que en ella aparecen se efectúan del modo que se indica a continuación. Para derivar la (II.106) respecto de z, basta derivar la cantidad entre corchetes, pues los límites de integración son constantes. Ahora bien, dicha derivada, para $z = 0$, viene dada por la (II.95), donde sustituyendo la (II.98) y (II.99) resulta, para $a = 0$,

$$Z'_0 = -\frac{u_1}{\Phi}\,\frac{2\lambda}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}} \qquad (II.107)$$

y, por lo tanto,

$$\frac{\partial A^*_{z0}}{\partial z} = \frac{i\omega\mu_0\varepsilon\, m}{2\pi}\int_0^\infty \frac{u_1}{\Phi}\,\frac{\lambda}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda r)\, d\lambda. \qquad (II.108)$$

Por otra parte, la ecuación segunda de las (II.84) puede escribirse en la forma

$$B^*_z = \frac{i}{\omega\varepsilon}\left(\gamma_{II}^2 A_z^* + \frac{\partial^2 A_z^*}{\partial z^2}\right) = -\frac{i}{\omega\varepsilon}\left(\frac{1}{r}\,\frac{\partial A_z^*}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_z^*}{\partial r^2}\right) =$$
$$= -\frac{i}{\omega\varepsilon}\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_z^*}{\partial r}\right) \qquad (II.109)$$

por medio de la (II.63).

Teniendo en cuenta todo lo dicho se llega finalmente a las fórmulas de Van'yan para las componentes del campo electromagnético, las cuales son:

$$B_r^* = -\frac{\mu_0 m}{2\pi}\frac{\partial}{\partial r}\int_0^\infty \frac{u_1}{\Phi}\frac{\lambda}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{II.110}$$

$$B_z^* = -\frac{\mu_0 m}{2\pi}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r}\int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{II.111}$$

$$E_\psi^* = -\frac{i\omega\mu_0 m}{2\pi}\frac{\partial}{\partial r}\int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{II.112}$$

Estas expresiones, que resuelven el problema propuesto al principio de este apartado, son más complicadas de lo que parece a primera vista, puesto que en ellas no se ha explicitado Φ. Obsérvese que las derivaciones indicadas en ella sólo afectan a las funciones de Bessel, únicas que dependen de r. Como en el caso de la integral de Stefanesco (PGI), las expresiones anteriores no pueden reducirse a una combinación de funciones elementales o tabuladas, por lo que para su cálculo hay que recurrir a procedimientos de integración numérica.

II.6.3 Dipolo eléctrico horizontal

Procediendo de modo análogo a como se ha hecho en el apartado anterior, puede determinarse el campo de un dipolo eléctrico horizontal, colocado, con sus extremos a tierra, en la superficie de un terreno estratificado. Sea $I = I_0\, e^{-i\omega t}$ la corriente aplicada al dipolo y ds su longitud. Se utilizará un sistema cartesiano de coordenadas, con su eje z dirigido verticalmente hacia abajo, el x en coincidencia con el dipolo, y el origen en el centro de éste. Las fórmulas halladas por Van'yan para las componentes principales son las siguientes (*):

$$E_x = \frac{i\omega\mu_0 I ds}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda R)\, d\lambda \,-$$

$$- \frac{i\omega\mu_0 I ds}{2\pi\gamma_{\|1}^2}\frac{\partial}{\partial x}\frac{x}{R}\int_0^\infty \left[\frac{1}{\frac{\gamma_0^2}{\gamma_{\|1}^2 u_0} + \frac{\Psi}{\Lambda_1 \bar{u}_1}} + \frac{\gamma_{\|1}^2}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}}\right] J_1(\lambda R)\, d\lambda \tag{II.113}$$

(*) El proceso del cálculo para llegar a ellas se expone en el Apéndice 3.

$$B_z = -\frac{\mu_0 I ds}{2\pi}\frac{\partial}{\partial y}\int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0 + \dfrac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda R)\, d\lambda \tag{II.114}$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I\, ds}{2\pi}\frac{\partial^2}{\partial x\, \partial y}\int_0^\infty \left[\frac{u_1/\Phi}{\lambda\left(u_0 + \dfrac{u_1}{\Phi}\right)} - \frac{\Psi}{\lambda\, \Lambda_1\, \bar{u}_1}\, \frac{1}{\dfrac{\gamma_0^2}{\gamma_{\parallel 1}^2 u_0} + \dfrac{\Psi}{\Lambda_1 \bar{u}_1}}\right] J_0(\lambda R)\, d\lambda \tag{II.115}$$

En estas expresiones, Φ es la función considerada en el apartado anterior, y Ψ otra función de λ que depende de las resistividades $\rho_{\parallel}$ y $\rho_{\perp}$ de cada capa, la cual será estudiada en el apartado II.7. En cuanto a $\bar{u}_1$ es el valor, en la primera capa, de una magnitud definida por

$$\bar{u}_i = (\lambda^2 - \gamma_{\perp i}^2)^{1/2} \tag{II.116}$$

II.6.4 Cable horizontal infinitamente largo

Sea un cable infinitamente largo, recorrido por una corriente de intensidad $I = I_0 e^{-i\omega t}$, y situado horizontalmente sobre un terreno estratificado, a la altura a sobre la superficie límite superior de éste. Esta última condición, que parece algo extraña, tiene gran importancia práctica, puesto que en el método magnetotelúrico, la fuente está constituida por filamentos de corriente ionosféricos.

Puede demostrarse (VAN'YAN, 1967) que si se cumple la condición $a > 2\lambda_1$, siendo λ_1 la longitud de onda en la primera capa, las componentes del campo electromagnético son, *aproximadamente*, las que siguen

$$E_x = -\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{\omega a C}{\gamma_{\parallel 1}(a^2 + y^2)}$$

$$B_y = \frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{a}{a^2 + y^2} \tag{II.117}$$

$$B_z = -\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{2 i a y C}{\gamma_{\parallel 1}(a^2 + y^2)^2}$$

En estas fórmulas, y es la distancia horizontal al cable o filamento de corriente, y C una función que depende de las características eléctricas del terreno, y que se define en el apartado II.7.4.

Cuando se cumplen las condiciones $y \geqslant 5\,a$; $y \geqslant \lambda_1/2$ las fórmulas aplicables son estas otras:

$$E_x \simeq -\frac{\mu_0 I}{\pi}\,\frac{\omega a C}{\gamma_{||1}\, y^2}\left(1 - \frac{iC}{\gamma_{||1}\, a}\right)$$

$$B_y \simeq \frac{\mu_0 I}{\pi}\,\frac{a}{y^2}\left(1 - \frac{iC}{\gamma_{||1}\, a}\right) \qquad \text{(II.118)}$$

$$B_z \simeq -\frac{\mu_0 I}{\pi}\,\frac{2\,iaC}{\gamma_{||1}\, y^3}\left(1 - \frac{iC}{\gamma_{||1}\, a}\right)$$

II.6.5 Dipolo magnético horizontal

El campo electromagnético de un dipolo magnético horizontal situado sobre un terreno estratificado compuesto por capas homogéneas e isótropas, ha sido estudiada recientemente por DEY y WARD (1970). Es de notar que las soluciones halladas por estos autores son *completas*, puesto que no incluyen la restricción de suponer nulas las constantes dieléctricas de las diversas capas. Añadiendo esta condición, obtienen las fórmulas, más sencillas, que corresponden a la usual aproximación casi estática. Por ejemplo, dos de ellas son

$$B_x = -\frac{\mu_0}{R}\left(1 - \frac{2\,x^2}{R^2}\right)\int_0^\infty [1 + \Phi]\, e^{-u\lambda}\, \lambda\, J_1(\lambda R)\, d\lambda - \qquad \text{(II.119)}$$

$$- \frac{\mu_0\, x^2}{R^2}\int_0^\infty [1 + \Phi]\, e^{-u\lambda}\, \lambda^2\, J_0(\lambda R)\, d\lambda$$

$$B_z = \frac{\mu_0\, x}{R}\int_0^\infty [\Phi - 1]\, e^{-\lambda u}\, \lambda^2\, J_1(\lambda R)\, d\lambda \qquad \text{(II.120)}$$

En estas fórmulas, R es la distancia del punto de observación P al origen de coordenadas situado en la superficie del terreno, en la vertical del centro del dipolo, situado a la altura a sobre dicha superficie. El eje x es paralelo al dipolo, y el eje z está dirigido hacia arriba.

Las demás componentes vienen dadas por fórmulas análogas, donde también entra la función Φ que es la misma que aparece en el apartado II.6.3. Por excepción, la componente eléctrica vertical E_z no depende de las características del terreno, y es doble de la que se observaría en el vacío.

II.7 LAS FUNCIONES CARACTERISTICAS

II.7.1 Generalidades

Según se ha visto en los apartados que anteceden, las diversas componentes electromagnéticas, en presencia de un semiespacio conductor estratificado, vienen dadas por expresiones integrales del tipo

$$G = \beta \int_0^{\infty} F(\lambda, \Phi, \Psi, u_0 \ldots) J_\nu(\lambda r)\, d\lambda \qquad \text{(II.121)}$$

donde G es la componente eléctrica o magnética considerada, β una expresión donde entran diversas variables y en ciertos casos, algún operador diferencial, y F, una función de los diversos parámetros del corte geoeléctrico del terreno o semiespacio inferior. En algunos casos, G viene dada por la suma de varias expresiones como la indicada. Cuando la fuente es una corriente rectilínea infinitamente larga, las componentes del campo vienen dadas por fórmulas finitas.

La función F depende en general de la componente que se considera y del tipo de emisor, pero es siempre una expresión algebraica relativamente no muy complicada, donde entran λ, u, algún otro parámetro, y una o dos funciones de λ que se han simbolizado por Φ y Ψ. El hecho de que estas funciones sean siempre las mismas es de gran importancia. En el caso de la corriente rectilínea aparece una tercera función C, pero esta es un valor particular de Φ, según se verá más abajo.

Las funciones Φ y Ψ, a las que llamaremos *funciones características,* representan la distribución vertical de las propiedades electromagnéticas del medio estratificado, en especial de la resistividad, y expresan en forma condensada las condiciones de contorno. Su papel es análogo al de la función núcleo o característica para corriente continua (PGI, apartado IV.7) que, según se verá más adelante, es un caso particular de aquéllas.

II.7.2 Algoritmo de Van'yan

Si se simboliza por M a cualquiera de las funciones Φ y Ψ estas vienen dadas, para un corte de n capas, por la expresión general

$$M = \mathrm{Cth}\left\{L_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\left[\frac{K_1}{K_2}\mathrm{Cth}\left(L_2 + \mathrm{Cth}^{-1}\left(\frac{K_2}{K_3}\cdots\right.\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.\left.\cdots + \mathrm{Cth}\left(L_{n-1} + \mathrm{Cth}^{-1}\frac{K_{n-1}}{K_n}\right)\right)\right)\right]\right\} \qquad \text{(II.122)}$$

Debe entenderse que en esta expresión, que llamaremos *algoritmo de*

Van'yan, y que es formalmente idéntica a la (II.59) debe procederse del mismo modo que en esta última si el argumento de alguna función Cth^{-1} fuese menor que la unidad.

El significado de los diversos símbolos que aparecen en la expresión anterior es el siguiente:

Para Φ:

$$L_i = u_i\, d_i$$
$$K_i = u_i \tag{II.123}$$

Para Ψ:

$$L_i = \bar{u}_i\, \Lambda_i\, d_i$$
$$K_i = \bar{u}_i\, \Lambda_i\, \rho_{\parallel\, i} \tag{II.124}$$

Siendo

$$u_i = (\lambda^2 - \gamma_{\parallel\, i}^2)^{1/2}$$
$$\bar{u}_i = (\lambda^2 - \gamma_{\perp\, i}^2)^{1/2} \tag{II.125}$$

Si se efectúan las operaciones indicadas por el algoritmo de Van'yan, resulta una fracción cuyos numerador y denominador son sumas de términos formados por el producto de una o más tangentes hiperbólicas por una o más variables K. Tales expresiones son formalmente idénticas a las empleadas por el autor (ORELLANA, 1965) en su estudio de la función característica de los medios estratificados en corriente continua, del cual se incluye un resumen en el apartado IV.17 de PGI.

II.7.3 Algoritmo de Sunde

En PGI se hizo mención del algoritmo de Sunde, que efectúa el desarrollo algebraico de la función característica en corriente continua, por medio de un sistema doble de fórmulas recurrentes. Este algoritmo puede utilizarse también, convenientemente generalizado, para el cálculo de las funciones características Φ y Ψ.

Las fórmulas que hay que aplicar son las siguientes:

$$P_{n-1} = \frac{-K_n + K_{n-1}}{K_n + K_{n-1}}$$

$$Q_{n-1} = \frac{1 + P_{n-1}\, e^{-2L_{n-1}}}{1 - P_{n-1}\, e^{-2L_{n-1}}}$$

....

....

$$P_{n-i} = \frac{-K_{n-i+1} + K_{n-i}\,Q_{n-i+1}}{K_{n-i+1} + K_{n-i}\,Q_{n-i+1}}$$

$$Q_{n-i} = \frac{1 + P_{n-i}\,e^{-2L_{n-i}}}{1 - P_{n-i}\,e^{-2L_{n-i}}} \qquad \text{(II.126)}$$

....

....

$$P_1 = \frac{-K_2 + K_1 Q_2}{K_2 + K_1 Q_2}$$

$$Q_1 = \frac{1 + P_1 e^{-2L_1}}{1 - P_1 e^{-2L_1}} = M$$

La expresión final M obtenida por medio de este algoritmo coincide con la (II.122) dada por el de Van'yan. Los símbolos K_i y L_i tienen el mismo significado que en las (II.123) y (II.124).

En efecto, por aplicación del lema II (apartado II.5.3) se tiene:

$$Q_{n-1} = \mathrm{Cth}\left(L_{n-1} - \frac{1}{2}\ln P_{n-i}\right)$$

pero, por ser

$$-\frac{1}{2}\ln P_{n-1} = -\frac{1}{2}\ln\frac{\dfrac{K_{n-1}}{K_n} - 1}{\dfrac{K_{n-1}}{K_n} + 1} = \mathrm{Cth}^{-1}\frac{K_{n-1}}{K_n}$$

resulta

$$Q_{n-1} = \mathrm{Cth}\left(L_{n-1} + \mathrm{Cth}^{-1}\frac{K_{n-1}}{K_n}\right) \qquad \text{(II.127)}$$

que es la parte final de la fórmula de Van'yan. Si se procede del mismo modo con las expresiones sucesivas del algoritmo de Sunde, sustituyendo en ellas las nuevas expresiones halladas, y aplicando cada vez el lema II, se llega a la igualdad de ambos desarrollos.

II.7.4 Consecuencias físicas y casos particulares

De las igualdades (II.123) se deduce que en la función Φ sólo intervienen las constantes de propagación longitudinales $\gamma_{\parallel i}$ mientras que en la Ψ aparecen, además, las transversales $\gamma_{\perp i}$. Ahora bien, en las fórmulas para las componentes E^*_ψ, B^*_z del dipolo magnético vertical sólo interviene la función característica Φ, y lo mismo ocurre con la B_z del dipolo eléctrico, con todas las componentes del dipolo magnético horizontal y

las del cable recto indefinido, pues la función C que aparece en este caso es un valor particular de Φ, según se ha dicho, y se comprobará más adelante. Por el contrario, las componentes horizontales B_x y E_x del dipolo eléctrico horizontal son las únicas en cuya expresión interviene la función Ψ además de la Φ.

Si se tiene en cuenta la definición de estas funciones dadas por las (II.122) a (II.125) se obtiene en consecuencia que las observaciones electromagnéticas efectuadas en la superficie del terreno sólo están influidas por las resistividades longitudinales de las diversas capas (lo que constituye un indicio de que el campo está polarizado horizontalmente) salvo en el caso de que la fuente sea un dipolo eléctrico horizontal. Por lo tanto, la información suministrada por los SEM se refiere únicamente a resistividades longitudinales, excepto cuando la fuente es del tipo mencionado y las componentes medidas son las horizontales.

Es interesante averiguar lo que ocurre cuando se pasa del caso general del SEM al particular de corriente continua. Para $\lambda = 0$, las (II.123) se reducen a

$$L_i = \lambda\, d_i$$
$$K_i = \lambda \qquad \text{(II.128)}$$

ya que $\gamma_{IIi} = 0$ si $\omega = 0$.

Entonces, la fórmula de Van'yan (II.122) se transforma, para Φ, en

$$\Phi = \text{Cth}\,\{\lambda\, d_1 + \text{Cth}^{-1}\,[\text{Cth}\,(\lambda\, d_2 + \ldots + \text{Cth}^{-1}\,1)]\}$$

y, por tanto,

$$\lim_{\omega \to 0} \Phi = 1 \qquad \text{(II.129)}$$

ya que

$$\lim_{x \to 1} \text{Cth}^{-1}\,x = \infty$$
$$\lim_{x \to \infty} \text{Cth}\,x = 1$$

Para corriente continua, pues, la función Φ es independiente de los parámetros del terreno, y como es esta función la que los representa cuando la fuente es un dipolo magnético o un cable largo, resulta que estos no dan información acerca del subsuelo cuando se trabaja en corriente continua, lo que, por otra parte, puede deducirse de consideraciones físicas elementales.

(*) Ya que $\text{Cth}^{-1}\,x = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x+1}{x-1} = -\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x-1}{x+1}$

En cambio, en la función Ψ cuando $\omega \to 0$, los símbolos L_i y K_i toman los valores

$$L_i = \lambda\, \Lambda_i\, d_i$$
$$K_i = \lambda\, \Lambda_i\, \rho_{\parallel i} \qquad \text{(II.130)}$$

y por lo tanto, las relaciones K_i/K_{i+1} que aparecen en la fórmula de Van-yan valdrán

$$\frac{K_i}{K_{i+1}} = \frac{\Lambda_i\, \rho_{\parallel i}}{\Lambda_{i+1}\, \rho_{\parallel\, i+1}} = \frac{\rho_{m,\, i}}{\rho_{m,\, i+1}} \qquad \text{(II.131)}$$

donde $\rho_{mi} = (\rho_{\parallel i}\, \rho_{\perp i})^{1/2}$ o sea la resistividad media cuadrática de cada capa. La fórmula de Van'yan (II.122) toma, pues, la forma particular

$$\underset{\omega=0}{\Psi} = \mathrm{Cth}\left\{\lambda\, \Lambda_1\, d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\left[\frac{\rho_{m,\,1}}{\rho_{m,\,2}}\, \mathrm{Cth}\,\lambda\, \Lambda_2\, d_2 + \ldots\, \mathrm{Cth}^{-1}\frac{\rho_{m,\,n-1}}{\rho_{m,\,n}}\right) \ldots \Big)\right\} \qquad \text{(II.132)}$$

Resulta, pues, que en los sondeos por corriente continua efectuados sobre medios estratificados transversalmente anisótropos las resistividades que se obtienen son las medias de cada capa. Este hecho aclara la importancia de la función de Dar Zarrouk para dicho tipo de sondeos, puesto que esta función expresa la variación de dicha resistividad media en dependencia de la pseudoprofundidad (PGI cap. IV).

Si las capas son isótropas, $\Lambda_i = 1$ y la fórmula anterior se reduce a

$$\underset{\omega=0}{\Psi} = \mathrm{Cth}\left\{\lambda\, d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\left[\frac{\rho_1}{\rho_2}\, \mathrm{Cth}\left(\lambda\, d_2 + \ldots + \mathrm{Cth}^{-1}\frac{\rho_{n-1}}{\rho_n}\right) \ldots\right]\right\} \qquad \text{(II.133)}$$

que es precisamente la inversa de la función característica en corriente continua, dada por la ecuación IV.65 de PGI. El hecho de que Ψ sea el valor recíproco del $N_n(\lambda)$ allí considerado, en vez de ser igual a ésta, proviene de que la primera aparece en el denominador de la integral que define E_x en campos variables, mientras que en corriente continua, $N_n(\lambda)$ figuraba en el numerador.

De este modo, los sondeos en corriente continua aparecen como caso particular de SEM, y la teoría de aquéllos queda incorporada a la de éstos. Se trata de un caso particular algo aberrante, pues posee, como propiedades específicas, las de que las mediciones se efectúan siempre dentro de la zona próxima, y las resistividades determinadas son las medias en vez de las longitudinales.

Se denominará *función* de *Cagniard* a la C que aparece en las fórmulas referentes al campo de una corriente rectilínea indefinida. Su valor es

$$C = \mathrm{Cth}\left\{-i\,\gamma_{II\,1}\,d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\left[\frac{\gamma_{II\,1}}{\gamma_{II\,2}}\mathrm{Cth}\left(-i\,\gamma_{II\,2}\,d_2 + \ldots + \mathrm{Cth}^{-1}\frac{\gamma_{II\,n-1}}{\gamma_{II\,n}}\right)\ldots\right)\right]\right\} \qquad (II.134)$$

y, por lo tanto, es el de la función Φ para $\lambda = 0$, ya que, en tal caso,

$$L_i = -i\,\gamma_{II\,i}\,d_i$$
$$K_i = -i\,\gamma_{II\,i} \qquad (II.135)$$

Se volverá a tratar de esta función en los capítulos siguientes, en especial en el V.

II.8 CASOS DE DOS CAPAS, SEGUN WAIT Y FRISCHKNECHT

Los citados autores (WAIT, 1958; FRISCHKENECHT, 1967) han estudiado el campo de dipolos eléctricos y magnéticos situados en la superficie de un terreno de dos capas. Si se atiende además a la naturaleza del receptor, los resultados pueden expresarse en forma de relaciones de las impedancias mutuas sobre el medio considerado y el vacío (Apartado I.23). Las fórmulas a que se llega son las siguientes:

I. Bobinas coplanares y horizontales:

$$\left(\frac{Z}{Z_0}\right)_I = 1 + \xi_1'^3\,T_0 \qquad (II.136)$$

II. Bobinas ortogonales (*)

$$\left(\frac{Z}{Z_0}\right)_{II} = \xi_1'^3\,T_0 \qquad (II.137)$$

III. Bobinas coplanares y verticales

$$\left(\frac{Z}{Z_0}\right)_{III} = 1 + \xi_1'^2\,T_2 \qquad (II.138)$$

IV. Bobinas coaxiles verticales

$$\left(\frac{Z}{Z_0}\right)_{IV} = 1 + \frac{\xi_1'^2}{2}(T_2 - \xi_1'\,T_0) \qquad (II.139)$$

V. Dipolo magnético y dipolo eléctrico horizontales

(*) En este caso Z_0 es el correspondiente a bobinas coplanares.

$$\left(\frac{Z}{Z_0} \right)_V = 1 - \xi_1'^2 T_2 \qquad \text{(II.140)}$$

En estas fórmulas, Z es la impedancia entre los elementos indicados, cuando se hallan sobre el semiespacio de dos capas, y Z_0 la misma magnitud en el vacío. El parámetro ξ_1' es la distancia efectiva en la primera capa, pero tomando como unidad de longitud la penetración nominal

$$\delta = \left(\frac{2\rho_1}{\omega\,\mu_0} \right)^{1/2} \qquad \text{(I.82)}$$

En cuanto a los símbolos T_0, T_1 y T_2 representan a las integrales

$$T_0(A, \xi_1') = \int_0^\infty R(d_1'\,\lambda)\,\lambda^2\,e^{-\lambda A} J_0(\lambda\,\xi_1')\,d\lambda$$

$$T_1(A, \xi_1') = \int_0^\infty R(d_1'\,\lambda)\,\lambda^2\,e^{-\lambda A} J_1(\lambda\,\xi_1')\,d\lambda \qquad \text{(II.141)}$$

$$T_2(A, \xi_1') = \int_0^\infty R(d_1'\,\lambda)\,\lambda\,e^{-\lambda A} J_1(\lambda\,\xi_1')\,d\lambda$$

donde d' es el doble del espesor d de la primera capa expresada en unidades de valor δ, y λ una variable de integración. La magnitud A se define por

$$A = \frac{z + a}{\delta} \qquad \text{(II.142)}$$

siendo z y a respectivamente, las alturas sobre el suelo del punto de observación y del dipolo emisor. Finalmente, la función R es

$$R(d_1'\,\lambda) = 1 - 2\lambda \frac{(U + V) + (U - V)\,e^{-Ud}}{(U + \lambda)(U + V) - (U - \lambda)(U - V)e^{-Ud'}} \qquad \text{(II.143)}$$

con

$$U \doteq (\lambda^2 + 2\,i)^{1/2}$$

$$V = (\lambda^2 + 2\,i\,q)^{1/2} \qquad \text{(II.144)}$$

$$q = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

Las expresiones (II.136) a (II.140) presentan la ventaja de que pueden aplicarse cuando tanto al dipolo emisor como el receptor están levantados sobre el suelo, como ocurre en las calicatas electromagnéticas realizadas por medio de aviones o helicópteros. Ahora bien, en el caso de aplicación terrestre, $z = 0$, $a = 0$ por lo que también se anula A, y las integrales (II.141) dejan de ser convergentes. Esta dificultad ha sido re-

suelta por Wait, quien descompone las referidas integrales en dos partes, una de las cuales representa el campo secundario en la superficie de un medio homogéneo de resistividad ρ_1 y la otra, representada por T'_0, T'_1 o T'_2 según sea el caso, es convergente. Estas integrales son

$$T'_0 = \int_0^\infty [R(d'_1\, \lambda) - R(\infty, \lambda)]\, \lambda^2 J_0(\lambda\, \xi'_1)\, d\lambda$$

$$T'_1 = \int_0^\infty [R(d'_1\, \lambda) - R(\infty, \lambda)]\, \lambda^2 J_1(\lambda\, \xi'_1)\, d\lambda \qquad \text{(II.145)}$$

$$T'_2 = \int_0^\infty [R(d'_1\, \lambda) - R(\infty, \lambda)]\, \lambda\, J_1(\lambda\, \xi'_1)\, d\lambda$$

En estas condiciones, las impedancias mutuas de los diversos tipos de pares de dipolos vienen dados por:

I. Bobinas coplanares y horizontales:

$$\left(\frac{Z}{Z_0}\right)_{I} = \left(\frac{Z}{Z_0}\right)'_{I} + \xi_1'^3\, T'_0 \qquad \text{(II.146)}$$

II. Bobinas ortogonales:

$$\left(\frac{Z}{Z_0}\right)_{II} = \left(\frac{Z}{Z_0}\right)'_{II} + \xi_1'^3\, T'_1 \qquad \text{(II.147)}$$

III. Bobinas coplanares y verticales:

$$\left(\frac{Z}{Z_0}\right)_{III} = \left(\frac{Z}{Z_0}\right)'_{III} + \xi_1'^2\, T'_2 \qquad \text{(II.148)}$$

IV. Bobinas coaxiles y verticales:

$$\left(\frac{Z}{Z_0}\right)_{IV} = \left(\frac{Z}{Z_0}\right)'_{IV} + \frac{\xi'_1}{2}(T'_2 - \xi'_1\, T'_0) \qquad \text{(II.149)}$$

V. Dipolo magnético y dipolo eléctrico horizontal:

$$\left(\frac{Z}{Z_0}\right)_{V} = \left(\frac{Z}{Z_0}\right)'_{V} - \xi_1'^2\, T'_2 \qquad \text{(II.150)}$$

En estas fórmulas las relaciones acentuadas de impedancia son las correspondientes a la superficie de un semiespacio homogéneo de resistividad ρ.

Debe advertirse que la teoría expuesta supone que las bobinas son asimilables a dipolos, para lo que es preciso que la distancia entre emisor y receptor sea superior a cinco veces el diámetro de la bobina.

Las fórmulas anteriores han sido aplicadas por FRISCHKNECHT (1967) para el cálculo, mediante ordenador electrónico, de un juego de tablas y curvas de la variación de la impedancia mutua entre pares de dipolos de los tipos reseñados más arriba, en función de la distancia efectiva ξ_1' para diversos medios de dos capas. Estos resultados son muy útiles en la interpretación de sondeos y calicatas electromagnéticas (incluso aéreas) aunque con la limitación indicada de que el corte geoeléctrico del terreno sólo puede constar de una o dos capas.

Capítulo III

SONDEOS POR FRECUENCIA VARIABLE

III.1 DEFINICION Y GENERALIDADES

Los sondeos eléctricos por frecuencia variable (abreviadamente SFV), llamados también *Sondeos de Frecuencia,* se caracterizan porque la magnitud que se hace variar durante la ejecución de cada uno de ellos es la frecuencia del circuito de emisión, mientras permanecen fijos en el espacio éste y el receptor.

El fenómeno básico es muy fácil de comprender. Al proceder del modo indicado, comenzando por la frecuencia más alta, y disminuyéndola escalonadamente, cada decrecimiento de ω producirá mayor penetración de la corriente en el subsuelo, por disminución del efecto superficial. Ello no quiere decir, y este punto es muy importante, que a cada frecuencia que se aplique corresponda una profundidad determinada, pues la señal en el receptor está influida por un espesor más o menos grande del terreno, el cual depende a su vez del corte geoeléctrico. La situación es análoga a la que se produce en el SEV. En este último método, la variable que controla la profundidad es la distancia $AB/2$, pero no puede atribuirse a cada valor de esta magnitud una profundidad precisa y determinada (PGI, apartado IV.2).

En el SFV, los datos de observación obtenidos para cada frecuencia se utilizan para calcular la resistividad de un terreno homogéneo que, en las mismas condiciones de frecuencia (ω), intensidad (I) y de separación (R) entre emisor y receptor produjese la misma señal $\Delta V(\omega)$ en este último. Tal resistividad de sustitución, que varía con la frecuencia, se llama ***resistividad aparente*** ρ_ω y sólo coincide con la verdadera cuando el terreno es homogéneo realmente, siendo entonces constante. Debe adver-

tirse que las resistividades aparentes ρ_ω obtenidas por medio de un SFV, no tienen por qué coincidir con las ρ_a determinadas por medio de SEV u otro procedimiento, salvo en el caso de homogeneidad citado.

En cada medición, la resistividad aparente ρ_ω se calcula mediante una fórmula del tipo

$$\rho_\omega = K \frac{\Delta V(\omega)}{I(\omega)} \qquad \text{(III.1)}$$

donde, $I(\omega)$ representa la intensidad de corriente en el circuito de emisión, y K es el *coeficiente de dispositivo,* que tiene las dimensiones de una longitud, y que depende de la combinación emisor-receptor empleada, así como de sus dimensiones geométricas. La tensión ΔV y la intensidad I representan valores eficaces, aunque también pueden utilizarse valores de cresta (para ambos simultáneamente). La intensidad I se supone sinusoidal.

Al aplicar la fórmula (III.1) a las diversas observaciones que constituyen un SFV, se obtiene una curva $\rho_\omega(\omega)$, partiendo de la cual, y por medio de un proceso interpretativo, se deduce el corte geoeléctrico sobre el que se ha efectuado el SFV, o lo que es lo mismo, la distribución vertical de resistividades.

Como puede verse, el SFV es un método análogo al SEV, y su finalidad es la misma que la de éste. No obstante, existen entre ambos diferencias fundamentales. En el SEV, la frecuencia es fija y nula, y el parámetro variable que controla la profundidad es la distancia entre emisor y receptor (Sondeo geométrico, según la nomenclatura expuesta en el apartado I.2). Por el contrario, en el SFV, la separación entre los circuitos emisor y receptor es constante durante la medición, mientras que lo que varía es la frecuencia. Por lo tanto, en el SFV las operaciones de campo son más simples y rápidas, puesto que no hay que mover los circuitos una vez instalados, pero los instrumentos son más complejos. La ventaja principal del SFV sobre el SEV es la posibilidad de atravesar las capas pantallas resistivas, que constituyen un obstáculo infranqueable para el segundo. En cambio, en el estado actual de la técnica, la información suministrada por el SFV es menos completa y detallada que la que proporciona el SEV, si bien el alcance del principio de equivalencia (PGI, apartado V.12.8) es más restringido en el primero.

En general, tanto $I(\omega)$ como $\Delta V(\omega)$ son magnitudes complejas cuya diferencia de fase φ_ω, función de la frecuencia, puede utilizarse para trazar una segunda curva de sondeo, $\varphi_\omega(\omega)$, que puede interpretarse independientemente de la $\rho_\omega(\omega)$. Esta doble posibilidad constituye una ventaja adicional del SFV.

La teoría y técnica del sondeo de frecuencia variable nacieron en la Unión Soviética con objeto de eliminar las dificultades que encontraba el

SEV, en su aplicación petrolera, por causa de las citadas capas pantalla muy extensas en ciertas regiones. Los principios básicos del método fueron expuestos por L. L. Van'yan en una obra publicada en 1965, y traducida al inglés por G. V. Keller (VAN'YAN, 1967). En Occidente, aunque no faltan excelentes trabajos teóricos, el método no ha llegado a utilizarse industrialmente, todavía, salvo en una versión francesa denominada MELOS (DUROUX, 1967; MARECHAL, 1971).

La aplicación del método no está restringida a la búsqueda de estructuras favorables para la acumulación de petróleo, sino que también se ha utilizado con éxito en la investigación minera, para la detección directa de metalizaciones conductoras.

III.2 PRINCIPIOS FISICOS DE LA MEDICION

III.2.1 Diversidad de combinaciones

Se deduce de lo expuesto en el apartado I.2, que existen 16 combinaciones de emisor y receptor capaces de ser utilizados en el método SFV, si bien alguna de ellas no parece muy práctica a primera vista, como la constituida por dos cables muy largos y paralelos. Una atenta consideración indica que este número es en realidad mayor, pues el campo electromagnético de cada tipo de emisor posee diversas componentes. Por ejemplo, si el emisor y el receptor están constituidos por sendas bobinas de eje vertical, la única posibilidad en la medición es la que corresponde a la componente vertical magnética B_z^*. En cambio, si el emisor y el receptor son bobinas de eje horizontal, caben las posibilidades de medir, bien la componente B_x^*, bien la B_y^* de lo que resultan dos tipos diferentes de SFV. En muchos casos, dos sondeos de esta clase pueden efectuarse simultáneamente, con el consiguiente aumento en la seguridad de los resultados.

III.2.2 Bobina horizontal

Consideremos nuevamente el caso en que el emisor y el receptor sean bobinas de eje vertical. La segunda de ellas proporciona el valor de B_z^*, pero en la expresión de esta magnitud dada por la (I.153) no es fácil despejar ξ_1 y, en todo caso, la solución no sería única. Las cosas cambian si se trabaja en la zona lejana, pues en tal caso, la fórmula aplicable (apartado I.25) es la

$$B_z^* = \frac{9\,\mu_0 m}{2\pi\,\gamma_1^2\, r^5} \qquad \text{(I.156)}$$

de la que se deduce que

$$\gamma_1^2 = \left(\frac{i\omega\mu_0}{\rho}\right) = \frac{9\mu_0 m}{2\pi r^5} \frac{1}{B_z^*}$$

donde se supone, de acuerdo con lo que suele ocurrir, que $\mu_1 = \mu_0$. Despejando ρ en esta última igualdad, resulta

$$\rho = \frac{2\pi i \omega r^5}{9 m} B_z^* \qquad \text{(III.2)}$$

El valor ρ dado por esta expresión es la resistividad verdadera del terreno sobre el que se ha efectuado la medición, siempre que sea homogéneo. De no ser así, dicho valor representará una resistividad aparente ρ_ω, esto es, la de un medio homogéneo en el cual se observase el mismo campo con las mismas frecuencia, intensidad y distancia emisor-receptor.

Para completar el cálculo hay que tener en cuenta que la bobina receptora no da directamente el valor B_z^*, sino que este este se manifiesta por la aparición de una f.e.m. $\Delta V(\omega)$, tal que

$$\Delta V(\omega) = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -q_r \frac{\partial}{\partial t} B_{z0}^* e^{-i\omega t} = i\,\omega\, q_r B_{z0}^* \qquad \text{(III.3)}$$

donde q_r es la superficie efectiva de la bobina, o sea el producto $q_r = n_r s_r$ del número de espiras de que consta, por su superficie real.

Por otra parte, el factor m que aparece en el denominador de la (III.2) es, según la ecuación de definición (I.130),

$$m = I\, n_e\, s_e = I\, q_e \qquad \text{(III.4)}$$

donde q_e es la superficie efectiva de la bobina emisora.

Combinando las (III.2), (III.3) y (III.4) se obtiene

$$\rho_\omega = \frac{2\pi r^5}{9\, q_e\, q_r} \frac{\Delta V(\omega)}{I(\omega)} \qquad \text{(III.5)}$$

que es la fórmula práctica que da la resistividad aparente en función de los datos instrumentales y de dispositivo. De acuerdo con la (III.1), para el caso de dos bobinas coplanares,

$$K = \frac{2\pi r^5}{9\, q_e\, q_r}. \qquad \text{(III.6)}$$

La constante de dispositivo está relacionada con la impedancia mutua entre los circuitos emisor y receptor, ya que, en virtud de la definición de la magnitud aludida, es

$$\Delta V(\omega) = Z(\omega) \cdot I(\omega) \qquad \text{(III.7)}$$

que, sustituida en la (III.1) da

$$\rho_\omega = K \cdot Z(\omega) \tag{III.8}$$

Según esto, un SFV puede considerarse como una serie de determinaciones de la impedancia mutua entre dos circuitos, la cual, por efecto del terreno, cambia con la frecuencia.

III.2.3 Bobina vertical

Si el receptor fuese una bobina vertical (dipolo horizontal), podría orientársela de modo que midiese la componente B_r producida por el mismo emisor empleado en el caso anterior. En tal caso, habrá que utilizar la (I.158) de donde, despejando se obtiene

$$\gamma_1 = \left(\frac{i\omega\mu_0}{\rho}\right)^{1/2} = -\frac{3\,mi\,\mu_0}{2\pi\,r^4}\,\frac{1}{B_r{}^*}$$

y por lo tanto

$$\rho = -\frac{4\,i\omega\,\pi^2\,r^8}{9\,\mu_0\,m^2}\,B_r{}^{*2} \tag{III.9}$$

Esta fórmula presenta notable diferencia con la (III.2). En efecto, en el caso de que la componente medida sea la vertical $B_z{}^*$, esta es proporcional a la resistividad aparente, mientras que para la componente radial $B_r{}^*$ la proporcionalidad se refiere al cuadrado de ésta. Quiere esto decir que si la resistividad aparente se duplica, la señal en el receptor sólo aumenta en un 41 % aproximadamente. Por consiguiente, la componente horizontal radial $B_r{}^*$ refleja las propiedades del terreno en menor grado que la vertical. Los contrastes de resistividad ρ_2/ρ_1 actúan como si su valor fuese $(\rho_2/\rho_1)^{1/2}$.

Si se examinan una por una las fórmulas para la zona lejana de las diversas componentes magnéticas horizontales, se verá que éstas, o no contienen como factor γ_1, por lo que no permiten conocer el valor de la resistividad del terreno, o bien lo contienen, pero con exponente unidad, como en el caso mencionado de $B_r{}^*$, con la consiguiente pérdida de sensibilidad ante los contrastes resistivos. En el mismo caso se encuentra también la componente vertical magnética $B_z{}^*$ producida por una bobina vertical (dipolo horizontal).

Resulta, pues, que las bobinas verticales constituyen emisores poco adecuados para el método SFV, pues el campo que producen está menos influido por las características del terreno que en el caso de bobina horizontal. Se trata sin embargo de inferioridad relativa, pues, en rigor, este tipo de fuente es utilizable para el SFV, y también para sondeos geométricos de frecuencia fija, según resulta del trabajo de DEY y WARD (1970).

III.2.4 Zona próxima

Se han indicado anteriormente las dificultades que presentaría el efectuar las mediciones en la zona próxima del emisor. No obstante, estas no son insalvables, pues por ejemplo, el valor de ξ_1 podría determinarse por un método de superposición de las curvas de campo sobre curvas teóricas, como se hace en el SEV y en los SD (PGI). Cabe preguntarse si, al trabajar en inmediata cercanía del emisor, podrían utilizarse componentes que, como la $B_y{}^*$ del dipolo magnético horizontal (bobina vertical) no suministran información sobre el subsuelo cuando se las estudia en la zona lejana.

Si se considera el caso particular de la citada componente $B_y{}^*$, las expresiones (I.159) y (I.160) indican que en la zona próxima, $B_y{}^*$ depende de ξ_1 a través de las expresiones M y $\partial M/\partial r$, por lo que puede sospecharse la factibilidad de calcular ξ_1 por medio de observaciones de dicha componente en la zona próxima. Al expresar las funciones (I.160) de modo que aparezca explícitamente γ_1, se obtienen

$$M = \frac{-2}{\gamma_1^2 r^4} [3 + \gamma_1^2 r^2 - (3 - 3\, i\gamma_1 r - \gamma_1^2 r^2)\, e^{i\gamma_1 r}]$$

$$\frac{\partial M}{\partial r} = \frac{2}{\gamma_1^2 r^5} [12 + 2\gamma_1^2 r^2 - (12 - 12\, i\gamma_1 r - 5\,\gamma_1^2 r^2 + i\gamma_1^3 r^3)\, e^{i\gamma_1 r}] \qquad \text{(III.10)}$$

Al ser muy pequeño $\gamma_1 r$ pueden despreciarse los términos de grado superior al segundo; por otra parte, y por la misma razón, puede tomarse

$$e^{i\gamma_1 r} \simeq 1 + i\gamma_1 r$$

Al proceder de tal modo, se llega a

$$M \simeq \frac{2}{r^2}$$

$$\frac{\partial M}{\partial r} \simeq -\frac{10}{r^3} \qquad \text{(III.11)}$$

expresiones que no dependen de γ_1. Resulta, por lo tanto, que la componente $B_y{}^*$ de un dipolo magnético horizontal, medida en la zona próxima, no suministra información sobre las propiedades eléctricas del terreno. Las mismas ecuaciones (III.11) implican, a través de las (I.159), que ocurre lo propio a $B_x{}^*$. Además, siguiendo el mismo proceso de aproximación empleado para la $B_y{}^*$, resulta que la componente B_z de un dipolo eléctrico horizontal, y las $B_z{}^*$ y $E_\psi{}^*$ del dipolo magnético vertical tampoco pueden suministrar información sobre el subsuelo cuando se las mide en la zona próxima del emisor.

Ello se deduce también de la fig. I-15, que demuestra que la impedancia mutua para distancias efectivas pequeñas es muy próxima a la que se observaría en el vacío.

El cálculo de otras componentes para distancias efectivas muy pequeñas no puede efectuarse por el mismo procedimiento seguido para la componente B_y^*, pues vienen definidas por funciones de Bessel; tal es el caso de las componentes E_x^*, E_y^*, B_z^* del dipolo horizontal, o de la B_r^* del vertical. Algo análogo ocurre con las componentes eléctricas o magnéticas producidas por un dipolo eléctrico horizontal o por un cable recto de longitud indefinida. Sin embargo, también puede demostrarse que para estos campos y fuentes se da la misma circunstancia de que, en la zona próxima, no se obtiene información sobre las características del terreno. Existe, sin embargo, una excepción, constituida por las componentes eléctricas E_x, E_y del dipolo eléctrico horizontal, las cuales, según se deduce por simple inspección de las dos primeras ecuaciones (I.163), dependen de la resistividad ρ del terreno, tanto en la zona próxima como en la lejana.

Esta singular circunstancia es la que hace posible la existencia de los sondeos de corriente continua SEV y SD. En ellos, por ser $\omega = 0$, la longitud de onda es infinita, por lo que se trabaja siempre en la zona próxima.

III.3 DISPOSITIVOS MAS FAVORABLES Y SUS COEFICIENTES

Los resultados del apartado anterior permiten escoger los dispositivos más favorables para la ejecución de SFV. Según lo dicho habrá que trabajar en la zona lejana (cuyo límite depende de la banda de frecuencias empleada). Por otra parte, no son aconsejables las componentes horizontales del campo magnético, ni el empleo como fuente de una bobina vertical. Quedan por lo tanto, como fuentes más adecuadas, el dipolo magnético vertical (bobina horizontal) y el dipolo eléctrico horizontal. Del primero pueden utilizarse, según se ha visto, las componentes E_ψ y B_z, y del segundo, las E_x, E_y y B_z. No se considerará aquí otro tipo posible de fuente, que es la constituida por un cable largo. La razón de ello es que éste no se ha utilizado hasta ahora en los SEM, ni tampoco parecen existir estudios sobre las posibilidades de este método, salvo en el caso de campo natural (magneto-telúrico).

El cálculo de la resistividad aparente ρ_ω a partir de B_z fue estudiado más arriba. En cuanto a la componente eléctrica tangencial E_ψ^*, viene dada según la (I.157) por

$$E_{\psi}^{*} = -\frac{3\, i\omega\, \mu_0\, m}{2\pi\, \gamma_1^2\, r^4} = -\frac{3\, i\omega\, \mu_0\, m}{2\pi\, (i\omega\mu_0\sigma)\, r^4} = = -\frac{3\, m\, \rho}{2\pi\, r^4} = -\frac{3\, q_e\, l\, \rho}{2\pi\, r^4} \quad \text{(III.12)}$$

si se emplea la misma notación que en el apartado III.2.1. Se deduce de aquí que

$$\rho_\omega = -\frac{2\pi\, r^4}{3\, l\, q_e} E_{\psi}^{*} \quad \text{(III.13)}$$

El campo eléctrico $E^{\psi *}$ habrá de medirse en el terreno con un corto dipolo pasivo de longitud *MN*, con sus extremos puestos a tierra, y orientado tangencialmente respecto del emisor. El campo E_ψ dará lugar a la aparición de una tensión $\Delta V(\omega)$ entre los extremos del receptor, tal que

$$\Delta V(\omega) = \overline{MN} \cdot E_{\psi}{}^{*} \quad \text{(III.14)}$$

Sustituyendo este valor en la expresión (III.13) resulta

$$\rho_\omega = \frac{-2\pi\, r^4}{3\, q_e\, MN} \frac{\Delta V(\omega)}{I(\omega)} \quad \text{(III.15)}$$

que es la fórmula práctica para el cálculo de la resistividad aparente ρ_ω en los SFV realizados con el dispositivo indicado.

Cuando el emisor es un dipolo eléctrico horizontal, el receptor suele colocarse, bien en la misma línea del dipolo (*dispositivo axil*) bien en la mediatriz de éste *(dispositivo ecuatorial)* (*). Cuando el receptor es otro dipolo eléctrico, la componente que suele estudiarse es la E_x. La fórmula aplicable es, pues, la (I.181) donde despejando ρ, resulta

$$\rho = \frac{2\pi\, R^3}{I\, ds} (3 \cos^2 \theta - 2)^{-1} E_x \quad \text{(III.16)}$$

que, para el dispositivo axil ($\theta = 0$) da

$$\rho = \frac{2\pi\, R^3}{I\, ds} E_x \quad \text{(III.17)}$$

y para el ecuatorial ($\theta = \pi/2$) es

$$\rho = -\frac{\pi\, R^3}{I\, ds} E_x \quad \text{(III.18)}$$

(*) Se observará que esta nomenclatura es la misma que se emplea en los sondeos dipolares de corriente continua (PGI, cap. VI).

De estas pueden obtenerse las fórmulas prácticas poniendo AB en vez de ds y, utilizando una ecuación análoga a la (III.14), puede escribirse

$$\rho_\omega = \frac{2\pi R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} \frac{\Delta V(\omega)}{I(\omega)} \tag{III.19}$$

para el dispositivo axil, y

$$\rho_\omega = -\frac{\pi R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} \frac{\Delta V(\omega)}{I(\omega)} \tag{III.20}$$

para el ecuatorial.

Obsérvese que estas fórmulas son las mismas que se obtuvieron en el apartado III.10 de PGI, para sondeos dipolares en corriente continua, pero cambiadas entre sí, es decir, que la del dispositivo axil en frecuencia variable es la del ecuatorial en continua, e inversamente. Ello se debe a que en frecuencia variable se trabaja en la zona lejana, y en continua en la próxima.

En general será

$$\rho_\omega = \frac{2\pi R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} (3 \cos^2 \theta - 2)^{-1} \frac{\Delta V(\omega)}{I(\omega)} \tag{III.21}$$

Si, con el mismo tipo de emisor, el receptor es una bobina horizontal, con la que se mide B_z^*, se empleará la fórmula (I.185) de la que se deduce

$$\gamma_1^2 = \frac{i\omega\mu_0}{\rho} = -\frac{3\,\mu_0 I ds}{2\pi R^4} \frac{\text{sen}\,\theta}{B_z}$$

de donde resulta

$$\rho = -\frac{2\pi\, i\omega\, R^4}{3\, Ids} \frac{B_z^*}{\text{sen}\,\theta} \tag{III.22}$$

y por ser

$$\Delta V(\omega) = i\omega q_r B_z^*$$

la fórmula práctica será

$$\rho_\omega = -\frac{2\pi R^4}{3\, \overline{AB}\, q_r\, \text{sen}\,\theta} \frac{\Delta V(\omega)}{I(\omega)} \tag{III.23}$$

Conviene resumir los resultados obtenidos para las resistividades aparentes ρ_ω en los dispositivos más favorables para el SEV. Son los siguientes:

$$\rho_\omega = \frac{2\pi\, i\omega\, r^5}{9\, m} B_z^* \qquad \text{(III.2)}$$

$$\rho_\omega = \frac{-2\pi\, r^4}{3\, m} E_\psi^* \qquad \text{(III.13)}$$

$$\rho_\omega = -\frac{2\pi i\omega R^4}{3\, Ids} \frac{B_z}{\operatorname{sen}\theta} \qquad \text{(III.22)}$$

$$\rho_\omega = \frac{2\pi\, R^3}{Ids} (3 \cos^2\theta - 2)^{-1} E_x \qquad \text{(III.16)}$$

En cuanto a los coeficientes de dispositivo, alguno de los cuales se ha deducido ya, mientras que otros se obtienen directamente de las fórmulas oportunas ya consideradas, son los que siguen:

a) Para emisor de bobina horizontal y receptor del mismo tipo:

$$K = \frac{2\pi\, r^5}{9\, q_e\, q_r} \qquad \text{(III.6)}$$

b) El mismo emisor, con dipolo eléctrico horizontal y tangencial como receptor:

$$K = -\frac{2\pi\, i\, r^4}{3\, q_e\, \overline{MN}} \qquad \text{(III.24)}$$

c) Dipolo eléctrico horizontal (con sus extremos a tierra) como emisor, y bobina horizontal como receptor:

$$K = -\frac{2\pi\, R^4}{3\, \overline{AB}\, q_r \operatorname{sen}\theta} \qquad \text{(III.25)}$$

d) Emisor y receptor constituidos por dipolos eléctricos horizontales y paralelos, con sus extremos a tierra:

$$K = \frac{2\pi\, R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} (3 \cos^2\theta - 2)^{-1} \qquad \text{(III.26)}$$

e) Al caso particular de dispositivo axil, corresponde para dipolo eléctrico receptor (*)

$$K = \frac{2\pi\, R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} \qquad \text{(III.27)}$$

(*) En este caso, no puede emplearse receptor de bobina, por ser nula B_z.

f) Para dipolo eléctrico horizontal como emisor, con el receptor en posición ecuatorial, se tiene

$$K = -\frac{\pi R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} \tag{III.28}$$

$$K = -\frac{2\pi R^4}{3\,\overline{AB}\,q_r} \tag{III.29}$$

que corresponden respectivamente al receptor en forma de dipolo eléctrico paralelo o de bobina horizontal.

En la práctica los coeficientes K arriba enumerados se suelen tomar en valor absoluto.

Las fórmulas anteriores se han deducido para dipolo infinitesimales, por lo que se requiere una corrección que se aplica por medio del ábaco incluido en el capítulo siguiente (fig. IV-5).

Por último, conviene hacer notar que no es forzoso representar las observaciones de los SFV en forma de resistividades aparentes. Cuando se miden dos componentes ortogonales, una eléctrica y otra magnética, puede utilizarse como variable representativa la impedancia de onda constituida por la relación entre dichas magnitudes. Cabe también medir los parámetros de la elipse de polarización de dos componentes magnéticas. RYU *et al* (1972) atribuyen varias ventajas a este modo de operar. Entre ellas figuran el que los cambios en la intensidad del emisor no afectan a los resultados, y el que no es necesario disponer de una señal de referencia de fase del emisor.

III.4 INSTRUMENTAL Y TRABAJO DE CAMPO

III.4.1 Introducción

El método de los SFV, según se ha dicho, se emplea aun muy poco en Occidente, por lo que las únicas técnicas que pueden describirse con algún detalle son las aplicadas en la Unión Soviética, tal como se expone en los manuales de dicha nacionalidad (TARKHOV, 1963; YAKUBOWSKIY-LIAKHOV, 1964). Se describirán además el procedimiento francés MELOS, y algunos trabajos experimentales norteamericanos.

III.4.2 Técnicas soviéticas

El método de los SFV fue ensayado durante los años 1956 a 1959 en la depresión polaco-lituana, y pasó luego a la práctica usual en la inves-

tigación petrolera, en especial en zonas en cuyo corte geoeléctrico existen capas pantalla.

El equipo es muy potente y bastante complejo. El circuito emisor está constituido por un cable recto puesto a tierra por sus extremos, con algunos kilómetros de longitud. El receptor suele colocarse dentro de un ángulo polar θ tal que $70° < \theta < 110°$ con lo que se obtienen resultados que no difieren prácticamente de los que corresponden al dispositivo ecuatorial, y con una sola posición del emisor pueden efectuarse seis sondeos (fig. III-1). Cuando se mide la componente eléctrica E_x, el receptor está constituido por un dipolo *MN* de 500 a 1000 m. de longitud, unido a tierra por medio de electrodos impolarizables, y paralelo al dipolo emisor *AB*. Para la medición de la componente magnética vertical B_z se utiliza un cuadro de 100 a 200 m de lado y de 15 a 20 espiras, que se forma con un cable de tantos conductores aislados como espiras. Se cuida muy estrictamente la horizontalidad de este cuadro. Cuando, como ocurre a veces, se utiliza el dispositivo axil, el receptor consta únicamente de un dipolo *MN* situado en la línea *AB*.

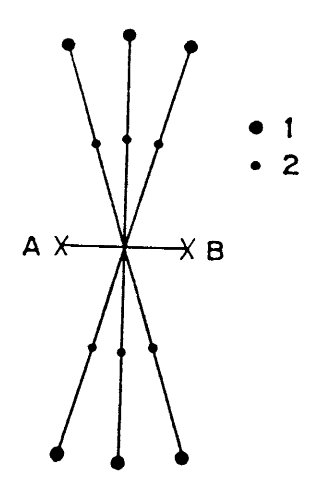


Fig. III-1. Dispositivo utilizado por los geofísicos soviéticos para la ejecución de SFV. Con una misma ubicación del dipolo eléctrico emisor AB se obtienen seis sondeos distintos, correspondientes a otras tantas posiciones del receptor, señaladas por los circulitos 1. El receptor puede ser un dipolo eléctrico MN, paralelo al emisor, o un cuadro horizontal. Los circulitos 2 representan los puntos de atribución correspondientes.

La distancia entre emisor y receptor suele oscilar entre 10 y 20 km, lo que obliga a utilizar un campo primario muy intenso, con intensidades de 100 a 150 amperios en el circuito emisor. Para ello se emplea como generador una "estación geoeléctrica" de las empleadas en la prospección por corriente continua, con dos generadores de 16,5 kW cada uno. La corriente continua de estos es cortada e invertida periódicamente por un grupo de tiratrones, mandados por un oscilador *R-C*.

Se obtienen así 24 frecuencias diferentes que son las que siguen:

0,04; 0,06; 0,08; 0,12; 0,18; 0,25; 0,35; 0,5; 0,7; 1; 1,5; 2; 3; 4; 6; 10; 15; 20; 35; 65; 90; 120; 180 y 250 Hz.

A fin de que la intensidad primaria sea suficientemente grande, la resistencia óhmica de la línea *AB* debe ser inferior a 6 Ω. Desde el equipo emisor, instalado en un camión grande, se envían señales de radio al receptor, las cuales sirven de referencia de fase y para el registro de la intensidad primaria en los oscilógrafos del receptor.

El circuito de recepción consta esencialmente de un amplificador provisto de filtros que sólo dejan pasar el primer armónico de la señal recibida. Las señales se observan visualmente en un oscilógrafo catódico, y se registran además, junto con las señales primarias de intensidad y fase.

Para investigaciones a menor profundidad, como las de minería, se emplean equipos mucho más ligeros, y que trabajan a frecuencias mayores (100 Hz a 1000 KHz) y con menor separación entre emisor y receptor (100 m a 1 km).

III.4.3 El procedimiento MELOS

Esta modalidad del SFV se debe al francés DUROUX (1967) y es la única, que el autor sepa, utilizada de modo industrial en Occidente.

Existen dos clases de equipo: el Mini-MELOS y el MELOS grande. El primero, útil para profundidades hasta de 250 m aproximadamente, emplea frecuencia comprendidas entre 35 Hz y 35 kHz, mientras que en el modelo mayor los límites son 1,5 Hz y 1,5 kHz, y de unos 1000 m para la profundidad.

El circuito emisor es una bobina o bucle horizontal de 20 a 60 m de diámetro en el modelo pequeño, y de 300 m en el grande.

Las componentes medidas son B_z, B_r y E_ψ. El receptor consta de bobinas para la medición del campo magnético, y de un corto dipolo *MN* para la de E_ψ. Las tensiones producidas en estos elementos son filtradas, amplificadas y medidas· digitalmente.

Las distancias entre el emisor y el receptor son de 500 a 750 m en la modalidad "mini" y de 1750 a 2500 m en la grande. La duración de cada sondeo es de 15 minutos en el primer caso, y de 2 horas en el segundo.

Los resultados se combinan en forma de cocientes o de impedancias de donda (B_r/B_z) y (E_ψ/B_r). Las resistividades aparentes se calculan por medio de la fórmula

$$\rho_\omega = \frac{K\mu_0}{\omega}\left(\frac{E_\psi}{B_r}\right)^2 \qquad \text{(III.30)}$$

donde *K* es un coeficiente de corrección debido a que no se trabaja exactamente en la zona lejana, y que se calcula partiendo del valor observado

para B_r/B_z. Las curvas de resistividades aparentes se interpretan por medio de curvas patrón y los resultados se atribuyen a la vertical del receptor. Por esta causa suelen hacerse muchos sondeos (hasta 20) con el emisor instalado en un mismo lugar.

Según las descripciones publicadas (MARECHAL, 1971) el mini-MELOS tiene por aplicación principal los estudios de detalle en investigaciones mineras, mientras que la versión grande se ha empleado hasta ahora en prospecciones petroleras, combinado con otros métodos. Su mayor eficacia se demuestra en la localización de fallas.

III.4.4 Algunos ensayos occidentales

a) Recientemente (KELLER, 1971), se han realizado, por parte de la escuela de Minas de Colorado, 50 SFV en las islas Hawaii. Tanto el emisor como el receptor eran bobinas horizontales, el primero con una sola espira de 95 m de diámetro, y el segundo con 26 espiras del mismo diámetro. Tanto el generador, de 400 watios de salida, como el voltímetro del receptor eran aparatos comerciales construidos, respectivamente, por General Radio y por Hewlett-Packard. La distancia entre una y otra bobinas variaba, según los casos, entre 1 y 2 km y las frecuencias utilizadas fueron 20, dentro de los límites de 20 Hz a 2 kHz. Las profundidades estudiadas llegaron hasta 1000 y 2000 m.

b) RYU, MORRISON y WARD (1972) han efectuado ensayos de SFV en el valle de Santa Clara (California) con el objeto de comprobar las posibilidades de este método en la investigación hidrogeológica.

El circuito emisor era una bobina horizontal de 20 m. de diámetro, con 20 espiras, alimentado por un oscilador de 10 kVA de salida y frecuencias de 200 Hz a 15 kHz. El receptor estaba constituido por una bobina de núcleo ferrítico de 12,5 cm de diámetro con 1200 espiras, acoplado a un voltímetro a través de un preamplificador y un filtro. La distancia emisor a receptor fue de 122 m en unos casos, y de 214 en otros.

Las dificultades que se presentaron para la medida de la intensidad primaria, así como la falta de una señal de referencia, fueron orilladas ingeniosamente, determinándose, en vez de otros parámetros, los módulos relativos de B_z, B_r y B_{45}. Este último símbolo representa a la componente del campo medida a 45° de la horizontal, hacia el eje menor de la elipse de polarización. Con estos datos se pudieron calcular los parámetros de la elipse, en cada punto de observación, para 14 frecuencias distintas.

III.5 REPRESENTACION DE LAS CURVAS

Siendo las ρ_ω función de la frecuencia parece a primera vista que las curvas de $\rho_\omega(\omega)$ deberán trazarse del modo usual, esto es, llevando en

abcisas valores crecientes de ω. Si se procediera así, resultaría que la parte izquierda de la curva estaría afectada principalmente por las capas profundas, más accesibles a las frecuencias bajas, mientras que la parte derecha representaría sobre todo a las capas superficiales, que influyen especialmente en la respuesta a frecuencias altas. Ello sería contrario a lo que ocurre en las curvas de SEV, donde, en líneas generales, a mayor abscisa corresponde mayor profundidad. Resulta más cómodo y conveniente efectuar la representación de las curvas $\rho_\omega(\omega)$ de modo que se comporten de modo análogo a como lo hacen las de SEV, llevando en abscisas alguna magnitud proporcional a ω^{-1}, la más sencilla de las cuales es el período T. En la práctica, sin embargo, y por razones que se verán más adelante, suele utilizarse como variable independiente la raíz cuadrada del período, $T^{1/2}$.

En la interpretación de las curvas de campo se utilizan curvas patrón calculadas para cortes conocidos. Para el trazado de estas curvas patrón o teóricas, es preferible llevar en abscisas una magnitud x sin dimensiones, a fin de conseguir mayor generalidad. Ello se justifica del mismo modo que en las curvas de SEV, donde la variable independiente es $AB/2E_1$ con lo que se elimina una variable. En los SFV existen varias longitudes, dependientes de la frecuencia y de la primera capa, que pueden combinarse con el espesor de esta para formar relaciones adimensionales. Entre estas longitudes figuran la longitud de onda, la penetración nominal en la primera capa para la frecuencia considerada, y la constante de propagación, que es la inversa de una longitud.

De este modo se obtienen las magnitudes siguientes:

$$\frac{\lambda_1}{d_1} = \frac{2\pi}{d_1}\left(\frac{2\rho_1}{\omega\mu_0}\right)^{1/2} \tag{III.31}$$

$$(|\gamma_1|\, d_1)^{-1} = \xi_1^{-1} = \left(\frac{\rho_1}{\omega\mu_0}\right)^{1/2}\frac{1}{d_1} \tag{III.32}$$

$$\frac{\delta_1}{d_1} = \left(\frac{2\rho_1}{\omega\mu_0}\right)^{1/2}\frac{1}{d_1} \tag{III.33}$$

en cuyas expresiones se han utilizado las (I.48), (I.56) y (I.82). Obsérvese que estas magnitudes sólo difieren en factores constantes y que todas son proporcionales a $T^{1/2}$. Esta es la razón, antes aludida, que justifica el empleo de $T^{1/2}$ para las curvas de campo. Los factores constantes son los siguientes:

$$\left(\frac{\lambda_1}{d_1}\right) = 2\pi\left(\frac{\delta_1}{d_1}\right) = 2\sqrt{2}\,\pi\,\xi_1^{-1} \tag{III.34}$$

III.6 LAS CURVAS DE RESISTIVIDAD APARENTE EN LOS SONDEOS DE FRECUENCIA

III.6.1 Medio homogéneo

Las curvas de $\rho_\omega(\omega)$ poseen propiedades y características que debe conocer detalladamente todo prospector que haya de trabajar con ellas, lo que requiere un claro entendimiento de los fenómenos físicos que intervienen en su obtención.

En primer lugar hay que tener presente la aplicación de los conceptos de zona próxima y zona lejana, cuando la distancia entre emisor y receptor permanece fija, como ocurre mientras se efectúa un SFV. En tales condiciones, el receptor está en una u otra zona según cual sea la frecuencia emitida.

Supóngase que el sondeo se efectúa sobre un medio homogéneo y que, como se ha dicho en el apartado anterior, en el eje de abscisas se representa una variable proporcional a $T^{1/2} = \omega^{-1/2}$. Las frecuencias más altas que, por tener longitud de onda muy pequeña, dejen al receptor en la zona lejana del emisor, quedarán en la parte izquierda del diagrama, mientras que las frecuencias suficientemente bajas para que su longitud de onda supere a la distancia emisor-receptor, dejando al último en la zona próxima, estarán representados en la parte derecha del gráfico (figura III-2). No debe olvidarse que la longitud de onda que se considera es la que corresponde al medio inferior homogéneo que representa al terreno.

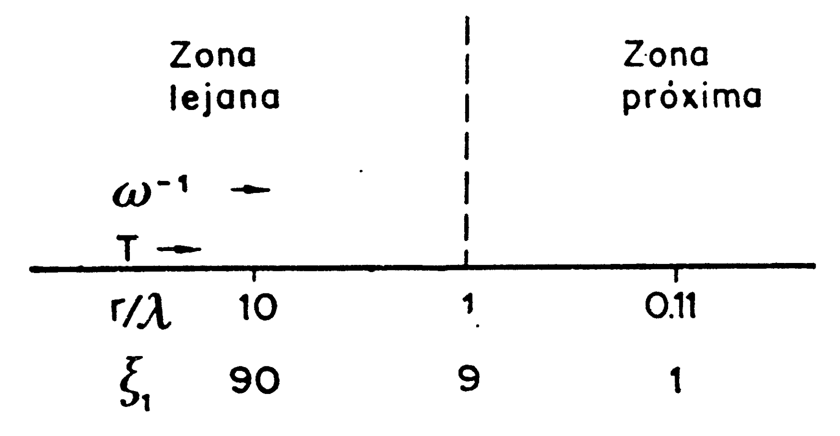


Fig. III-2. Diagrama esquemático de la situación de las zonas próxima y lejana en las curvas de SFV. Al disminuir la frecuencia y aumentar el período, crece la longitud de onda y el receptor llega a quedar dentro de la zona próxima cuando $\lambda \geq r$ (r = distancia emisor-receptor) a lo que corresponden distancias efectivas < 9.

Siendo homogéneo el terreno, la resistividad aparente obtenida habría de ser igual, para todo ω, a la resistividad verdadera ρ_1 de aquél. Para su cálculo, las fórmulas sencillas dadas al final del apartado III.3 sólo se-

que se considere. Sin embargo, para un corte dado, pueden definirse estas zonas de modo que la zona próxima esté formada por la intersección de las zonas próximas de las diversas capas, y lo mismo para la zona lejana. Entre ellas quedará una zona intermedia más amplia que en el caso de medio homogéneo.

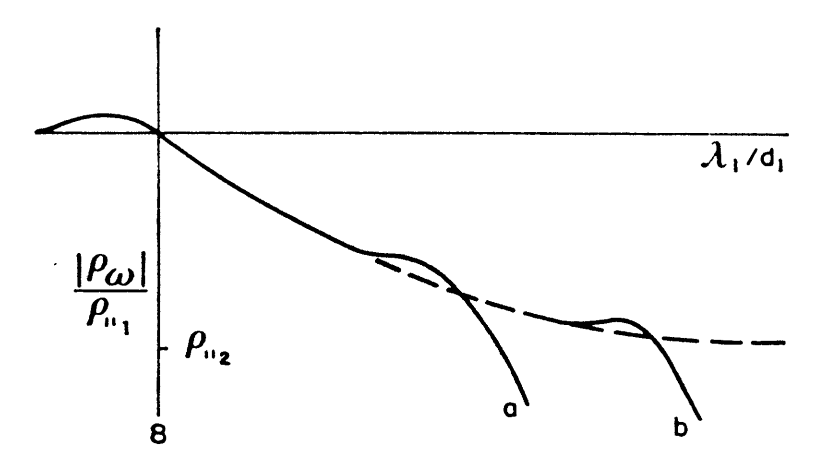


Fig. III-4. Ejemplo de curva teórica de SFV para un corte de dos capas con $\rho_{\text{II}1} > \rho_{\text{II}2}$. La magnitud observada es el campo magnético. La curva de trazos es la que correspondería a distancia infinita entre emisor y receptor. Las ramas *a* y *b* pertenecen a dos valores diferentes y finitos de dicha distancia, mayor en el segundo caso.

El hecho de que las curvas de SFV dependan de la distancia emisor-receptor, se traduce en que a cada corte no corresponde una sola curva, como en el SEV, sino una familia de ellas cuyo parámetro es r/d_1.

Por último, conviene indicar que las curvas de la fig. III-3 comentadas al principio de este apartado, corresponden al caso general. Cuando el emisor y el receptor son dipolos eléctricos horizontales, la curva tiende asintóticamente a un valor finito, que es la resistividad aparente que se mediría en corriente continua con el mismo dispositivo y sobre el mismo corte.

III.6.3 Curvas límite u ondulatorias

Se han visto anteriormente (apartado III.2 y III.3) las ventajas que supone el trabajo en la zona lejana, por lo que parece lógico que se procure cumplir esta condición. Sin embargo, al ir bajando la frecuencia para alcanzar mayores profundidades se llegará siempre a una longitud de onda mayor que la distancia *r*, con lo que el receptor se encontrará ya en la zona próxima. El único medio de conseguir que toda la curva pertenezca a la zona lejana o de altas frecuencias —aparte del trivial de suprimir las frecuencias bajas— sería llevar al receptor a distancia infinita del emisor. Aunque esto sea físicamente imposible, las curvas teóricas calculadas en tal supuesto tienen gran interés práctico. Tales curvas para $r \to \infty$ reciben los nombres de *curvas límite* y de *curvas ondulatorias*.

Para cálculo de las curvas límites, VAN'YAN (1967) utiliza las fórmulas del campo electromagnético sobre medios estratificados que se consideraron en el capítulo II, pero en vez de determinar su límite para $r \to \infty$, calcula el correspondiente para $\lambda = 0$, es decir, que utiliza la propiedad

$$\lim_{r \to \infty} \int_0^\infty F(\lambda)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda = \int_0^\infty \overline{F}(\lambda)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda \qquad \text{(III.35)}$$

con

$$\overline{F}(\lambda) = \lim_{\lambda \to 0} F(\lambda) \qquad \text{(III.36)}$$

Como ejemplo, y siguiendo al autor citado, puede determinarse la ecuación de la curva límite que corresponde a los SFV que utilizan como emisor un dipolo magnético vertical, y como receptor, un dipolo eléctrico horizontal que mide la componente $E_\psi{}^*$. Esta se expresa, si el medio sobre el que se efectúa el sondeo es estratificado, según se vio en el capítulo anterior, por

$$E_\psi^* = -\frac{i\omega\mu_0 m}{2\pi} \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0 + \dfrac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda r)\, d\lambda \qquad \text{(II.112)}$$

Por lo tanto, la función $F(\lambda)$ de la (II.35) es

$$F(\lambda) = \frac{\lambda}{u_0 + \dfrac{u_1}{\Phi}} \simeq \frac{\lambda}{\lambda + \dfrac{u_1}{\Phi}} = \frac{\lambda\Phi/u_1}{1 + \dfrac{\lambda\Phi}{u_1}} = \frac{\lambda\Phi}{u_1} - \frac{\Phi^2\lambda^2}{u_1^2} + \ldots \qquad \text{(III.37)}$$

La sustitución efectuada de u_0 por λ proviene de tomar $\varepsilon_0 = 0$ (aproximación casi estática) con lo que $\gamma_0 = 0$ en la (II.69).

Al tender λ a cero, pueden despreciarse los términos posteriores al segundo en el desarrollo de la (II.37). Por otra parte, el límite de Φ para $\lambda \to 0$ es la función C de Cagniard (II.133) mientras que, en el mismo caso, u_1 tiende a $\gamma_{II\,1}$. En consecuencia, para valores pequeños de λ,

$$F(\lambda) \simeq \frac{\lambda}{\gamma_{II\,1}} C - \frac{\lambda^2}{\gamma_{II}^2} C^2 \qquad \text{(III.38)}$$

La integral que aparece en la (II.112) valdrá, pues,

$$I = \frac{C}{\gamma_{II\,1}} \int_0^\infty \lambda\, J_0(\lambda r)\, d\lambda - \frac{C^2}{\gamma_{II\,1}^2} \int_0^\infty \lambda^2 J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

y teniendo en cuenta las igualdades

$$\int_0^\infty \lambda\, J_0(\lambda r)\, d\lambda = 0$$

rían aplicables en la zona lejana, es decir, para frecuencias muy altas. Para frecuencias intermedias o bajas sería preciso, según se vio en los apartados III.2 y III.3, el empleo de fórmulas muy complicadas. Para evitar esto, suele tomarse en la práctica como resistividad aparente la calculada con las fórmulas para frecuencias altas (III.6) y (III.24) a (III.29), pero al proceder así, la resistividad aparente ρ_ω no coincide en general con la resistividad verdadera ρ_1 del medio homogéneo sobre el que se han hecho las mediciones.

Para aclaración de lo dicho se darán algunos ejemplos. Supóngase que sobre un medio homogéneo e isótropo se efectúa un SFV, utilizando bobinas horizontales tanto para el emisor como para el receptor. En tal caso, la componente medida será la B_z y la fórmula que habrá de aplicarse para el cálculo de ρ_ω será la (III.6). La curva de resistividades aparentes que se obtiene tendrá la marcha general indicada en la figura III-3. Para frecuencias muy altas, la ordenada de la curva coincide prácticamente con la resistividad verdadera ρ_1, pero a medida que crecen las longitudes de onda y las condiciones van correspondiendo a la zona intermedia, la curva se levanta, pasa por un máximo, y luego desciende asintóticamente hacia cero. Esta última parte de la curva corresponde a la zona próxima, o sea a frecuencias lo suficientemente bajas para que las longitudes de onda superen a la distancia *r*. En dicha parte final o derecha, se van juntando las curvas correspondientes a diversos valores de ρ_1. Ello se debe, como se ha dicho, a que en la zona próxima, el campo depende cada vez menos de la resistividad del subsuelo y tiende en general a cero.

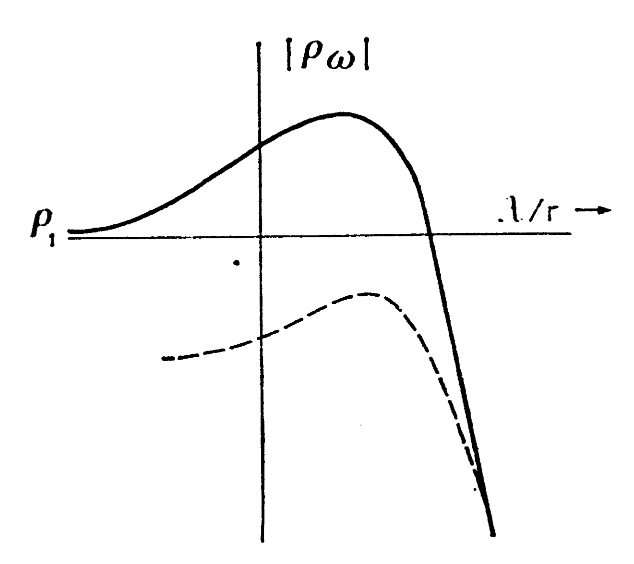


Fig. III-3. Curvas de resistividad aparente $|\rho_\omega|$ para terreno homogéneo e insótropo de resistividad ρ_1. La curva de trazos corresponde a un valor de ρ_1 más pequeño. Ambas curvas se unen a la derecha, tendiendo a cero, salvo cuando el emisor y el receptor son dipolos eléctricos horizontales.

Análogos resultados se obtienen para otros tipos de fuentes o de receptores, con una excepción, que se considerará más abajo. En las fórmulas correspondientes, el campo observado se toma siempre en su valor absoluto. Alternativamente, puede representarse la variación en función de ω del desfase entre la componente observada y la intensidad de corriente en el circuito emisor. Se obtiene así una curva cuyo aspecto es muy semejante al de la curva de resistividades aparentes ya descrita. Si el medio homogéneo presentase anisotropía transversal, la marcha de la curva de resistividades aparentes es la misma, pero el valor inicial o asintótico por la izquierda corresponde a la resistividad longitudinal u horizontal $\rho_{\parallel 1}$ sin que $\rho_{\perp 1}$ intervenga para nada.

Se desprende de todo lo dicho que las curvas de SFV son mucho más complicadas que las correspondientes a sondeos en corriente continua, y más difíciles de asociar intuitivamente con el corte que representan; recuérdese que, en el SEV, la curva que se obtiene sobre un medio homogéneo se reduce a una recta horizontal, cuya ordenada coincide con la resistividad del medio, si es isótropo, y con su resistividad media si es anisótropo.

La excepción mencionada más arriba pertenece, como es natural, al caso de que tanto el emisor como el receptor sean dipolos eléctricos horizontales. Entonces, la curva arranca por la izquierda del valor $\rho_{\parallel 1}$ como en el caso general, y al disminuir la frecuencia pasa por un mínimo y crece luego, acercándose a una asíntota horizontal de ordenada $\rho_{m 1}$ que es el valor correspondiente a corriente continua. La curva de desfases sigue marcha análoga, pero después del mínimo y de un máximo, la curva tiende al valor cero, propio de este caso para corriente continua.

III.6.2 Curvas de dos capas

La figura III-4 representa curvas de resistividades aparentes de SFV (*) sobre un corte de dos capas, con $\rho_2 < \rho_1$. Como puede observarse, la curva comienza con el valor $\rho_{\parallel 1}$, pasa por el máximo acostumbrado y empieza a cercarse asintóticamente al valor $\rho_{\parallel 2}$, pero luego crece y tiende finalmente a cero. Este rasgo final de la curva se presenta para frecuencias tanto más bajas cuanto mayor sea la distancia r entre emisor y receptor, la cual, en las curvas teóricas, acostumbra a normalizarse dividiéndola por el espesor d_1 de la primera capa. Es lógico que así ocurra, puesto que al ser mayor dicha distancia, será precisa mayor longitud de onda para que el receptor entre en la zona próxima.

Es importante darse cuenta de que, cuando existen varias capas de diferente resistividad, son también diferentes en ellas las longitudes de onda para una misma frecuencia. Por consiguiente, los conceptos de zona próxima y zona lejana, pierden carácter unívoco, y dependen de la capa

(*) En lo sucesivo, y para abreviar, llamaremos a éstas "curvas de SFV".

$$\int_0^\infty \lambda^2 J_0(\lambda r)\, d\lambda = -r^{-3} \tag{III.39}$$

resulta

$$I = \frac{C^2}{\gamma_{II\,1}^2} r^{-3}$$

que, sustituida en la (II.112) da

$$E_\psi^* = -\frac{3\, i\omega\mu_0 m}{2\pi\, \gamma_{II\,1}^2\, r^4} C^2 \tag{III.40}$$

Si este valor de $E_\psi{}^*$ se sustituye en la (III.13) se tiene

$$\rho_\omega = \frac{i\omega\mu_0}{\gamma^2_{II\,1}} C^2 = \rho_{II\,1}\, C^2 \tag{III.41}$$

que es la ecuación de la curva límite, la cual, como era obligado, no depende de *r*, sino sólo de ω. La misma expresión (III-41) se obtiene para los demás tipos de fuentes y receptores. La expresión obtenida presenta la notable particularidad de que su cálculo puede efectuarse, según la (II.134) mediante tablas de funciones hiperbólicas, mientras que los demás tipos de curvas de resistividad aparente, que corresponden a valores finitos de *r*, exigen la integración numérica de expresiones similares a la (II.112) para el cálculo del campo que aparece en la fórmula de la resistividad aparente.

Las curvas límite presentan morfología semejante a las de SEV, pero con extremos en su parte izquierda que son "ficticios", esto es, que no corresponden a ningún máximo ni mínimo en la distribución vertical de resistividades. Uno de estos extremos es el mismo que posee la curva de SFV y que ya hemos considerado, pues ambas coinciden en su parte izquierda, y esto en un tramo tanto mayor cuanto más grande sea *r*. En realidad, no es este el único extremo ficticio, pues existen otros más a la izquierda, de amplitud cada vez menor conforme se avanza en dicha dirección, y no representados en las figuras III-5 y III-6.

Las propiedades de las curvas límite pueden deducirse sin gran dificultad partiendo de la igualdad (III.41). No se entrará aquí en el detalle de los cálculos, ya que estos se desarrollan en el capítulo V, pero sí se enumerarán sus consecuencias, que son las siguientes:

a) La curva límite correspondiente a un medio homogéneo de resistividad $\rho_{II\,1}$ es una recta horizontal con ordenada $\rho_{II\,1}$.

b) Las curvas límites para medios estratificados tienden por la derecha a la resistividad $\rho_{II\,n}$ de la última capa o sustrato, y por la izquierda, de modo oscilante, al de la primera $\rho_{II\,1}$.

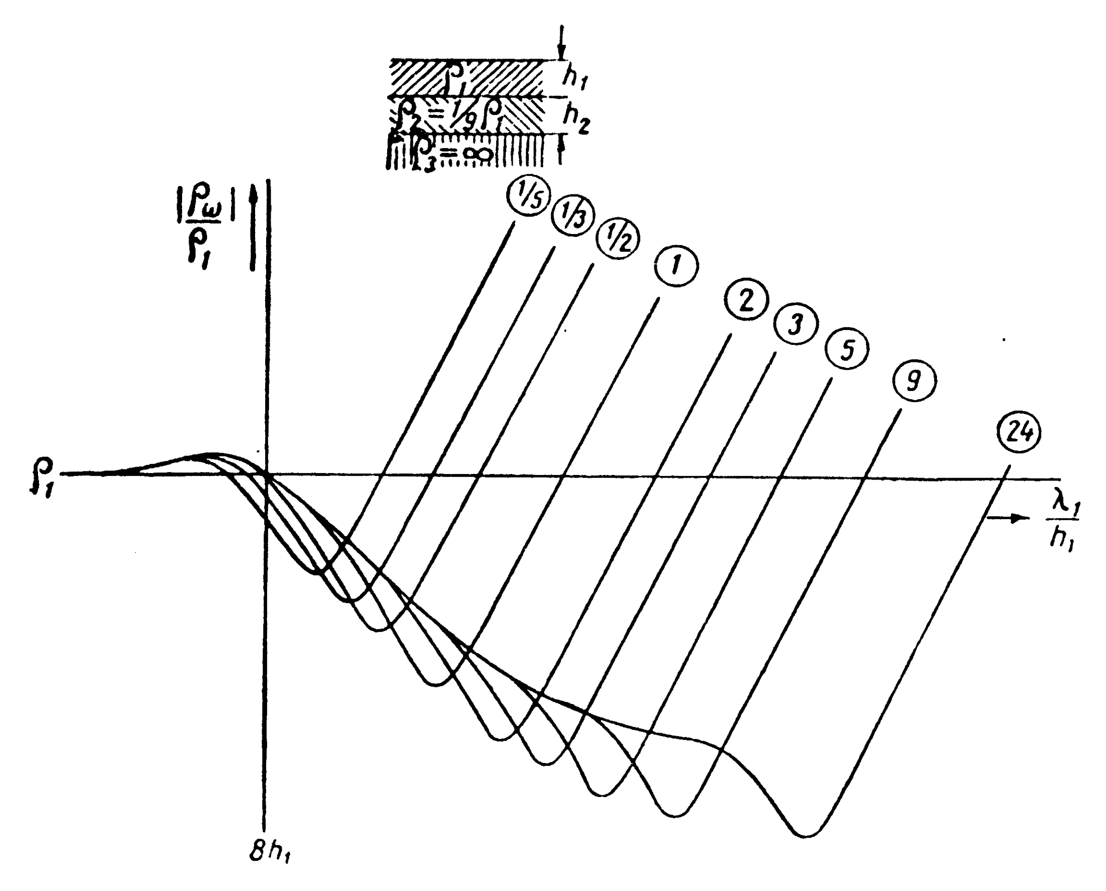


Fig. III-5. Familia de curvas teóricas de SFV, (módulo de ρ_ω) para cortes de tres capas. Los números rodeados por círculos representan la relación de espesores entre la tercera y la segunda capa. Según Van'yan.

c) Si la resistividad del sustrato es nula o infinita, la curva límite presenta, en su representación logarítmica, una asíntota rectilínea, respectivamente descendente o ascendente, y de pendiente 2, o sea que forma un ángulo de 63° 25′ con el eje de abscisas (fig. III-5). Recuérdese que en las curvas de SEV existe una asíntota semejante, de pendiente unidad, pero sólo en el caso de sustrato aislante.

d) La mencionada asíntota ascendente corta el eje de abscisas $|\rho_\omega|/|\rho_1| = 1$ en el punto de abscisa

$$\frac{\lambda_1}{d_1} = \frac{2\pi S}{S_1}$$

En las curvas de campo, en las que se representan los valores absolutos de las resistividades en función de $T^{1/2}$ puede determinarse el de S (conductancia longitudinal de todas las capas superiores al sustrato) midiendo la abscisa $T_1^{1/2}$ de la intersección de la asíntota con el eje $\rho_\omega = 1$ $\Omega \cdot m$. Entonces

$$S = 503\ T_1^{1/2} \qquad \text{(III.42)}$$

según se deduce de la expresión anterior.

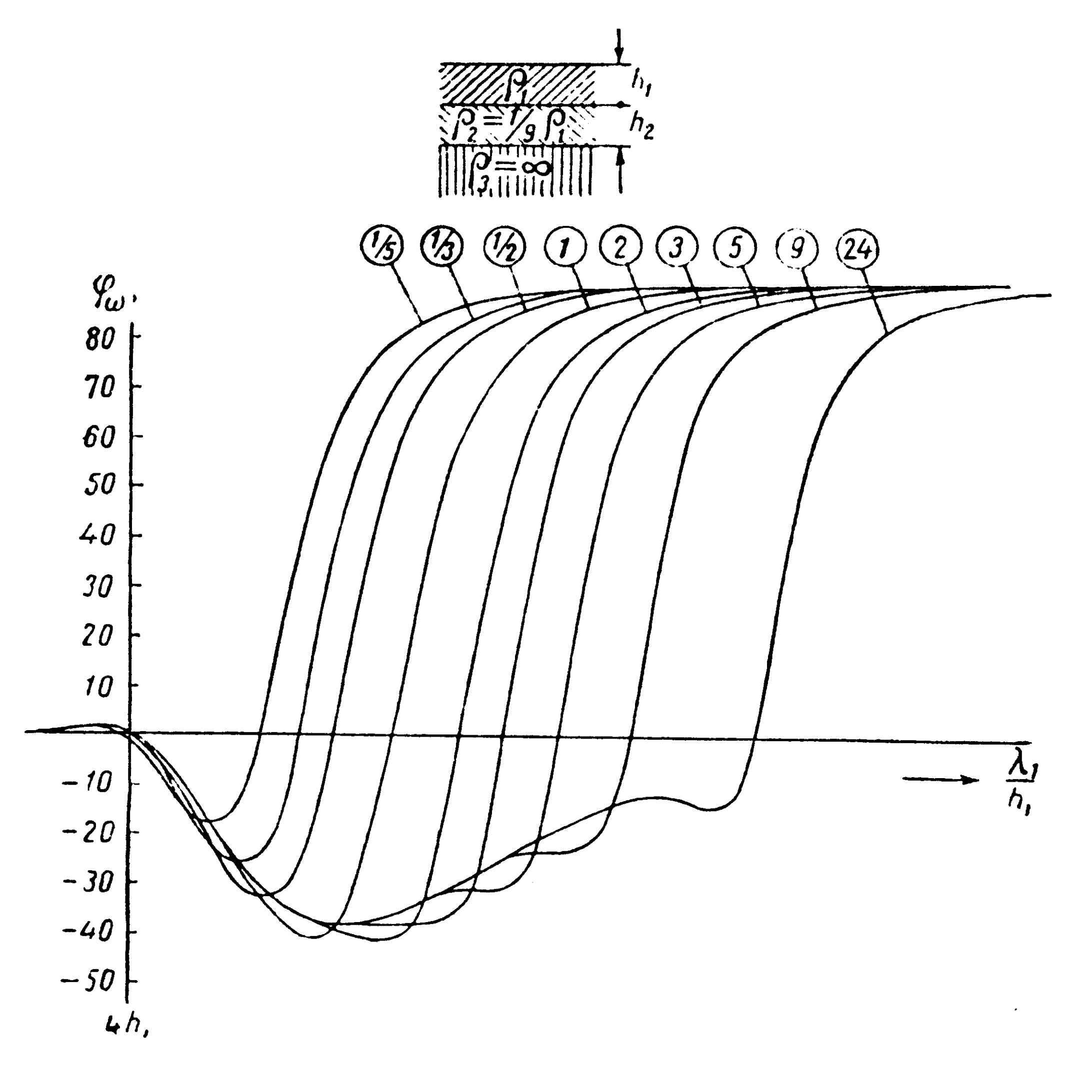


Fig. III-6. Curvas de fase (en grados) correspondientes al mismo caso anterior.

III.6.4 Curvas para cortes de tres o más capas

Como puede suponerse por lo visto en los apartados anteriores, las curvas de ρ_ω correspondientes a cortes estratificados de varias capas, al contrario de lo que ocurre en las de SEV, no reflejan de modo sencillo y cualitativo la variación de la resistividad con la profundidad. En la de ρ_ω la presencia de un máximo o de un mínimo no implica que en el corte exista una capa con resistividad mayor o menor que sus adyacentes. Así, a un corte de cuatro capas tipo *AA*, o sea con cada capa más resistiva que la suprayacente, corresponde una curva ρ_ω con un mínimo muy marcado. La presencia de estos extremos "falsos" se debe a fenómenos de interferencia. En efecto, el campo del emisor sufre reflexión y refracción en cada interfaz, de acuerdo con lo dicho en el capítulo II, por lo

que al receptor llegan ondas con diversas direcciones y fases, cuya superposición puede dar lugar a un refuerzo de amplitud, o a la anulación por interferencia.

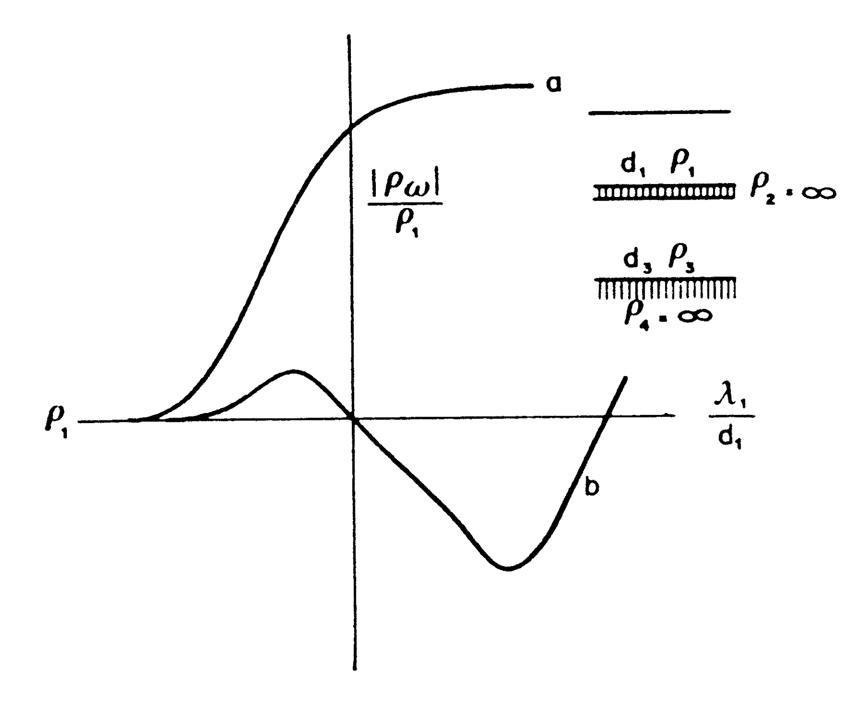


Fig. III-7. Curvas teóricas de la $|\rho_\omega|$ de cuatro capas, con pantalla aislante, para campo eléctrico (*a*) y magnético (*b*). La primera solo refleja la parte superior del corte, hasta la pantalla, mientras que la segunda pasa a través de ella.

Según se ha indicado más arriba, dado un corte geoeléctrico, le corresponde una curva ρ_ω para cada distancia *r*. En su parte izquierda, todas estas curvas coinciden entre sí y con la límite, de la cual se van separando conforme aumenta λ_1/d_1 (o $T^{1/2}$). El punto en que cada curva comienza a separarse de la límite se encuentra tanto más a la derecha cuanto mayor sea *r*.

Para las curvas ρ_ω de tres o más capas vale lo dicho para las de dos en lo relativo a sus valores asintóticos por la izquierda y por la derecha.

También merece atención el efecto de la anisotropía. Según se ha dicho, en los sondeos electromagnéticos la resistividad que influye es la longitudinal, por lo que puede afirmarse que la anisotropía transversal no ejerce ningún efecto sobre las curvas de ρ_ω, salvo cuando tanto el emisor como el receptor son dipolos eléctricos horizontales. En tal caso influye también la resistividad transversal, por lo que, si manteniendo fija las resistividades longitudinales, se modifican las transversales, la curva ρ_ω se altera en función de la anisotropía. La influencia de ésta, sin embargo, no es importante cuando el sustrato es muy resistivo. Si además es $\Lambda \leqslant 2$, el efecto de la anisotropía es inapreciable.

El principio de equivalencia, tan importante en los sondeos por corriente continua, también es aplicable a los SFV si bien en forma algo diferente. De acuerdo con lo dicho en PGI, dicho principio toma dos formas.

Si en un corte geoeléctrico existe una capa no muy gruesa y más conductora que las adyacentes, su efecto en la curva de resistividades no depende separadamente de la resistividad de la capa y de su espesor d, sino de la relación $d/\rho = S$. Esta *equivalencia en S*, se cumple tanto en los sondeos por corriente continua como en los SFV. En éstos, sin embargo, el dominio de validez del principio es más reducido, por lo que la ambigüedad interpretativa que entraña es menor que en el SEV.

El segundo tipo de equivalencia, que es el que afecta a estratos delgados y resistivos, se expresa de modo diferente en los SFV y en los sondeos de corriente continua. En los últimos, el efecto de un estrato de esta clase depende del producto $T = d \cdot \rho$ mientras que en los SFV, su influencia en la curva ρ_ω depende sólo del espesor d y no de la resistividad, siempre que ésta sea suficientemente alta. Esta última propiedad deja de cumplirse para el campo eléctrico en la zona próxima de los dipolos eléctricos horizontales. En tal caso influye también la resistividad, y al tender a cero la frecuencia, se vuelve a la equivalencia en T.

En los sondeos por corriente continua, las capas de resistividad nula o infinita actúan como pantallas, que impiden que se obtenga información sobre lo que hay bajo ellas. Esto ocurre incluso cuando la capa es muy delgada, siempre que su S o su T sean suficientemente grandes. En los SFV existe también el efecto de pantalla de las capas muy conductoras, pero las muy resistivas son salvables.

Una capa delgada muy resistiva, incluso aislante, ejerce poco efecto en las curvas obtenidas a partir de B_z. Lo mismo ocurre cuando ρ_ω se calcula por medio de E_x, y para frecuencias tales que el receptor queda en la zona lejana del emisor. A medida que aumenta la longitud de onda, el efecto de pantalla de la capa va siendo más apreciable en la curva de E_x. Resulta de ello que las curvas ρ_ω obtenidas por mediciones de B_z o de E_x son idénticas entre sí, salvo cuando en el corte existen capas muy resistivas. Entonces las curvas sólo coinciden en una parte inicial, a veces muy corta (fig. III-7).

La posibilidad de vencer el efecto de pantalla de las capas muy resistivas constituye una ventaja muy grande de los SFV con medición de la B_z. Ello lleva consigo un inconveniente, y es que no puede seguirse la marcha de un sustrato resistivo si éste no es muy grueso, del orden de la profundidad de su techo, al menos.

Otro inconveniente del método SFV es que, en ciertos casos, las curvas de campo aparecen deformadas. Ello ocurre cuando en el corte existen contactos inclinados, capas pantallas aislantes que se interrumpen late-

ralmente en las proximidades del dispositivo o lentejones conductores. Estos fenómenos han sido estudiados experimentalmente por KUZNETSOV, en un trabajo publicado en la revista "Razvedochnaya Geofizika" y reproducido en inglés en la obra de VAN'YAN (1967).

III.6.5 Colecciones de curvas teóricas

Hasta ahora las únicas colecciones de curvas patrón de SFV son las publicadas por organismos soviéticos para la aplicación del método a la investigación petrolera.

En estas curvas se utiliza como variable independiente la λ_1/d_1. Las de $|\rho_\omega|$ se representan en escala bilogarítmica de 62,5 mm de módulo, mientras que las de fase emplean escala logarítmica del mismo módulo para λ_1/d_1 y lineal (1 mm — 1°) para φ_ω. Por razones prácticas el eje vertical no se traza sobre la abscisa $\lambda_1/d_1 = 1$; sino sobre $\lambda_1/d_1 = 8$ para la curva $|\rho_\omega|$ y $\lambda_1/d_1 = 4$ para la de φ_ω. Estos valores corresponden a los ceros que siguen al máximo ficticio principal.

Inicialmente se prepararon curvas teóricas de dos clases, las ondulatorias o límites y las curvas denominadas "*S*" o de baja frecuencia. Estas corresponden al supuesto de que la longitud de onda es mucho mayor que la profundidad del sustrato, de naturaleza aislante, y el único parámetro del corte que influye es la *S* total. Cada lámina lleva tres

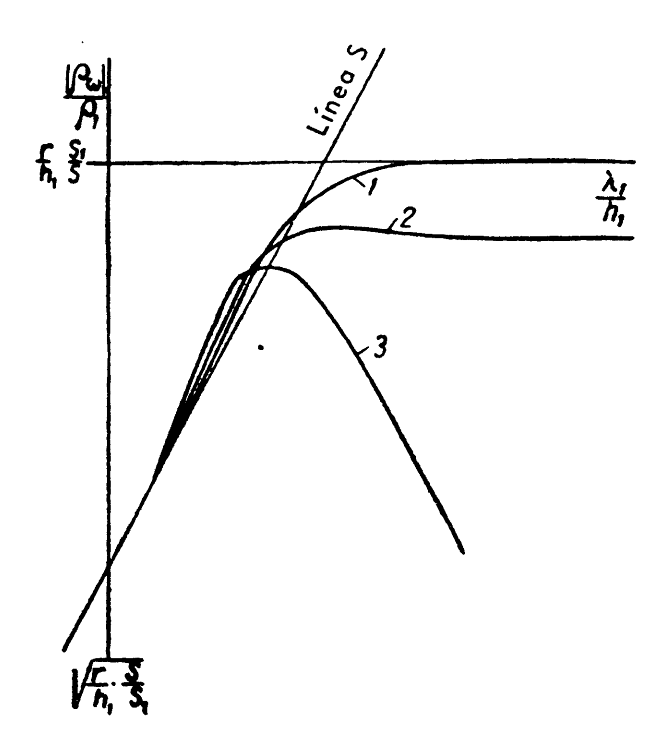


Fig. III-8. Curvas de baja frecuencia o *S* (módulo). 1, curva para E_x con dispositivo axil. 2, idem. para dispositivo ecuatorial. 3, curva para B_z. Según Van'yan.

curvas (figs. III-8 y III-9) que corresponden respectivamente a E_x ($\theta = 0°$ y $\theta = 90°$) y a B_z. Los ejes vertical y horizontal corresponden a los valores $(S_1\, r/d_1\, S)^{1/2}$ y a $(S_1\, r/d_1\, S)$ salvo el horizontal de fase, que representa $\varphi_\omega = 0$.

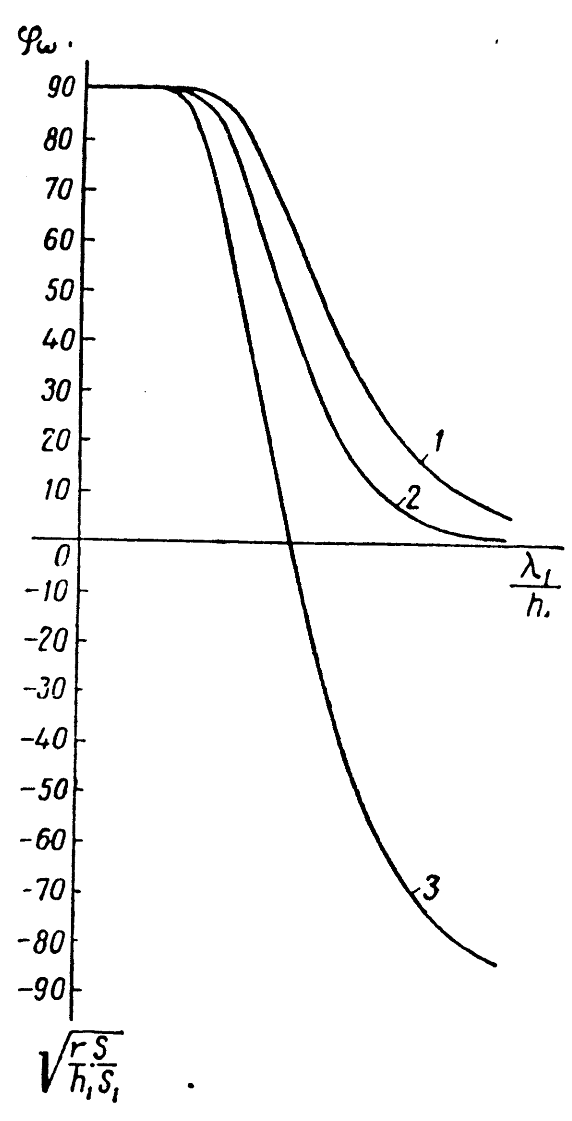


Fig. III-9. Curvas de baja frecuencia o S (fase). El significado de los números es el mismo que en la figura anterior. Según Van'yan.

Más reciente (1964) es la colección de Van'yan y Morozova, compuesta por 95 familias dobles de curvas. Todas ellas, salvo dos, corresponden a mediciones de B_z, sobre cortes geoeléctricos de cuatro capas, la última de las cuales es un sustrato aislante. En todos ellos $d_1 = 1$, $\rho_{II\,1} = 1$. Los valores de d_2 y d_3 son 1/2, 2 y 8; los de $\rho_{II\,2}$, 1/8, 1/2, 2 e ∞ y los de $\rho_{II\,3}$, 1/16, 1/4, 1 y 4. Para cada corte se dan dos familias de curvas, una para $|\rho_\omega|$ y otra para φ_ω, en las escalas indicadas al principio de este apartado. Cada familia se compone de seis curvas, para otras tan-

tas distancias emisor-receptor. Además se incluye en cada una la curva límite correspondiente, y la de módulo lleva la línea recta *S* asíntota de la primera. Cada una de estas curvas coincide con la límite en su parte izquierda, y con la "S" en la derecha (fig. III-10).

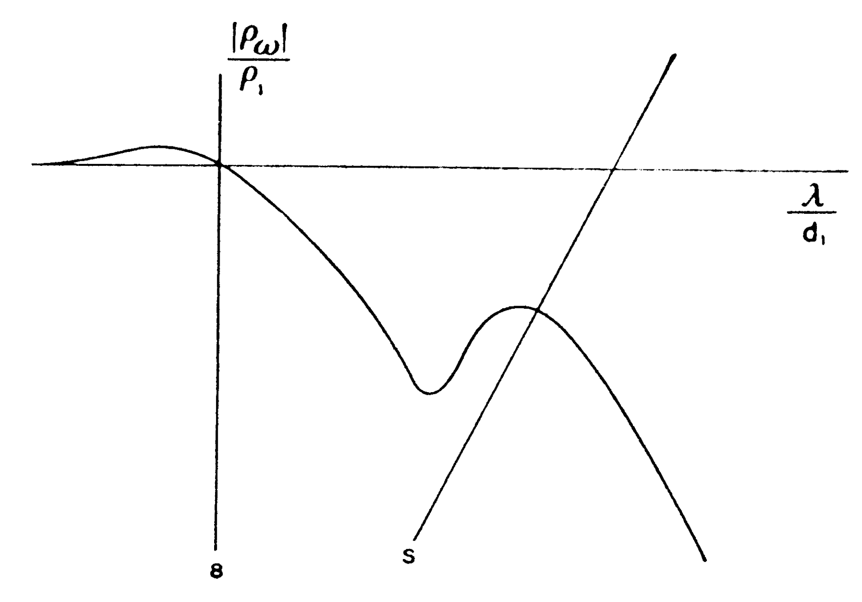


Fig. III-10. Ejemplo de curva teórica de $|\rho_\omega|$ para un caso de cuatro capas. d = 1, $\rho_1 = 1$, $d_2 = 2$, $\rho_2 = 1/8$, $d_3 = 1/2$, $\rho_3 = 1/4$, $\rho_4 = \infty$. La distancia emisor-receptor es 16 d_1.

Este catálogo de curvas ha sido reproducido en la traducción VAN'YAN (1967) pero en tamaño más pequeño, con lo que el módulo logarítmico es (en los clichés) de 46,9 mm. Desgraciadamente, los ejes de coordenadas no llevan señales que permitan determinar cuál es el módulo real en el impreso, dato muy importante dada la inestabilidad del papel.

III.7 INTERPRETACION

Como en otros métodos prospectivos, la interpretación de los SFV se hace en dos etapas, cualitativa y cuantitativa. Hasta ahora, el problema a que se ha prestado más atención es el de seguir las variaciones de profundidad de un sustrato resistivo.

a) *Etapa cualitativa.* Consiste en el trazado de mapas de tipos de curvas, y de gráficos de la variación sobre cada perfil de ciertos puntos característicos de las curvas (máximos y mínimos) lo que permite delimitar zonas de condiciones geoeléctricas relativamente uniformes, de modo análogo a como se hace en el SEV (PGI, cap. V).

b) *Etapa cuantitativa.* La complicación de las curvas de SFV hace interesantes los métodos de interpretación simplificada, en los que no se determina capa a capa el corte geoeléctrico, sino que sólo se averigua,

para cada punto, el valor de la S total hasta el sustrato resistivo. Ello puede conseguirse por comparación de la curva de campo con las curvas teóricas; si se encuentra una de estas que coincida bien con la primera, el valor de S puede deducirse directamente de los datos de la lámina teórica.

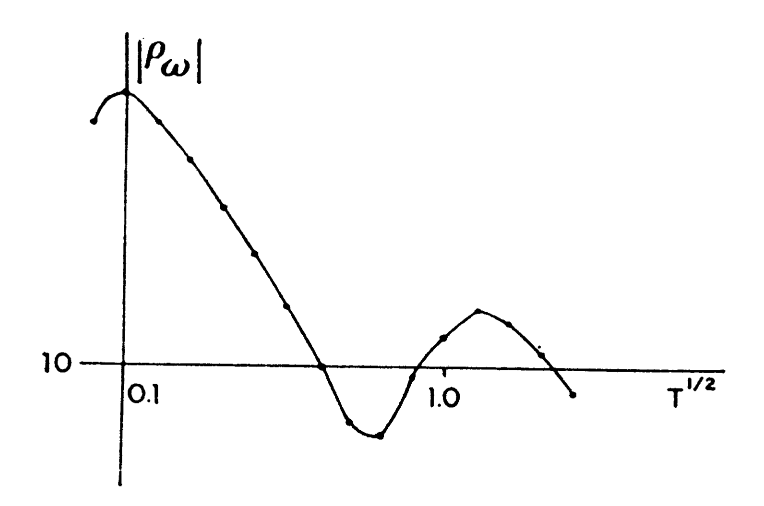


Fig. III-11. Ejemplo de curva de campo de SFV.

Para hallar la profundidad D del sustrato es preciso conocer además la resistividad longitudinal media ρ_l del conjunto de capas suprayacentes al sustrato. En primera aproximación puede tomarse $\rho_l = |\rho_\omega|_{min}$, es decir, el valor mínimo de la curva $|\rho_\omega|$. Para ello es necesario que este mínimo se encuentre próximo al de la curva límite, lo que requiere que la distancia entre emisor y receptor sea al menos 6 u 8 veces la profundidad del basamento. En cortes de tres capas o asimilables, con $d_2 > 2\,d_1$ puede aplicarse la aproximación

$$|\rho_\omega|_{min} \approx 0{,}58 \frac{\rho_l^2}{\rho_b} \qquad \text{(III.43)}$$

donde ρ_b es la resistividad del basamento. También pueden utilizarse valores de ρ_l determinados en otros puntos de la zona, si esta es aceptablemente homogénea. El valor de ρ_l hallado por uno u otro medio se multiplica por S para obtener D.

Más delicada es la interpretación capa a capa de un SFV. Los parámetros de la primera capa se determinan por la parte izquierda de la curva de campo. El valor $\rho_{\text{II}\,1}$ viene dado por los valores iniciales, mientras el de d_1 se halla por superposición de dicha parte de la curva con otra patrón (límite). Si es $T_1^{1/2}$ la abscisa del eje vertical de la curva patrón en la de campo se tiene que

$$d_1 = \frac{(10^7 \rho_{\text{II}\,1})^{1/2}}{8} T_1^{1/2} \tag{III.44}$$

según es fácil deducir. Conocidos d y $\rho_{\text{II}\,1}$ puede calcularse S. Si el corte tuviese tres capas, puede determinarse $S_2 = S - S_1$ donde S se determina por el comportamiento asintótico de la curva. Si se conoce $\rho_{\text{II}\,2}$ es posible hallar $d_2 = S_2\, \rho_{\text{II}\,2}$.

En los casos de sustrato conductor la profundidad de este puede hallarse directamente por el comportamiento asintótico de la curva, según lo dicho en el apartado III.6.3.

III.8 SONDEOS CENTRALES

En este apartado se describe una modalidad de SFV muy peculiar, ya que el receptor trabaja en la zona próxima del emisor lo que, según lo dicho más arriba (apartado III.2.4) parece que impediría obtener datos sobre el subsuelo. No es así, sin embargo. Se demostró, efectivamente, que el campo de un dipolo magnético no suministra información sobre el terreno subyacente, cuando las observaciones se efectúan en la zona próxima. Ahora bien, en la práctica no se usan verdaderos dipolos magnéticos, sino bobinas de una o muchas espiras que sólo se comportan como dipolos a distancias grandes respecto de su diámetro. En particular, si el emisor es una bobina de una sola espira con diámetro de algunas decenas o centenares de metros de diámetro, y el receptor se coloca a poca distancia de ella, la aproximación dipolar deja de ser válida. En tales condiciones, el cálculo del campo es muy difícil, pero esta dificultad desaparece cuando el receptor se coloca en el centro de la bobina emisora (fig. III-12), y entonces el campo observado depende de la constante de propagación del terreno.

En el decenio 1930-1940 algunos geofísicos alemanes (KOENIGSBERGER, 1933; NUNIER, 1933, GRAF, 1934) idearon diversas modalidades de un método en el que se utilizaba como emisor una espira grande de cable. STEFANESCO (1953) demostró rigurosamente, partiendo de las ecuaciones de Maxwell, que el campo magnético vertical B_z en el centro de la espira de radio a vale

$$B_{z0} = -\frac{\mu_0 I}{\gamma_1^2 a^3} [3 - (3 - 3\, i\gamma_1 a - \gamma_1^2 a^2)\, e^{i\gamma a}] \tag{III.45}$$

mientras que los autores citados más arriba utilizaban fórmulas aproximadas. Este procedimiento, que era denominado "Ringsendemethode" (método de anillo emisor) adolecía de un grave inconveniente práctico, que era que el control de profundidad se ejercía modificando el radio a.

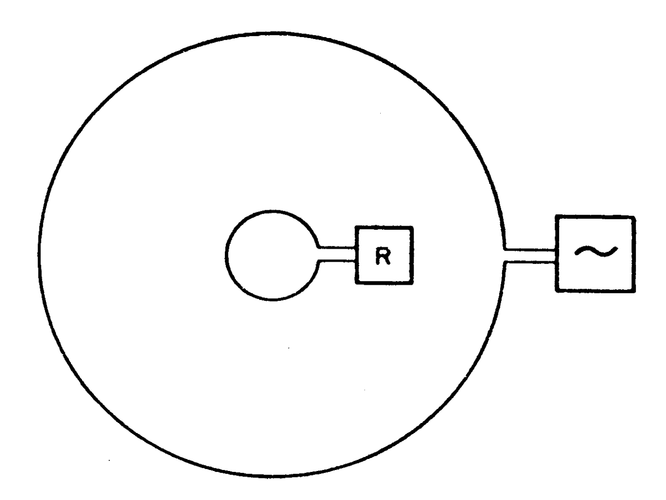


Fig. III-12. Dispositivo para el método de sondeo central de frecuencia. El emisor es la espira grande, alimentada por un oscilador de frecuencia variable. El receptor es la espira pequeña, concéntrica con la anterior, acoplada al medidor *R*.

Por lo tanto, para efectuar un sondeo era preciso tender y levantar sucesivamente espiras de cable de diámetro creciente, hasta de centenares o millares de metros, según la profundidad que deseara alcanzarse y las características del terreno. Tales operaciones serían muy lentas, costosas, y en muchos casos, irrealizables prácticamente, por lo que se comprende que este tipo de sondeo no fuese bien acogido.

Los inconvenientes aludidos quedan eliminados si el sondeo geométrico se sustituye por un SFV, porque entonces basta el tendido de una sola espira. El nuevo procedimiento ha sido propuesto por el indio PATRA (1970) con el nombre de *Sondeo central de frecuencia* ("Central Frequency Sounding"). Este autor propone el empleo de su método para la resolución de investigaciones poco profundas de Ingeniería Civil o Hidrogeología, y resuelve el problema teórico correspondiente a cortes de dos capas isótropas, para los que ha calculado un catálogo de curvas patrón.

En su trabajo, Patra reproduce algunas de estas curvas, en gráfico bilogarítmico, donde las abscisas representan los valores de λ_1/d_1 para $a = 50$ m. La morfología de tales curvas es muy semejante a la que presentan las de los SFV descritos en los apartados anteriores.

Este método, al menos en principio, presenta interesantes posibilidades que es de desear se confirmen en la práctica.

III.9 EJEMPLOS PRACTICOS

La utilidad del método SFV para la determinación de los cambios de profundidad de un sustrato resistivo resalta en la figura III-13, reprodu-

cida de un trabajo de VAN'YAN (1959). Se trata del corte geoelétrico correspondiente a un largo perfil investigado en Siberia Occidental, en fecha tan temprana como 1957. Las distancias entre emisor y receptor oscilaron entre 3,5 y 12,5 Km. El emisor consistía en un dipolo eléctrico horizontal. Los resultados de la interpretación, efectuada por medio de curvas de cuatro capas, no discreparon en más del 10 por 100 de las profundidades obtenidas por métodos sísmicos.

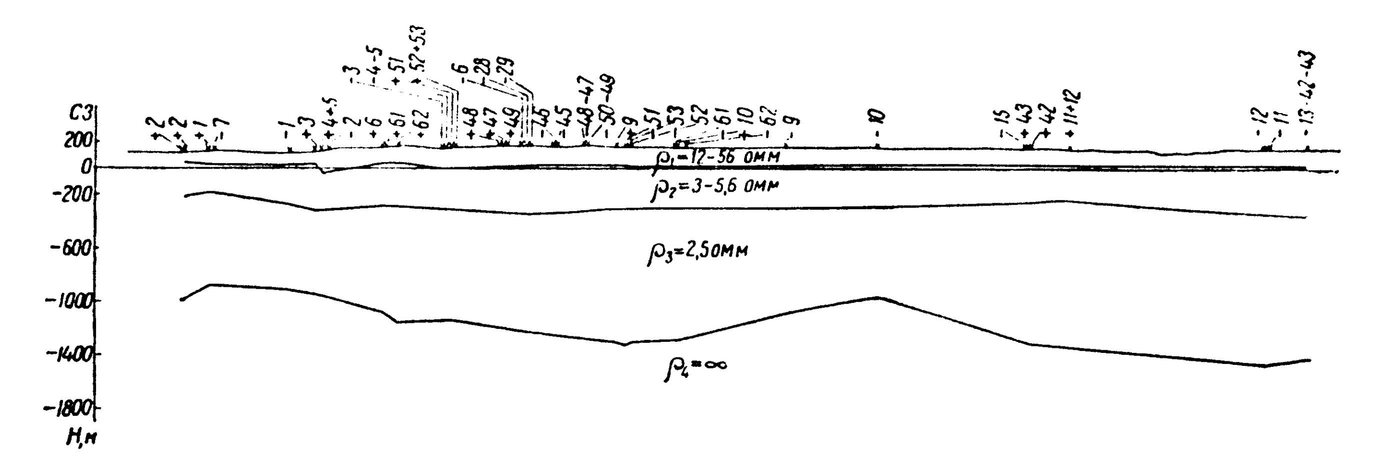


Fig. III-13. Corte geoeléctrico de cuatro capas, correspondiente a un largo perfil investigado por medio del SFV durante 1957, en Siberia Occidental. Los números precedidos por un signo son los de orden de los centros o puntos de atribución de los SFV.

El segundo ejemplo, mucho más reciente, se refiere a la aplicación del método SFV a la prospección minera (ASTRAKHANTSEV y TITLINOV, 1971). En este caso el emisor es una bobina horizontal pequeña. El receptor es doble, puesto que mide la componente eléctrica transversal E_ψ así como la magnética horizontal B_r. La razón de ambas magnitudes representa una impedancia vertical Z. En el caso usual en la minería metálica, el corte geoeléctrico se compone de sólo dos capas, el recubrimiento (ρ_1) y la roca de caja (ρ_2). En tales condiciones, Z depende de la conductancia S del recubrimiento y de la resistividad ρ_2. Ambos valores pueden calcularse para cada punto del perfil si se efectúan mediciones para dos distancias diferentes entre el emisor y el receptor.

Cuando existen zonas conductoras en la roca de caja, disminuye la impedancia en frecuencias bajas, alcanzando un valor límite Z_p. Para frecuencias más altas, que no penetran hasta la zona conductora, se observa el valor Z_n, diferente del anterior. Se puede definir, por tanto, un coeficiente de anomalía A tal que

$$A = \frac{Z_n - Z_p}{Z_n}$$

Para distinguir las anomalías producidas por zonas conductoras de las debidas a otros efectos, los autores citados efectúan las mediciones de modo bilateral, esto es, con dos colocaciones de receptor sobre el perfil, a un lado y otro del emisor. Las anomalías debidas a zonas conductoras cambian de signo al pasar de una posición a la otra.

La figura III-14, tomada del referido trabajo de Astrakhantsev y Titlinov, resume los resultados obtenidos sobre una zona metalizada del Ural, por aplicación conjunta de la polarización inducida (véase capítulo XI) y de SFV de características como las indicadas más arriba. Aunque la parte menos profunda de la metalización coincide con una zona carente de recubrimiento, lo que eleva la resistividad aparente, la presencia de aquélla se manifiesta por un mínimo en la *S*, otro (menos destacado) en ρ_2 y por una anomalía con cambio de signo en *A*. La metalización se detecta también por un máximo en la polarizabilidad aparente η_a. La disparidad en los fenómenos que intervienen en los métodos de polarización inducida y SFV hacen aconsejable su combinación, ya que cuando las anomalías de ambos coinciden en un punto, la probabilidad de que se deba a una metalización es muy grande.

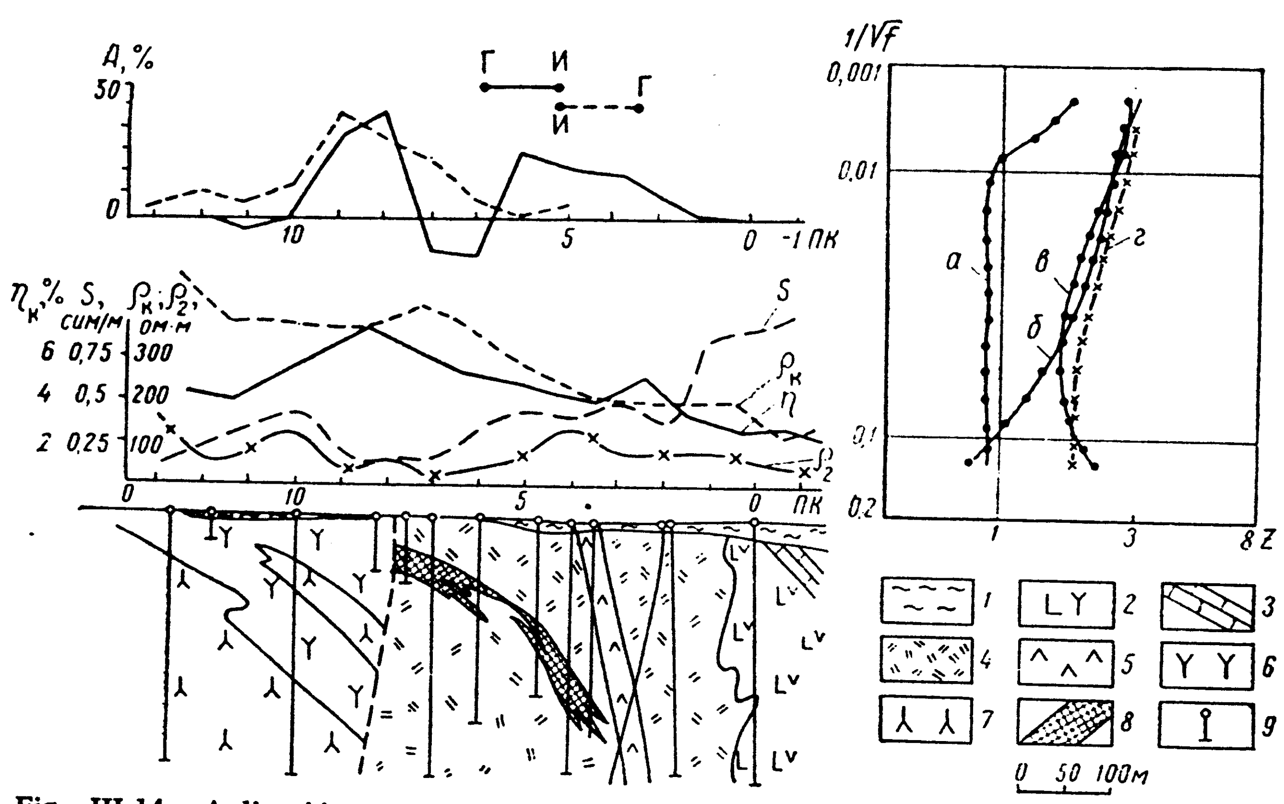


Fig. III-14. Aplicación a la minería del método SFV, en su modalidad inductiva. 1, limos; 2, porfiritas andesito-dacíticas; 3, calizas; 4, rocas sericito-cloríticas; 5, diabasas; 6, pórfidos dacíticos; 7, porfiritas indiferenciadas; 8, metalización; 9, sondeo mecánico; *a*, curva de Z en campo normal (estaca 0); *δ*, curva anómala de Z (estaca 9); *B*, *S*, curva Z en la estaca 6, con orientación del generador hacia el Norte y hacia el Sur, respectivamente.

Capítulo IV

SONDEOS POR TRANSITORIOS

IV.1 INTRODUCCION

El sondeo electromagnético por transitorios (SET) está íntimamente relacionado con el SFV y puede considerarse, en cierto modo, como una variante de éste. Si en un SFV, en vez de aplicar sucesivamente una serie de señales de diferentes frecuencias, se aplicasen todas simultáneamente durante un corto período de tiempo, y se registrase la salida correspondiente en el circuito de recepción, el estudio de este registro por medio del análisis de Fourier permitiría separar las diversas señales y reconstruir la curva $\rho_\omega(\omega)$. Este es el principio de los SET.

Ahora bien, la indicada combinación de señales puede sustituirse por un impulso rectangular, o por el simple proceso de conexión de una fuente de corriente continua en el circuito emisor. En efecto, tales fenómenos *transitorios,* tan fáciles de obtener, pueden descomponerse en un espectro continuo de frecuencias. Cuando el procedimiento que se utiliza es el de la aplicación brusca de corriente continua en el emisor, el proceso registrado en el receptor puede considerarse como la transición entre dos estados, en la que va formándose gradualmente el campo, conforme la perturbación electromagnética va penetrando en el subsuelo, hasta alcanzar el estado estacionario en corriente continua. Por esta causa, los SET se llaman también *sondeos por formación* o *establecimiento de campo.*

Los métodos matemáticos necesarios para el cálculo de los fenómenos electromagnéticos transitorios tienen origen en el cálculo operacional de Heaviside, que ha tomado forma rigurosa en la teoría de las transformadas integrales. La transformada de Fourier establece una correspondencia entre el desarrollo en el tiempo de los fenómenos transitorios *(domi-*

nio de tiempos) y la composición espectral de los mismos *(dominio de frecuencias)*. Ello permite resolver cada problema en el dominio donde sea más fácil, y pasar luego al otro si interesa y, en particular, la aplicación a la teoría del SET de los resultados deducidos para el SFV, por medio de la referida transformación.

Los sondeos eléctricos por transitorios son de origen soviético, y nacieron, como los SFV, para orillar la imposibilidad de efectuar SEV profundos en ciertas zonas, como la Plataforma Rusa, abundantes en capas pantalla de alta resistividad. La literatura sobre el tema, y la aplicación del método, son casi exclusivamente soviéticos; en Occidente no se ha aplicado hasta ahora, que el autor sepa, salvo en algún ensayo.

IV.2 RELACION ENTRE LOS DOMINIOS DE TIEMPO Y DE FRECUENCIAS

No es este el lugar apropiado para exponer, de modo detallado y riguroso, la teoría de la transformación de Fourier. No obstante, dada la importancia de esta para el método descrito en este capítulo, es conveniente recordar sus principios básicos y su sentido físico, remitiendo al lector para el estudio más completo de esta teoría a obras como las de PAPOULIS (1962), SCHWARTZ (1959), BRACEWELL (1965) y LEE (1960).

Un impulso de tensión o de corriente, y en general, cualquier fenómeno aperiódico, puede ser descrito mediante la variación $f(t)$ de la magnitud correspondiente en el transcurso del tiempo. Este proceso temporal lo descompone la teoría de Fourier en una suma de funciones periódicas sinusoidales, de espectro *continuo* y frecuencias que varían entre $-\infty$ e ∞, por medio de la integral

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{-i\omega t}\, d\omega \qquad \text{(IV.1)}$$

La función $F(\omega)$ constituye el *espectro de frecuencias* del impulso $f(t)$. La presencia de frecuencias negativas, sin aparente sentido físico, es un mero artificio matemático, originado por el empleo de magnitudes complejas. La función $F(\omega)$ cumple la condición

$$F(-\omega) = F^*(\omega) \qquad \text{(IV.2)}$$

donde el asterisco significa, como de costumbre, la cantidad conjugada de aquélla a que se aplica. De este modo, $f(t)$ resulta siempre real, como puede comprobarse fácilmente.

Para calcular $F(\omega)$ a partir de $f(t)$ se utiliza otra expresión integral de idéntica forma que la (IV.1) y que es

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{i\omega t}\, dt \qquad \text{(IV.3)}$$

La validez de esta operación inversa resulta de la conocida *integral de Fourier,*

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t}\, d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(u)\, e^{i\omega u}\, du \qquad \text{(IV.4)}$$

Es frecuente escribir las ecuaciones (IV.1) y (IV.3) de forma algo distinta en lo que respecta a los factores constantes que preceden a la integral, haciendo uno de ellos igual a $(2\pi)^{-1}$ y el otro a la unidad. La forma aquí empleada tiene la ventaja de su simetría.

Por ser complejo $F(\omega)$, se tendrá

$$F(\omega) = P(\omega) + i\, Q(\omega) \qquad \text{(IV.5)}$$

El módulo de $F(\omega)$

$$|F(\omega)| = [P^2(\omega) + Q^2(\omega)]^{1/2} \qquad \text{(IV.6)}$$

se llama *espectro de densidad de amplitudes* o simplemente *espectro de amplitudes,* y su argumento o fase

$$\theta(\omega) = \mathrm{tg}^{-1} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \qquad \text{(IV.7)}$$

espectro de densidad de fases, o bien, más brevemente, *espectro de fases.*

Las magnitudes $f(t)$ y $F(\omega)$, por el hecho de estar ligadas por las ecuaciones (IV.1) y (IV.3) se consideran cada una como *transformadas de Fourier* de la otra. Las citadas expresiones establecen una correspondencia biyectiva entre el *dominio de tiempos* y el *dominio de frecuencias,* que permite, una vez conocida la solución de un problema para fenómenos periódicos (dominio de frecuencias) hallar la del problema análogo para fenómenos aperiódicos o transitorios (dominio de tiempos). En particular, la teoría de los sondeos por frecuencia variable puede trasladarse a los sondeos por transitorios.

La referida correspondencia puede aplicarse no sólo a funciones reales o complejas, sino también a distribuciones, como la llamada *función de Dirac.* La transformación de Fourier es aplicable a toda función $f(t)$ sumable, esto es, absolutamente convergente,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|\, dt < \infty \qquad \text{(IV.8)}$$

Consideremos un ejemplo de correspondencia entre ambos dominios. Sea un cuadripolo, es decir, un circuito cualquiera, amplificador, atenua-

dor, filtro, etc., que en lo sucesivo denominaremos "filtro", provisto de una entrada y una salida (fig. IV-1). Se supone que el filtro es perfectamente lineal dentro del margen de tensiones utilizado. Por medio de un oscilador A se aplica a su entrada una señal sinusoidal $F(\omega)$ de amplitud constante y frecuencia angular ω, y se mide la tensión $G(\omega)$ a la salida del filtro por medio de un instrumento adecuado; en general, la tensión de salida dependerá de la frecuencia, y diferirá de la de entrada en módulo y fase. El filtro, pues, puede considerarse como un operador lineal que transforma $F(\omega)$ en $G(\omega)$.

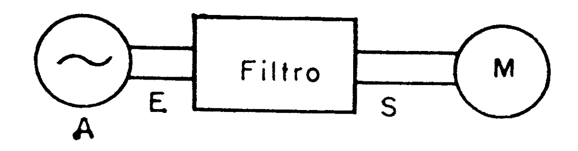


Fig. IV-1. Circuito compuesto por un oscilador (A), un filtro y un medidor de salida (M). E = entrada del filtro; S = salida del mismo.

En particular, dada la forma de las señales de entrada y salida, se tendrá, para cada frecuencia ω

$$F(\omega) = F_0\, e^{-i\omega t}$$

$$G(\omega) = G_0\, e^{-i(\omega t+\varphi)} \tag{IV.9}$$

La relación de amplitudes G_0/F_0 representa la ganancia del filtro o factor de amplitud, y φ el desfase introducido por el mismo. Entonces será

$$G(\omega) = \frac{G_0}{F_0}\, e^{-i\varphi(\omega)}\, F(\omega) = \Phi(\omega) \cdot F(\omega) \tag{IV.10}$$

donde $\Phi(\omega) = \dfrac{G_0}{F_0}\, e^{-i\varphi(\omega)}$ es la llamada *función* de *transferencia* del filtro, o sea el operador que representa la acción de éste.

Si a la entrada del mismo filtro se aplica un impulso o señal aperiódica $f(t)$ a la salida se obtendrá otro diferente $g(t)$. Para determinar el comportamiento general del filtro frente a impulsos de forma cualquiera se utiliza la *respuesta impulsiva* $k(t)$, que es la salida del filtro, en el dominio de tiempos, cuando se aplica a su entrada un impulso en forma de "función" de Dirac $\delta(t)$.

La respuesta impulsiva, como es obvio, ha de cumplir la condición

$$k(t) = 0 \quad \text{para} \quad t < 0$$

si se toma como origen de tiempos el momento inicial del impulso, ya que la respuesta no puede preceder a éste.

Las magnitudes arriba definidas están relacionadas por la transformación de Fourier, según se indica en el esquema siguiente, donde las mag-

nitudes que se encuentran en la misma columna son transformadas de Fourier una de otra.

Dominio			
Frecuencias	$F(\omega)$	$\Phi(\omega)$	$G(\omega)$
Tiempos	$f(t)$	$k(t)$	$g(t)$

por lo que serán

$$k(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega)\, e^{-i\omega t}\, d\omega \qquad \text{(IV.11)}$$

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega)\, e^{-i\omega t}\, d\omega \qquad \text{(IV.12)}$$

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} K(t)\, e^{i\omega t}\, dt \qquad \text{(IV.13)}$$

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\, e^{i\omega t}\, dt \qquad \text{(IV.14)}$$

IV.3 CONVOLUCION

Lo expuesto en el apartado anterior señala un camino para la resolución del problema del cálculo de la respuesta o salida $g(t)$ que corresponde a un impulso de entrada $f(t)$, conocida la respuesta impulsiva $k(t)$ del filtro que se considera. Para ello se pasaría al dominio de frecuencias, donde puede calcularse $G(\omega)$ mediante la (IV.15); luego se aplicaría a ésta la transformación inversa, que daría $g(t)$. Para resolver la cuestión sin salir del dominio de tiempos, sería preciso aplicar la transformación de Fourier a la (IV.10), tanto a su primer miembro como a cada uno de los factores del segundo, para lo que es necesario saber como se obtiene la transformada de Fourier de un producto.

Si son $A(\omega)$ y $B(\omega)$ dos funciones en el dominio de frecuencias y $a(t)$ y $b(t)$ sus correspondientes en el de tiempos, la transformada de Fourier del producto $A(\omega) \cdot B(\omega)$ viene dada por

$$a(t) * b(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t-\tau)\, b(\tau)\, d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau)\, b(t-\tau)\, d\tau \qquad \text{(IV.15)}$$

que es la operación denominada *convolución* (a la que corresponde el verbo *convolver*) y que se representa, según se indica, por un asterisco.

Propiedad esencial de la transformación de Fourier es precisa-

mente la de hacer corresponder convolución a multiplicación y multiplicación a convolución.

Según lo dicho, a

$$G(\omega) = F(\omega) \cdot \Phi(\omega) \tag{IV.10}$$

corresponderá

$$g(t) = f(t) * k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau)\, k(\tau)\, d\tau \tag{IV.16}$$

que resuelve el problema propuesto de hallar la tensión $g(t)$ que sale del filtro, cuya respuesta impulsiva es $k(t)$, cuando a su entrada se aplica el impulso $f(t)$.

IV.4 IMPULSOS EN ESCALON

Aunque los SET pueden efectuarse por aplicación de impulsos de cualquier tipo en el circuito de emisión, los que suelen emplearse en la práctica son los impulsos en escalón, que se obtienen simplemente al conectar, mediante un interruptor, una fuente de corriente continua al citado circuito. Un impulso de tal clase se expresa matemáticamente como el producto $U_0 H(t)$ de la tensión aplicada U_0 por la función de Heaviside, la cual se define por (fig. IV-2)

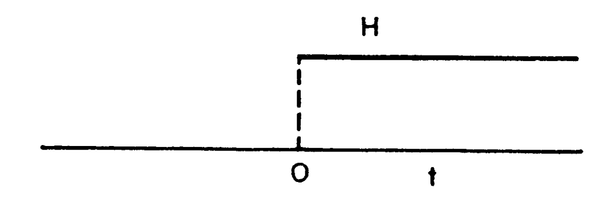


Fig. IV-2. Impulso unitario de Heaviside.

$$H(t) = 0 \quad \text{para} \quad t < 0$$
$$H(t) = 1 \quad \text{para} \quad t > 0$$

Ahora bien, la integral de la citada función no es absolutamente convergente, es decir, que no cumple la condición (IV.8), suficiente, aunque no necesaria, para la existencia de su transformada de Fourier. Esta existe, sin embargo, y puede hallarse mediante un paso al límite. Para ello, se escribe

$$U_0(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} I_0\, e^{-\varepsilon t} \qquad t \geq 0$$
$$U_0(t) = 0 \qquad t < 0$$

por lo que su transformada de Fourier será

$$U(\omega) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} U_0 \, e^{-\varepsilon t} \, e^{i\omega t} \, dt =$$

$$= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{-U_0}{\sqrt{2\pi}\,(i\omega - \varepsilon)} = -\frac{U_0}{i\omega\sqrt{2\pi}} \qquad \text{(IV.17)}$$

Esta ecuación expresa que el espectro de frecuencias de los impulsos en escalón es de amplitud inversamente proporcional a la frecuencia.

Empleando la notación de las ecuaciones (IV.5) a (IV.6), se tiene que para los impulsos del tipo considerado son

$$P(\omega) = 0$$

$$Q(\omega) = -\frac{u_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\omega} \qquad \text{(IV.17 a)}$$

$$\theta(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$

IV.5 PRINCIPIOS OPERATIVOS

En esquema, la ejecución de un SET es como sigue. El circuito de emisión consta en la mayoría de los casos de un dipolo eléctrico *AB* (aunque podría emplearse una bobina) y de un generador de corriente continua (fig. IV.3). A distancia adecuada se coloca el receptor, que puede estar constituido, por ejemplo, por otro dipolo eléctrico *MN* o por una bobina de eje vertical. La salida de uno u otro se conecta a un milivoltímetro registrador.

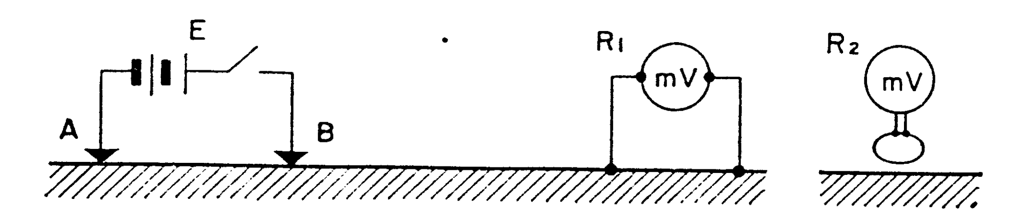


Figura IV-3. Esquema del dispositivo empleado en los SET. E = emisor (dipolo eléctrico); R_1 = receptor constituido por otro dipolo eléctrico; en su lugar puede emplearse un dipolo magnético pasivo R_2. El instrumento de medida (mV) es un registrador.

Para efectuar el SET basta cerrar el circuito de emisión, con lo que se obtiene un impulso en escalón de amplitud U_0. Como consecuencia de él empiezan a circular corrientes a través del subsuelo, tanto galvánicas

como inducidas, acompañadas por sus correspondientes campos magnéticos. Tales corrientes y campos van penetrando con rapidez hacia profundidades cada vez mayores, al mismo tiempo que se propagan lateralmente. Como la tensión que produce el fenómeno es constante, el fenómeno evoluciona en corto tiempo hacia un estado estacionario, con desaparición de sus aspectos transitorios. Dicho estado estacionario es naturalmente, el de corriente continua.

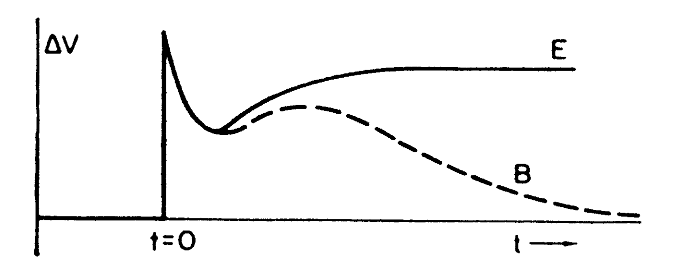


Fig. IV-4. Evolución temporal de la tensión registrada en el receptor cuando se aplica un impulso de Heaviside al dipolo eléctrico emisor. E, curva de campo eléctrico; B, curva de campo magnético.

Mientras tanto, en el circuito de recepción se habrá registrado la tensión variable $\Delta V(t)$ existente entre los electrodos M y N, la cual se irá estabilizando en el valor ΔV correspondiente, en corriente continua, al dispositivo electródico empleado (fig. IV-4). En realidad, al efectuar sondeos dipolares en corriente continua (PGI, cap. VI) ocurre todo el proceso descrito, sólo que no se presta atención a su etapa transitoria, sino sólo a la estacionaria.

Si a cada valor $\Delta V(t)$ observado se aplica la fórmula de resistividades aparentes que se emplearía en un SFV para la misma disposición geométrica de los electrodos, se obtendría una resistividad aparente ρ_τ función del tiempo. Se tendrá, pues,

$$\rho_\tau(t) = K \frac{\Delta V(t)}{I} \qquad \text{(IV.18)}$$

donde K es el coeficiente del dispositivo (PGI, apartado III.6) e I la intensidad medida en el circuito de emisión. Se obtiene así una curva de resistividades aparentes que no es función de la separación R entre los centros de los dipolos, como ocurre en los SD de corriente continua sino función del tiempo t transcurrido desde el momento en que se cerró el circuito de emisión. Esta curva, en su parte final, tenderá al valor ρ_a que se observaría en corriente continua. Obsérvese que, en principio, basta un sólo impulso para obtener la curva completa de $\rho_\tau(t)$, aunque en la práctica es necesario tomar la media de una serie de ellos para disminuir los errores de medición y, sobre todo, para reducir los efectos de

los ruidos que penetran en el circuito de emisión (corrientes telúricas, parásitos industriales, etc.).

Si el circuito de recepción no fuese un dipolo eléctrico, sino una bobina, se procede de modo análogo, tomándose para el coeficiente K el mismo valor que en los SFV (apartado III.3). En este caso, como lo que se registra a través de la bobina son las variaciones del campo magnético, y éstas disminuyen conforme va alcanzándose el estado estacionario, la curva $\rho_\tau(t)$ tenderá a cero. Resulta de aquí que en el método SET, la curva de resistividades aparentes depende del tipo de receptor que se emplee.

El terreno sobre el que se efectúa un SET puede considerarse como un filtro que transforma la señal de entrada $U(t)$ del circuito de emisión en la señal de salida $\Delta V(t)$ observada en el de recepción.

IV.6 RELACION ENTRE ρ_τ Y ρ_ω

La *resistividad transitoria* ρ_τ obtenida con un dispositivo determinado sobre un corte dado, está relacionada directamente con la resistividad ρ_ω que se obtendría sobre el mismo corte y con el mismo dispositivo. Al decir "dispositivo" se hace mención de los elementos emisor y receptor (bobina, dipolo eléctrico, etc.), y no del generador ni del instrumento de medida, que como es natural habrán de ser diferentes en el SET y en el SFV.

En los SFV se utiliza la relación

$$\rho_\omega = K \frac{\Delta V(\omega)}{I(\omega)} \qquad \text{(III.1)}$$

de la que se deduce

$$\Delta V(\omega) = \frac{\rho_\omega}{K} I(\omega)$$

Ahora bien, a $\Delta V(\omega)$ corresponde, en el dominio de tiempos, $\Delta V(t)$ por lo que se tiene, según la (IV.17)

$$\Delta V(t) = \frac{I}{K\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_\omega \frac{e^{-i\omega t}}{-\sqrt{2\pi}\, i\omega}\, d\omega$$

que, sustituida en la (IV.18) da

$$\rho_\tau(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_\omega \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega}\, d\omega \qquad \text{(IV.19)}$$

que indica que la resistividad transitoria $\rho_\tau(t)$ de un SET puede obte-

nerse, por medio de una transformación integral, de la ρ_ω de un SFV obtenido con el mismo dispositivo y sobre el mismo terreno.

Este resultado es muy importante, puesto que permite aplicar al SET las curvas patrón del SFV, previa transformación.

En ciertos casos interesa efectuar la transformación inversa que, según lo visto en el apartado IV.2 será

$$\frac{\rho_\omega}{-i\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_\tau \, e^{i\omega t} \, dt \qquad \text{(IV.20)}$$

Se deduce de lo anterior que la imagen de Fourier de ρ_τ en el dominio de frecuencias es

$$\rho_\omega/(-i\omega\sqrt{2\pi})$$

IV.7 INSTRUMENTAL Y TECNICA DE CAMPO

En la exposición que sigue se hará hincapié en los principios básicos de la medición de campo y del instrumental requerido para ello, sin entrar en muchos detalles sobre este último. Las causas de este modo de proceder son múltiples; no existen en la actualidad equipos comerciales para SET, ni puede considerarse que el método haya alcanzado plena madurez. Además el rápido progreso de la instrumentación dejaría anticuados en poco tiempo los aparatos que aquí se describiesen, por lo que es preferible limitarse a las características principales que deben reunir.

Como es obvio, los equipos para SET han de constar de un emisor y de un receptor. Una parte principal del primero es el generador, que debe ser capaz de producir impulsos de la forma e intensidad adecuadas. Aunque estos impulsos podrían tener la forma de un ciclo de sinusoide o de parte de él, de onda cuadrada, etc., repetidos periódicamente, es muy preferible el empleo de impulsos del tipo de Heaviside, ya que los tipos primeramente enumerados requieren el empleo de un oscilador, mientras que el último sólo precisa de una fuente de corriente continua (batería de pilas secas o de acumuladores, dínamo, etc.), y un interruptor. Naturalmente, lo que de este modo se obtiene no es exactamente un impulso de Heaviside, de subida instantánea y duración indefinida, pero puede aproximarse a él en medida suficiente o, en todo caso, pueden aplicarse las correcciones oportunas. El generador irá acoplado al elemento emisor propiamente dicho, que puede consistir en un bucle horizontal, un dipolo eléctrico con sus extremos a tierra, etc.

A su vez, el receptor habrá de constar del elemento sensible o antena (bobina, dipolo MN, etc.) y de un dispositivo registrador que inscriba del modo más fiel posible la señal recibida, lo que no carece de dificultades.

En efecto, los circuitos de registro habrán de presentar una banda de respuesta lo más ancha posible, a fin de reproducir debidamente el transitorio, pero esto implica dejar paso libre, al mismo tiempo, a ruidos de toda clase. Entre estos figuran los siguientes:

a) Tensiones producidas al moverse los cables del bucle o dipolo receptor en el campo geomagnético por efecto del viento.

b) Parásitos de origen artificial, debidos a líneas de transporte, ferrocarriles electrificados e instalaciones industriales.

c) Ruidos naturales, inducidos en el elemento receptor por el campo electromagnético natural de baja frecuencia. Quedan incluidos aquí las micropulsaciones del campo geomagnético (apartado V.2) y los parásitos atmosféricos (apartado IX.4.2).

d) Ruidos internos instrumentales.

Las causas *a*) y *d*) son las más fácilmente eliminables, lo que se consigue respectivamente sujetando los cables al suelo, y proyectando adecuadamente los diversos circuitos del receptor. Los ruidos de origen artificial pueden eliminarse por alejamiento del lugar donde se producen, a distancias de 1 a 2 km de las líneas de alta tensión y de 10 a 20 km para los ferrocarriles eléctricos. Las perturbaciones de origen natural más intensas son aquéllas cuya frecuencia es superior a 2 ó 3 Hz. Como es obvio, tanto estos ruidos como los industriales podrían suprimirse intercalando filtros adecuados en el circuito receptor, pero ello implica la distorsión del registro del transitorio debido al emisor.

Ante el problema de filtrar o no filtrar caben dos actitudes. Una de ellas es la seguida por los geofísicos soviéticos y expuesta por Van'yan y Brobovnikov (en VAN'YAN, 1967), que consiste en utilizar un filtro que impida el paso de las frecuencias superiores a 1 Hz. Con ello, la parte inicial del registro queda inutilizada por distorsión y sólo es válida y aprovechable la parte final. El segundo modo de proceder es el de KELLER (1971); no se emplea filtro alguno, y los datos, registrados digitalmente, son elaborados numéricamente por medio de un ordenador, a fin de eliminar los ruidos.

En la técnica descrita por los autores soviéticos antes mencionados y empleada extensamente en la prospección petrolera, el circuito emisor es un dipolo eléctrico AB de uno o varios km de longitud, alimentado por una "estación geoeléctrica" del mismo tipo empleado en los SEV, y que va provista de una dínamo de 16,5 kW, o de dos de 11,5 kW, con 460 voltios de tensión de salida. Los impulsos se obtienen por medio de un conmutador, inversor de la polaridad, con lo que se duplica la amplitud del impulso con respecto a la que se obtendría mediante el uso de un interruptor simple. La práctica indica que la amplitud (cresta a cresta) de los impulsos debe ser de unos 50 a 60 A, lo que exige que la resistencia de

la línea *AB* sea del orden de 10 a 20 Ω. Las tomas de tierra han de ser pues óptimas, con 50 ó 100 electrodos cada una.

Usualmente, se trabaja, como en los SFV, con dispositivos axiles o ecuatoriales. En el primer caso no puede medirse la componente B_z, nula en el eje del dipolo emisor, por lo que es preferible el dispositivo ecuatorial. Cuando se mide la componente eléctrica paralela E_x, el elemento receptor es una línea *MN* con electrodos impolarizables en sus extremos. Para la medición de B_z se utiliza un bucle cuadrado, de 200 m de lado y unas 25 espiras, que se obtienen con un solo cable con este número de conductores independientes. Es fundamental la horizontalidad del cuadro, para la que no se toleran errores superiores a 2°. La causa de esta exigencia es que la inclinación del cuadro hace que este reciba el flujo de la componente horizontal magnética cuyo efecto es apreciable en la parte inicial del registro, incluso para inclinaciones de un grado.

Cuando sólo se registra la componente B_z suelen efectuarse varios SET con una misma línea *AB*, colocando el cuadro en puntos separados de la línea ecuatorial de ésta, pero dentro de la condición $70° \leqslant \theta \leqslant 110°$, a fin de que B_z sea suficientemente intensa (fig. III-1). La distancia entre los centros del emisor y receptor ha de ser, según las normas soviéticas, y cuando lo que se estudia son las variaciones de profundidad de un sustrato resistivo, unas cinco veces ésta, por lo que las distancias que se utilizan en la práctica varían entre 5 y 25 km.

El dispositivo de registro acoplado al elemento receptor consta de amplificador, filtro y oscilógrafo. Este último se compone de un galvanómetro de espejo, que registra sobre una banda de papel fotográfico que marcha con velocidad de 0,5 a 1,5 m/seg. La sensibilidad máxima del registro es del orden de 1 μV/mm. Por las razones expuestas más arriba, sólo se considera útil el registro a partir de una décima de segundo desde el momento inicial. Este queda determinado en el registro mediante una señal disparada por un impulso enviado por radio desde el emisor. El registro de cada fenómeno transitorio dura unos 15 segs. pasados los cuacuales se repite nuevamente el proceso, y esto hasta 10 ó 20 veces. Estas repeticiones se efectúan para disminuir el efecto de los ruidos. En la publicación indicada más arriba se describe con todo detalle el instrumental soviético, incluyendo los esquemas de los circuitos.

La producción de los equipos soviéticos oscila entre 25 y 50 SET por mes. El personal de un equipo simple incluye 10 técnicos y 12 obreros. A veces se trabaja con un emisor y 2 receptores, lo que eleva la productividad, y también la cantidad de personal; 14 técnicos y 16 obreros.

KELLER (1971) da cuenta de los SET efectuados bajo su dirección en la región volcánica de la isla septentrional de Nueva Zelanda, durante los años 1968 y 1969. El circuito emisor estaba formado por un dipolo *AB* alimentado por un grupo motor diesel-generador de corriente alterna, de

30 kVA de potencia, cuya salida era transformada y rectificada para obtener 30 A y 1000 V en corriente continua. Los tomatierras estaban constituidos por tubos de acero de 30 a 200 m de longitud, introducidos en perforaciones. Se efectuaron de este modo 17 SET, 13 de ellos con $AB = 1{,}6$ km y los 4 restantes con AB de 8 a 16 km.

El circuito receptor constaba de un cuadro con superficie de 0,5 a 5 km^2 acoplado a un potenciómetro registrador Hewlett-Packard. Sus registros fueron digitizados a intervalos de 0,1 segundos y sometidos a un proceso numérico que comprendía superposición ("stacking"), desconvolución y filtrado.

IV.8 ELABORACION DE LOS DATOS DE CAMPO

Los datos observados en cada SET se compendian gráficamente, como en los demás tipos de sondeo geoeléctrico, en una curva de resistividades aparentes. Esta se calcula, según se dijo más arriba, por medio de una fórmula del tipo

$$\rho_\tau = K \frac{\Delta V(t)}{I} \tag{IV.18}$$

donde I es la intensidad (cresta a cresta) del impulso en el emisor, e $\Delta V(t)$ es la tensión registrada en el receptor en el momento t después de iniciado el impulso. El coeficiente K es el mismo que se emplearía en un SFV efectuado con un dispositivo de idénticos tipo y dimensiones. Por lo tanto, cuando el emisor es un dipolo eléctrico AB, y el receptor otro dipolo eléctrico MN paralelo a él, el coeficiente de dispositivo valdrá

$$K = \frac{2\pi R^3}{\overline{AB} \cdot \overline{MN}} (3 \cos^2 \theta - 2)^{-1} \tag{IV.21}$$

mientras que si el receptor es un cuadro de superficie efectiva q_r (área geométrica por número de espiras) el coeficiente será

$$K = -\frac{2\pi R^4}{3\,\overline{AB}\, q_r} \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \tag{IV.22}$$

Estos coeficientes son válidos para ΔV e I expresados, respectivamente en voltios y amperios; si, como suele hacerse, se mide ΔV en μV habrá que introducir en ellos el factor 10^{-6}.

Cuando la longitud del dipolo AB es superior a la quinta parte de la distancia R, hay que introducir en los coeficientes K una corrección para tener en cuenta la longitud finita del dipolo. Dicha corrección se aplica dividiendo el valor de K dado por las fórmulas anteriores por un factor

η que se determina por medio del mismo ábaco empleado para el SFV (fig. IV-5).

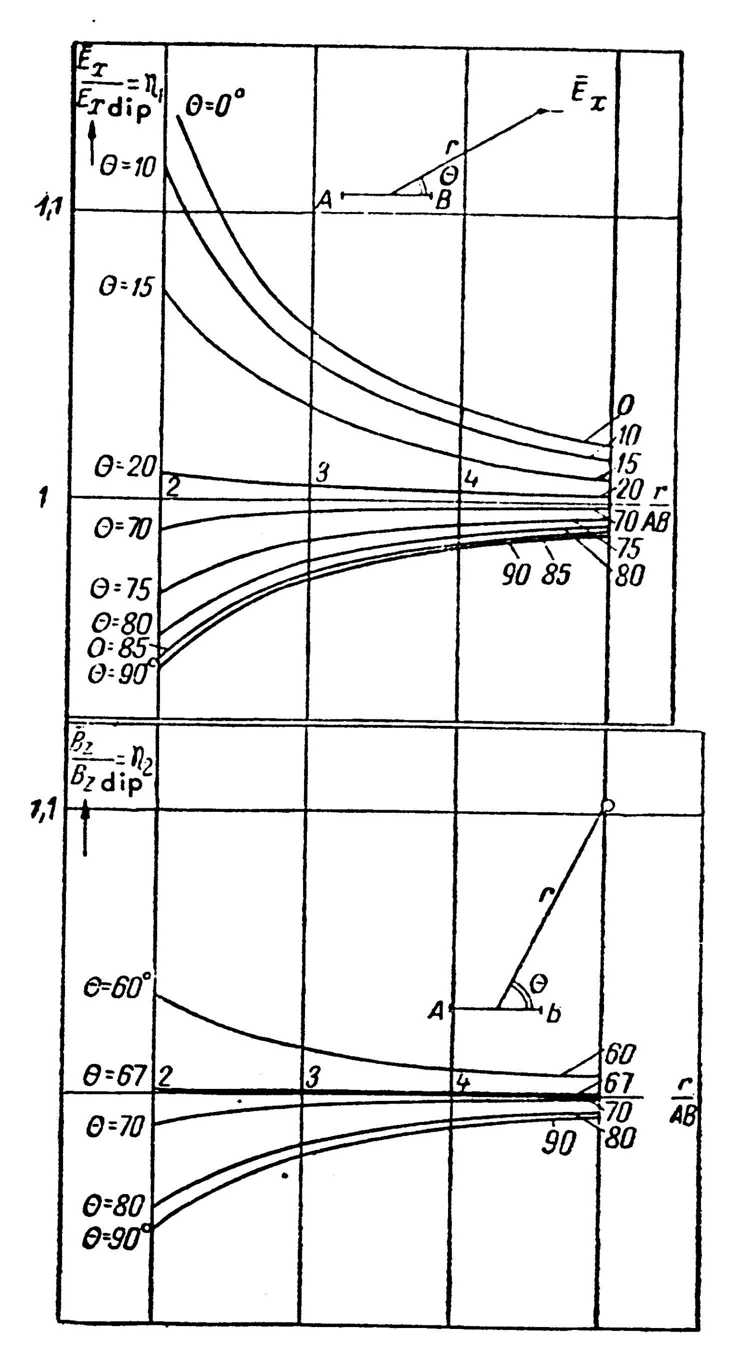


Fig. IV-5. Abaco para la determinación del factor η por el cual debe dividirse el coeficiente de dispositivo a fin de corregir el efecto del tamaño finito del dipolo. Este ábaco sirve para los SET y los SFV. Según VAN'YAN.

Los valores de $\Delta V(t)$ se toman del registro para una serie de valores de t en progresión geométrica, de modo que queden igualmente espaciados en el gráfico logarítmico. Cuando los registros son sometidos a una

elaboración numérica como la empleada por Keller, puede programarse ésta de modo que se obtengan directamente los valores necesarios. En la técnica descrita por VAN'YAN (1967), los valores de ΔV se leen en los registros por medio de una regla graduada, y se toma el promedio de todas las repeticiones del impulso. Esto se hace para los siguientes valores de t en segundos: 0,20; 0,30; 0,50; 0,70; 1,0; 1,5; 2,0; 3,0; 5,0; 7,0; 10 y 15.

La curva de resistividades aparentes se traza en escala bilogarítmica, preferiblemente de 62,5 mm de módulo, llevando en ordenadas los valores de ρ_τ y en abcisas los de $(2\pi t)^{1/2}$. Esto último se justificará más abajo.

IV.9 PARAMETRO TRANSITORIO

En los diversos tipos de sondeos geoeléctricos, las curvas teóricas de resistividades aparentes suelen expresarse en función de una variable independiente adimensional. En el caso de los SFV se usa para este fin, entre otros, λ/d_1 o sea la longitud de onda en la primera capa dividida por el espesor de ésta. Para el SET puede definirse, por analogía, un parámetro semejante τ/d_1. Según la (I.56) es

$$\lambda_1 = 2\pi \left(\frac{2\,\rho_1}{\omega\mu_0} \right)^{1/2}$$

y si en esta se sustituye ω por la inversa del tiempo t transcurrido desde el comienzo del impulso, se obtiene otra magnitud con las mismas dimensiones, o sea las de una longitud

$$\tau_1 = 2\pi \left(\frac{2\,\rho_1\, t}{\mu_0} \right)^{1/2} = (2\pi\, t \cdot 10^7 \cdot \rho_1)^{1/2} \qquad \text{(IV.23)}$$

la cual recibe el nombre de *parámetro transitorio.*

Las curvas teóricas de SET se representan, pues, en función de la variable τ_1/d_1. Cuando la primera capa es anisótropa, se toma para su resistividad $\rho_{\parallel 1}$. Al trazar las curvas de campo, como no se conoce el valor ρ_1 se utiliza como variable independiente $(2\pi t)^{1/2}$ según se ha dicho. La magnitud τ representa en los SET el mismo papel que $T^{1/2}$ en los SFV o que $AB/2$ en los SEV.

IV.10 TRANSITORIOS SOBRE MEDIO HOMOGENEO

IV.10.1 Introducción

Los fenómenos electromagnéticos transitorios pueden estudiarse analíticamente, bien por métodos directos, esto es, en el dominio de tiempos,

bien por medio de la transformada de Fourier de la solución del mismo problema en el dominio de frecuencias. En el primer método de resolución destacan los trabajos de los soviéticos Tikhonov, Skugareskaya, Frolov y otros, cuya bibliografía se encuentra en la introducción de Keller a la obra de VAN'YAN (1967), así como los del indio BHATTACHARYYA (1956, 1959, 1963). Los resultados más completos, desde el punto de vista prospectivo, obtenidos por la transformada de Fourier se encuentran en la citada obra de Van'yan.

Aquí se dará algún ejemplo de cálculo por el segundo método de los indicados.

IV.10.2 Transitorios de un dipolo eléctrico

La componente magnética B_z producida por un dipolo eléctrico horizontal colocado en la superficie de un medio homogéneo e isótropo, con constante de propagación γ_1 es, según se expuso en el capítulo I,

$$B_z = \frac{i \mu_0 I ds}{2\pi \xi_1^2 R^2} \operatorname{sen} \theta \left[3 - (3 - 3 i^{3/2} \xi_1 - i \xi_1^2) e^{i \sqrt{i} \xi}\right] \qquad \text{(I.163)}$$

de donde se obtiene, expresando ξ_1 en función de γ_1 y R,

$$B_z = -\frac{\mu_0 I ds}{2\pi R^4 \gamma_1^2} \operatorname{sen} \theta \left[3 - (3 - 3 i \gamma R - \gamma_1^2 R^2) e^{i\gamma R}\right] \qquad \text{(IV.24)}$$

Ahora bien, como el receptor está constituido por una bobina, lo que realmente se mide no es B_z, sino su derivada respecto del tiempo

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = - i\omega B_z$$

por lo que se tiene

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{I \rho_1 ds}{2\pi R^4} \operatorname{sen} \theta \left[3 - (3 - 3 i \gamma_1 R - \gamma_1^2 R^2) e^{i\gamma R}\right]. \qquad \text{(IV.25)}$$

Si el campo, en vez de estar producido por una corriente sinusoidal $I = I_0 e^{-i\omega t}$ lo fuese por un impulso de Heaviside de intensidad I, su efecto sobre la bobina receptora será proporcional a

$$\frac{\partial B_z(t)}{\partial t} = \frac{I \rho_1 ds}{4\pi^2 R^4} \operatorname{sen} \theta \int_{-\infty}^{\infty} \left[3 - (3 - 3 i \gamma R - \gamma_1^2 R^2) e^{i\gamma R}\right] \frac{e^{-i\omega t}}{- i\omega} d\omega \qquad \text{(IV.26)}$$

Para el cálculo de esta expresión, Van'yan parte de la integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\sqrt{i\omega a}} \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2\pi - 2\pi\,\Phi\left(a\sqrt{\dfrac{1}{2t}}\right) & t > 0 \end{cases} \tag{IV.27}$$

donde es

$$\Phi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x e^{-y^2/2}\, dy \tag{IV.28}$$

o sea, la función *Erf*, aunque la definición que suele darse de esta es algo diferente. Si se pone

$$a = R\left(\frac{\mu_0}{\rho_1}\right) \tag{IV.29}$$

la integral (IV.27) se transforma en

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\gamma R} \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega = 2\pi - 2\pi\,\Phi\left[R\left(\frac{\mu_0}{2t\rho_1}\right)^{1/2}\right] =$$

$$= 2\pi - 2\pi\,\Phi\left(\frac{2\pi R}{\tau_1}\right) = 2\pi - 2\pi\,\Phi(u) \tag{IV.30}$$

donde τ_1 es el parámetro transitorio definido en el apartado IV.9, y $u = 2\pi R/\tau_1$ una nueva variable introducida para simplificación del cálculo.

Por derivación de la (IV.30) respecto de R y multiplicación por esta misma variable se obtiene

$$\int_{-\infty}^{\infty} i\gamma R\, e^{i\gamma R} \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega = -2\pi\,\Phi'(u)\frac{\partial u}{\partial R} = -2\sqrt{2\pi}\, e^{-u^2/2}\, u \tag{IV.31}$$

Procediendo nuevamente del mismo modo con este resultado se llega a

$$\int_{-\infty}^{\infty} i\gamma R\, e^{i\gamma R} \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega - \int_{-\infty}^{\infty} \gamma^2 R^2 e^{i\gamma R} \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega =$$

$$= 2\sqrt{2\pi}\, e^{u^2/2}(u^3 - u) \tag{IV.32}$$

de donde se deduce, teniendo en cuenta la (IV.31) que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \gamma^2 R^2 e^{i\gamma R} \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega = -2\sqrt{2\pi}\, e^{-u^2/2}\, u^3 \tag{IV.33}$$

Si en la (IV.27) se hace $a = 0$ resulta

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega}\, d\omega = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2\pi & t > 0 \end{cases} \tag{IV.34}$$

La integral que aparece en la (IV.26) puede calcularse ahora, por medio de las (IV.31), (IV.33) y (IV.34) con lo que se llega a

$$\frac{\partial B_z(t)}{\partial t} = \frac{3\, I\, \rho_1\, ds}{2\pi\, R^4} \operatorname{sen} \theta \left[\Phi(u) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(u + \frac{u^3}{3} \right) e^{-u^2/2} \right] \tag{IV.35}$$

De la inspección de esta fórmula se deduce, por una parte, que la tensión producida en la bobina receptora es proporcional a la amplitud del impulso y a la resistividad del terreno, e inversamente proporcional a la cuarta potencia de la distancia emisor-receptor. Puede probarse que, si el medio presenta anisotropía transversal, ρ_1 habría de sustituirse por $\rho_{II\,1}$.

El transcurso temporal del fenómeno viene expresado por la cantidad entre corchetes de la (IV.35). Como quiera que

$$\lim_{u \to 0} \Phi(u) = 0$$

$$\lim_{u \to \infty} \Phi(u) = 1 \tag{IV.36}$$

y que t aparece en el denominador de la expresión que define u, y teniendo además las (IV.27) y (IV.34) se llega a la conclusión de que la señal en el receptor, nula hasta el momento $t = 0$ del impulso, aumenta bruscamente hasta un valor $3\, I\, \rho_1\, ds/2\pi\, R^4$. Al transcurrir el tiempo, u decrece, y la expresión entre corchetes tiende a cero. Este decrecimiento será tanto más lento cuanto menor sea ρ_1 puesto que, en la definición del parámetro τ_1 el tiempo aparece multiplicado por la resistividad, por lo que una disminución en esta puede compararse por un aumento del tiempo sin variación de u. El hecho de que el comienzo de la señal en el receptor sea simultáneo con el impulso, lo que equivale a propagación instantánea, se debe a la aproximación casi estática, en la que al hacer $\varepsilon = 0$ toma valor infinito la expresión (I.27) que da la velocidad de fase de las ondas electromagnéticas.

Siguiendo procesos análogos pueden hallarse los transitorios en la componente E_x del campo eléctrico del dipolo. Particularizando la primera de las (I.163) para las posiciones axil ($y = 0$) y ecuatorial ($y = R$) y expresándola en función de γ y R se obtienen, respectivamente,

$$E_x = \frac{I\, \rho_1\, ds}{2\pi\, R^3} \left[1 + (1 - i\, \gamma\, R)\, e^{i\gamma R}\right] \tag{IV.37}$$

$$E_x = -\frac{I\, \rho_1\, ds}{2\pi\, R^3} \left[2 - (1 - i\, \gamma\, R)\, e^{i\gamma R}\right] \tag{IV.38}$$

Pasando al dominio de tiempos la primera de estas expresiones, resulta

$$E_x(t) = \frac{I \rho_1 ds}{4\pi^2 R^3} \int_{-\infty}^{\infty} [1 + (1 - i \gamma R) e^{i\gamma R}] \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega \qquad \text{(IV.39)}$$

que recurriendo a las fórmulas (IV.30), (IV.31) y (IV.34) se transforma en

$$E_x(t) = \frac{I \rho_1 ds}{2\pi R^3} \left[2 - \Phi(u) + \sqrt{\frac{2}{\pi}} u e^{-u^2/2} \right] \qquad \text{(IV.40)}$$

En cuanto a la segunda, se obtiene del mismo modo

$$E_x(t) = - \frac{I \rho_1 ds}{4\pi^2 R^3} \int_{-\infty}^{\infty} [2 - (1 - i \gamma R) e^{i\gamma R}] \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega \qquad \text{(IV.41)}$$

que lleva a

$$E_x(t) = - \frac{I \rho_1 ds}{2\pi R^3} \left\{ 1 + \Phi(u) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} u e^{-u^2/2} \right\} \qquad \text{(IV.42)}$$

Debe tenerse en cuenta que estas fórmulas sólo son aplicables para $t \geqslant 0$. En el momento inicial, el campo eléctrico pasa del valor cero a $I \rho_1 ds/2\pi R^3$ en el caso de dispositivo axil, y a la mitad de este valor con signo negativo, para el dispositivo ecuatorial.

Las consideraciones y cálculos anteriores se refieren a un semiespacio homogéneo e isótropo. Para determinar lo que ocurre si la condición de isotropía se trueca por la de anisotropía transversal (de eje vertical) habría que particularizar la ecuación (II.13) para dicho caso, y pasar al dominio de tiempos. No se desarrollará aquí este cálculo, pero vale la pena dar los resultados obtenidos por Van'yan, que son

$$E_x(t) = \frac{I \rho_{\text{II}\,1} ds}{2\pi R^3} \left\{ \Phi(u) + 2 \Lambda_1 \left[1 - \Phi\left(\frac{u}{\Lambda_1}\right) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{u}{\Lambda_1} \exp\left(- \frac{1}{2} \left(\frac{u}{\Lambda_1}\right)^2 \right) \right] \right\} \qquad \text{(IV.43)}$$

para el dispositivo axil, y

$$E_x(t) = - \frac{I \rho_{\text{II}\,1} ds}{2\pi R^3} \left\{ 2 \Phi(u) - \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-u^2/2} + \Lambda_1 \left[1 - \Phi\left(\frac{u}{\Lambda_1}\right) \right] \right\} \qquad \text{(IV.44)}$$

para el ecuatorial.

En estas fórmulas, Λ_1 es la anisotropía. El interés de estos resultados radica en que, a diferencia de lo que ocurre con los demás tipos de fuentes, el campo eléctrico transitorio paralelo de un dipolo eléctrico, está influido tanto por la resistividad longitudinal del medio como por la transversal.

IV.10.3 Transitorios de un dipolo magnético vertical

Se considerarán ahora las componentes eléctrica tangencial E_ψ y magnética vertical B_z de un dipolo magnético vertical colocado sobre la superficie de un semiespacio homogéneo e isótropo de resistividad ρ_1. La fórmula para el campo eléctrico es la (I.155). Si en esta se sustituye ξ_1 por su valor $-i^{3/2}\gamma r$ se obtiene

$$E_\psi^* = -\frac{\rho_1 m}{2\pi r^4}[3-(3-3\,i\gamma\, r-\gamma_1^2 r^2)\, e^{i\gamma R}] \qquad \text{(IV.45)}$$

De esta ecuación se pasa al dominio de tiempos para un impulso de Heaviside siguiendo los procedimientos utilizados en el apartado anterior, con lo que se llega al resultado

$$E_\psi^*(t) = -\frac{\rho_1 m}{2\pi r^4}\left[3\,\Phi(u) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, e^{-u^2/2}(u^3+3\,u)\right] \qquad \text{(IV.46)}$$

En esta fórmula, m debe interpretarse como el producto de la superficie útil de la bobina (número de espiras por área) por la amplitud del impulso. En el momento inicial de éste, el campo eléctrico $E_\psi{}^*$ pasa de cero a $-3\,\rho_1 m/2\pi r^4$. Para el campo magnético vertical B_z se utiliza la fórmula (I.153) que, después de explicitar los productos $\gamma\, r$ toma la forma

$$B_z{}^* = -\frac{i\,\rho_1 m}{2\pi r^5\,\omega}[9-(9-9\,i\,\gamma\, r-4\,\gamma_1^2 r^2+i\,\gamma_1^3 r^3)\, e^{i\gamma R}] \qquad \text{(IV.47)}$$

y su derivada respecto del tiempo será

$$\frac{\partial B_z{}^*}{\partial t} = -\frac{\rho_1 m}{2\pi r^5}[9-(9-9\,i\,\gamma\, r-4\,\gamma_1^2 r^2+i\,\gamma_1^3 r^3)\, e^{i\gamma R}] \qquad \text{(IV.48)}$$

Al pasar al dominio de tiempos para un impulso de Heaviside aparece la integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} i\,\gamma_1^3 r^3 e^{i\gamma r}\frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega}\, d\omega$$

que no se ha obtenido en los cálculos anteriores. Derivando y multiplicando por r la (IV.33) resulta

$$r\frac{\partial}{\partial r}\int_{-\infty}^{\infty}\gamma^2 r^2 e^{i\gamma r}\frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega}\, d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} i\,\gamma^3 r^3 e^{i\gamma r}\frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega}\, d\omega \; +$$

$$+\; 2\int_{-\infty}^{\infty}\gamma^2 r^2 e^{i\gamma r}\frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega}\, d\omega = -2\sqrt{2\pi}\, e^{-u^2/2}(3\,u^2-u^5) \qquad \text{(IV.49)}$$

y por lo tanto, teniendo en cuenta la misma (IV.33)

$$\int_{-\infty}^{\infty} i \gamma_1^3 r^3 e^{i\gamma r} \frac{e^{-i\omega t}}{-i\omega} d\omega = -2\sqrt{2\pi}\, e^{-u^2/2} (u^3 - u^5) \qquad \text{(IV.50)}$$

Utilizando este resultado, junto con las (IV.30) a (IV.34) se obtiene

$$\frac{\partial B_z^*(t)}{\partial t} = -\frac{\rho_1 m}{2\pi r^5} \left[9\,\Phi(u) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, e^{-u^2/2} (9u + 3u^3 + u^5) \right] \qquad \text{(IV.51)}$$

En el momento inicial $t = 0$, la derivada temporal de B_z^* pasa del valor cero al $-9\,\rho_1 m/2\pi r^5$. Si el medio, en vez de ser isótropo, fuese anisótropo transversal de eje vertical, valen las mismas fórmulas (IV.46) y (IV.51) previa sustitución en ellas de ρ_1 por $\rho_{\parallel 1}$.

IV.11 ASPECTOS CUALITATIVOS DEL FENOMENO TRANSITORIO

Es conveniente tener una visión cualitativa clara de la propagación de impulsos a través del terreno. Según se ha dicho más arriba, un impulso en forma de escalón puede considerarse como suma de señales de todas las frecuencias, con amplitudes inversamente proporcionales a éstas. El fenómeno puede visualizarse, pues, como la propagación en todas direcciones de un paquete de ondas que parte del emisor. Puesto que el subsuelo es un medio dispersivo, las ondas de mayor frecuencia avanzan con mayor rapidez, adelantando a las de frecuencia más baja, pero al mismo tiempo, sufriendo atenuación más intensa, tanto en el transcurso del tiempo como en relación con la distancia recorrida. Al atravesar capas muy conductoras, la atenuación es más fuerte y la velocidad menor, para todas las frecuencias.

Como resultado de ello, en los momentos iniciales del fenómeno, las ondas de frecuencia más alta alcanzan su mayor amplitud relativa, pues no han tenido tiempo de sufrir atenuación importante. Además, han conseguido penetración más profunda que las de frecuencia menor. A medida que transcurre el tiempo, las ondas van alcanzando profundidades mayores, y las de mayor frecuencia van perdiendo importancia frente a las más largas. Por lo tanto, los campos captados por el receptor durante los momentos iniciales del proceso contienen información sobre las capas superiores del corte, mientras que el registro de las etapas finales ilustrará sobre capas más profundas.

Si lo que se mide es el campo magnético, se observa que su amplitud tiende a un valor constante, cuya respuesta en el receptor es nula, ya que por estar constituido por una bobina, sólo registra variaciones de

flujo. El campo eléctrico, por el contrario, tiende al valor, en general no nulo, que correspondería a un sondeo en corriente continua efectuada con el mismo dispositivo.

En los campos medidos en el receptor interviene también la distancia de este emisor. La profundidad máxima alcanzada no podrá ser superior a la de un sondeo de corriente continua efectuada con el mismo dispositivo y hasta dicha distancia, según se deduce de lo expuesto más arriba. Si se desean alcanzar profundidades grandes, es preciso que también lo sea la separación emisor-receptor. Se llega a la misma conclusión si se considera que cuanto mayor sea dicha separación, más amplia será la banda de frecuencias para la cual el receptor se halla en la zona lejana, con las mismas ventajas que en los SFV.

A veces se utilizan impulsos negativos, esto es, se corta bruscamente la corriente continua que alimenta al emisor. La desaparición del campo primario existente provoca la creación de un campo secundario que trata de mantener el estado de cosas previo, y que evoluciona en el tiempo del mismo modo descrito más arriba, con la única variación de que los valores finales del campo son nulos, aunque la diferencia entre el valor inicial y final es la misma que en el caso anterior, aunque de signo opuesto. Cabe también la posibilidad de obtener el impulso por inversión del sentido de la corriente con lo que su amplitud es doble.

IV.12 LAS CURVAS TEORICAS DE SET

IV.12.1 Introducción y tipos de curvas

El problema del cálculo de las curvas $\rho_\tau(t)$ sobre medios estratificados puede resolverse, bien de modo directo, bien aplicando la transformación de Fourier a las curvas del SFV, según se indica en el apartado IV.6. Estos cálculos no se desarrollarán aquí por causa de su complicación, remitiendo al lector a los trabajos indicados en el apartado IV.10.1, a los que cabe añadir el de KELLER (1971). Se expondrán por lo tanto, sin demostrarlas, las propiedades principales de dichas curvas, siguiendo fundamentalmente a VAN'YAN (1967, y en TARKHOV, 1963).

En primer lugar hay que tener en cuenta que, como en los SFV, existen dos tipos de curvas de SET. El primero de éstos corresponde a las llamadas *curvas límites* o *curvas ondulatorias,* las cuales son independientes de la distancia r entre emisor y receptor. Esto no ocurre en el segundo tipo. Para éstas, durante el proceso transitorio, existe una primera etapa denominada *inicial* o *temprana* en la que las frecuencias predominantes son lo suficientemente altas para que la distancia sea varias veces superior a las longitudes de onda correspondientes o, en otras palabras, que el receptor se encuentre en la zona lejana del emisor.

A medida que transcurre el tiempo, las longitudes de onda predominantes superan a la distancia *r*, y el receptor queda dentro de la zona próxima del emisor. Esta es la etapa *tardía* del fenómeno. Los autores soviéticos consideran que la etapa temprana dura mientras que $\tau_1 \lll r$. (Recuérdese que el parámetro τ_1, correspondiente a la primera capa del corte, tiene las dimensiones de una longitud.)

IV.12.2 Curvas límites

Estas curvan dependen del tiempo y del corte geoeléctrico del subsuelo, pero no de la distancia *r*, que se supone infinita. Los geofísicos soviéticos las representan llevando en ordenadas los valores de ρ_τ/ρ_1 y en abcisas los de τ_1/d_1 siendo d_1 y ρ_1, respectivamente, el espesor y la resistividad de la primera capa. La morfología de estas curvas teóricas es semejante a la de las curvas de SEV, esto es, las capas conductoras del corte se reflejan en mínimos, y las resistivas en máximos, sin que aparezcan en ellas los "extremos ficticios" de las curvas de SFV.

Las curvas límites de SET poseen una asíntota horizontal por la izquierda, de ordenada 1, o sea $\rho_\tau \neq \rho_1$. Por la derecha tienen otra asíntota horizontal de ordenada ρ_n/ρ_1 siendo ρ_n la resistividad de la última capa o sustrato. Cuando este es aislante, no existe dicha asíntota horizontal, sino una oblicua de pendiente 2 (fig. IV-6) cuya ecuación es

$$\frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \frac{S_1^2}{4\pi^2 S^2}\left(\frac{\tau_1}{d_1}\right)^2 \qquad \text{(IV.52)}$$

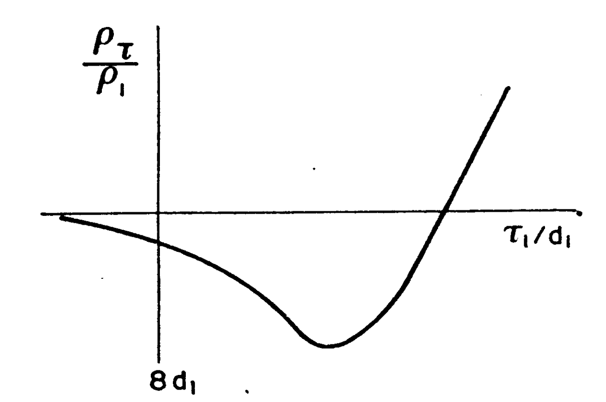


Fig. IV-6. Curva teórica límite de SET para corte de tres capas tipo H, con sustrato aislante.

donde $S_1 = d_1/\rho_1$ es la conductancia de la primera capa, y S la del conjunto de capas superiores al sustrato. Se infiere de esta ecuación que la asíntota oblicua corta al eje $\rho_\tau = \rho_1$ en el punto de abscisa $(\tau_1/d_1)_0$ tal que

$$\left(\frac{\tau_1}{d_1}\right)_0 = \frac{2\pi S}{S_1} \qquad \text{(IV.53)}$$

El fenómeno de equivalencia, ya considerado para el SEV (PGI, apartado V.12.8) también se da en las curvas límites de SET. Sin embargo, su alcance es más reducido, por lo que cortes que serían equivalentes para el SEV no lo son para el SET. Así Van'yan hace notar que en dos cortes de tres capas de parámetros $\rho_1 = \rho_1' = 1$, $d_1 = d_1' = 1$, $d_2 = 1$, $\rho_2 = 1/9$, $d_2' = 1/2$, $\rho_2' = 1/19$, $\rho_3 = \rho_3' = \infty$, las curvas de SEV respectivas difieren en el 5 %, mientras que las de SET discrepan en el 40 % (en el mínimo).

Los cortes más interesantes desde el punto de vista práctico son los de tipo H o, más en general, los caracterizados por un sustrato muy resistivo, ya que estos son los que se encuentran cuando se trata de seguir las variaciones de profundidad del basamento. Las curvas correspondientes suelen presentar un mínimo. Los estudios realizados sobre curvas teóricas indican que para espesores grandes de la capa intermedia conductora, la abcisa del mínimo viene dada por

$$\left(\frac{\tau_1}{h_1}\right) \approx 3{,}75 \frac{d_1 + d_2}{d_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{1/2} \qquad \text{(IV.54)}$$

fórmula cuyo error es inferior al 7 % si es $d_2 > \frac{3}{2} d_1$. La ordenada del mismo punto es

$$\rho_{\tau\,\min} \approx \frac{\rho_l^2}{\rho_2} \qquad \text{(IV.55)}$$

siendo ρ_l como de costumbre, la resistividad longitudinal media de las dos primeras capas. En VAN'YAN (1967) se reproduce un corto catálogo de curvas límite para SET.

IV.12.3 Curvas de la etapa tardía

Las curvas de la etapa tardía del proceso transistorio se representan sobre un sistema de coordenadas igual al utilizado para las curvas límite. Las que ahora consideramos dependen, por una parte, de las características del corte, y por otra, de la distancia *r*, ya que ésta es la que determina cuando el receptor empieza a encontrarse en la zona próxima del emisor. Por esta causa, a cada corte geoeléctrico no corresponde una sola curva, sino una familia de ellas, cuyo parámetro es la distancia *r*. En estas curvas, las características del corte influyen principalmente a través de la conductancia *S*, por lo que los geofísicos soviéticos las denominan *curvas S*.

Cuando el sustrato es aislante, las curvas *S* arrancan de la asíntota oblicua de la curva límite correspondiente al corte considerado, o de las proximidades de aquélla. Cuando lo que se mide es el campo eléctrico, la curva comienza por una rama ascendente y tiende luego a una asín-

tota horizontal, cuya ordenada corresponde a la resistividad aparente en corriente continua. Si por el contrario, la magnitud observada es el campo magnético, la curva asciende hasta un máximo y luego tiende a cero (figura IV-7).

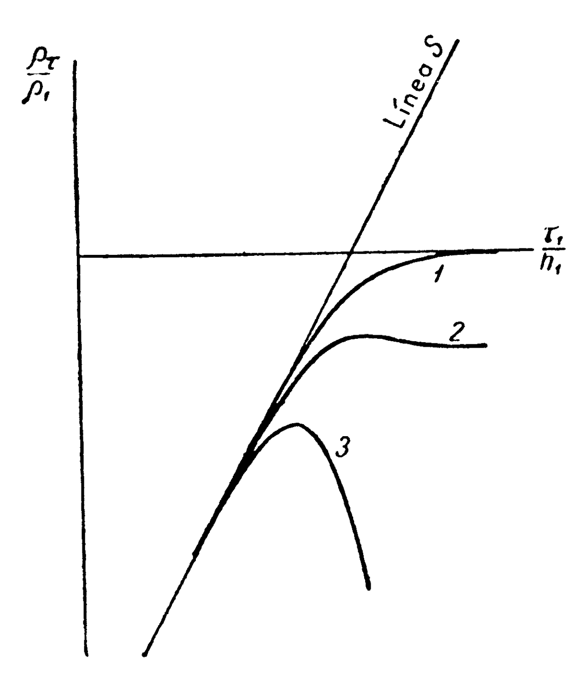


Fig. IV-7. Curvas teóricas S (baja frecuencia). 1, de campo eléctrico para dispositivo axil; 2, idem. idem. ecuatorial; 3, campo magnético vertical.

VAN'YAN (1967) demuestra que las curvas de la etapa tardía dependen de los dos parámetros

$$q = \frac{\tau_1/d_1}{2\pi\left(\frac{r}{d}\;\frac{S}{S_1}\right)^{1/2}} \tag{IV.56}$$

$$A = \frac{d_1}{r}\cdot\frac{S}{S_1}\lim_{\omega\to 0}\rho_\omega(\omega) \tag{IV.57}$$

donde $\rho_\omega(\omega)$ es la curva de SFV correspondiente al mismo corte y dispositivo. Para valores grandes de *r*, *A* es muy pequeña y la curva sólo depende de *r* y de *S*. Entonces, al variar *r* la curva se desplaza sobre el gráfico logarítmico, sin cambio de forma.

IV.12.4 Otras cuestiones

Para un corte dado, la curva ρ_τ completa coincide, en su parte izquierda, con la curva límite correspondiente, y luego se separa de ella, coincidiendo con la de fase tardía adecuada a los valores de *S* y de *r* considerados. Por ello, las curvas completas pueden construirse de modo apro-

ximado empalmando una curva límite con otra de fase tardía, según describe Van'yan.

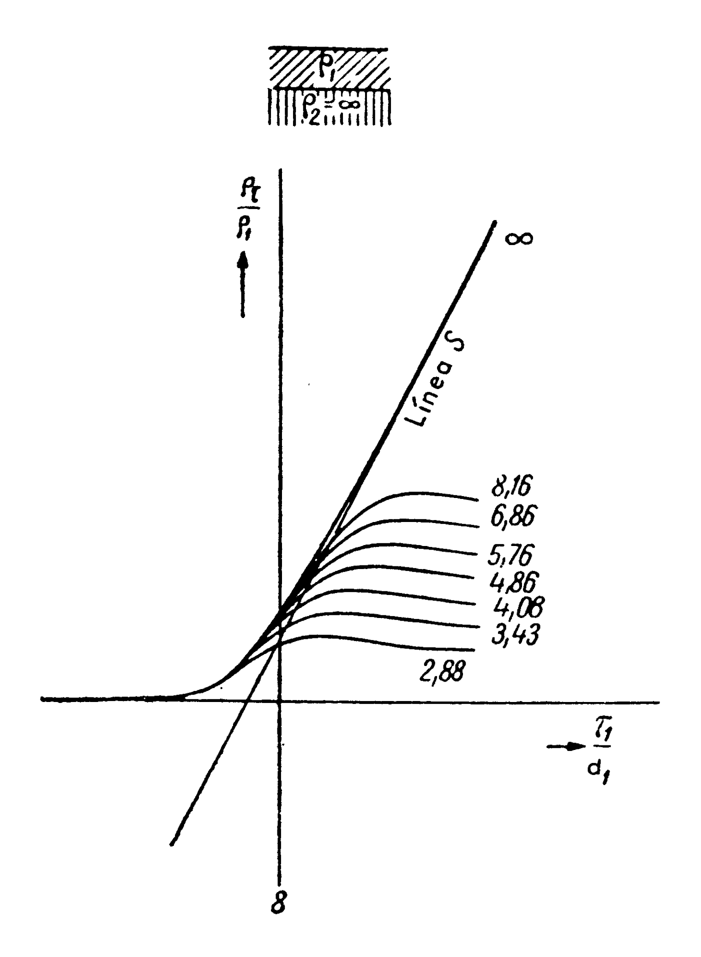


Fig. IV-8. Curvas teóricas "completas" de SET, para cortes de dos capas con substrato aislante y campo eléctrico (dispositivo ecuatorial). Los índices de las curvas aluden a la relación *r/d*.

Según se ha dicho y se comprueba en las fig. IV-8 y IV-9 para un mismo corte, las curvas ρ_τ obtenidas partiendo del campo eléctrico o del magnético son diferentes. Cuando en el corte geoeléctrico existe una capa pantalla resistiva, esta actúa como sustrato impenetrable para la curva del campo eléctrico, pero no para la del magnético, la cual suministra información sobre las capas infrayacentes a la pantalla. Por esta causa, si se registran simultáneamente los dos campos, puede estudiarse la marcha en profundidad tanto de la pantalla como del sustrato aislante. Esta ventaja del SET tiene como contrapartida el hecho de cuando se observan transitorios magnéticos, el sustrato resistivo no se comporta como tal si su espesor no es al menos 3 ó 4 veces mayor que la profundidad de su techo.

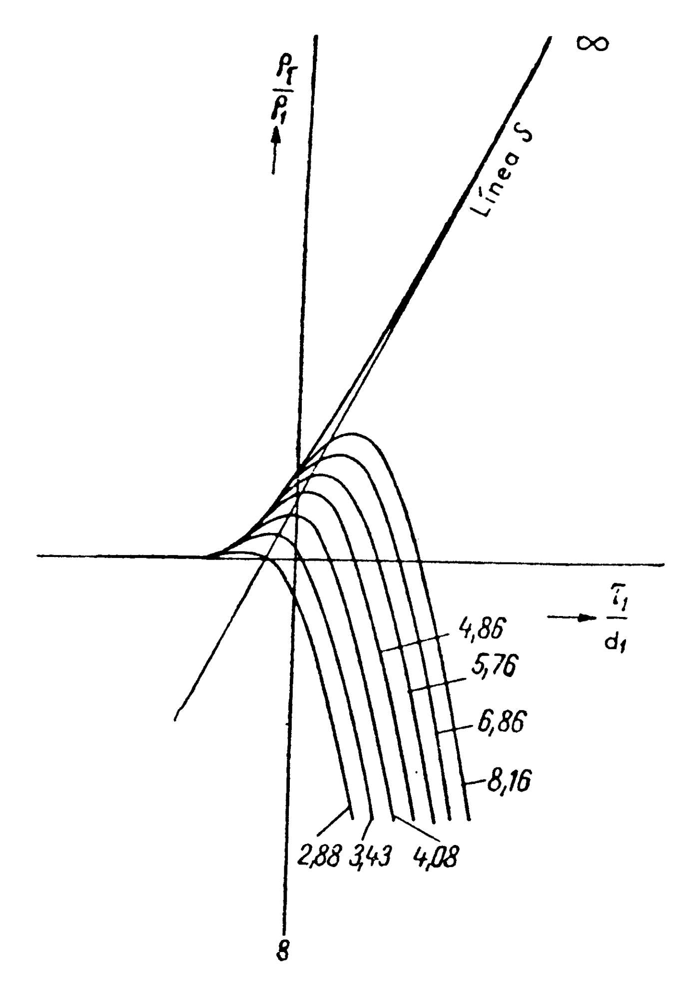


Fig. IV-9. Curvas teóricas para B_z en el mismo caso anterior.

Hasta aquí sólo se han considerado capas isótropas; si en el corte existiesen capas con anisotropía transversal de eje vertical, valdría todo lo dicho, sin más cambio que el de las resistividades por las longitudinales.

IV.13 INTERPRETACION

El método interpretativo utilizado por los geofísicos soviéticos prescinde de la interpretación de la curva por trozos, y se limita a determinar el valor de S en cada punto observado. Si se conoce además el de ρ_l en el mismo lugar, o al menos una estimación de él, puede calcularse la profundidad D del sustrato resistivo mediante la conocida fórmula

$$D = \rho_l \cdot S$$

En una primera fase de la interpretación se determinan los valores de $\rho_{\tau\,\min}$ y S de cada curva. Lo primero sólo es posible en cortes del tipo

H (véase PGI, apartado IV.4); cuando se trata de cortes A sólo es posible obtener S. La determinación de este parámetro se basa en la comparación de las curvas de campo con curvas teóricas.

Hay que tener en cuenta que las curvas de campo no pueden dibujarse utilizando las mismas coordenadas que se emplean en las curvas teóricas, pues no se conocen los parámetros ρ_1 y d_1, el primero de los cuales entra además en la definición de τ_1. Por esta causa, las variables representadas son ρ_τ y $(2\pi t)^{1/2}$ (fig. IV-10). La curva así trazada se superpone, en su parte derecha, sobre una lámina de dos capas de etapa tardía, de la cual se calca la rama asintótica o línea S dibujada en el diagrama, y que representa la rama asintótica de la curva límite. La ecuación de ésta es la (IV.52). Si en ella se sustituyen S y τ_1 por sus ecuaciones de definición, se obtiene

$$\rho_\tau = \frac{10^7}{4\pi^2} \frac{2\pi t}{S^2} \qquad \text{(IV.58)}$$

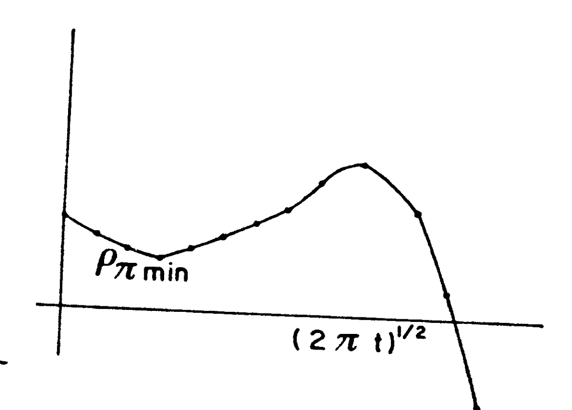


Fig. IV-10. Aspecto típico de una curva de SET de campo magnético.

La intersección de esta recta con la horizontal $\rho_\tau = 1$ tendrá, pues, por abscisa

$$(2\pi t_0)^{1/2} = \frac{2\pi}{10^{7/2}} S$$

por lo que

$$S = \frac{10^{7/2}}{2\pi} (2\pi t_0)^{1/2} = 503 (2\pi t_0)^{1/2} \qquad \text{(IV.59)}$$

si se designa por t_0 el tiempo correspondiente a la citada interacción. Por aplicación de este proceso a todas las curvas de la campaña, puede trazarse un mapa de isolíneas de S (véase PGI, apartado V.13.3).

Para determinar la profundidad del sustrato resistivo es preciso coconocer ρ_l. Los valores de esta magnitud se determinan, para cada región o parte de ella, de modo semiempírico, tomando como base la profundi-

dad D del zócalo en varios de los puntos donde se han efectuado SET. Este dato suele tomarse de los resultados de sondeos mecánicos. Conocidos D, y el valor de S deducido de la curva de SET, puede determinarse ρ_l para todos los puntos base. El procedimiento que se sigue para ello consiste fundamentalmente en buscar una relación entre $\rho_{\tau\ min}$ y ρ_l que se cumpla en los puntos base y que se supone válido para todos los demás SET de la campaña. A veces, la región explorada ha de dividirse en varias zonas, en cada una de las cuales rige una relación diferente.

La más sencilla de estas relaciones es $\rho_l = \rho_{\tau\ min}$ que se cumple con suficiente aproximación en algunas comarcas. En muchas zonas ocurre que ρ_l no difiere de $\rho_{\tau\ min}$ en más del 20 o del 30 %. En otros casos, la relación $\rho_l/\rho_{\tau\ min}$ se mantiene constante. Si no se cumplen estas relaciones tan sencillas, se calcula el cociente $\rho_l/\rho_{\tau\ min}$ para los puntos base y se representa en gráficos como función de S o de $\rho_{\tau\ min}$. Si una de estas curvas presenta forma regular se utiliza para el cálculo de ρ_l en los demás puntos investigados. Cuando entre las capas superficiales, generalmente resistivas, y el sustrato, existe una gruesa formación de resistividad aceptablemente constante, puede calcularse ρ_l mediante la fórmula (IV.55).

Una vez establecidos los valores de S y de ρ_l para todos los puntos estudiados por el SET, se calcula el valor de H en cada uno de ellos. Los resultados se representan en forma de cortes o de mapas de isobatas o de isohipsas.

En algunas zonas aparecen dificultades en la interpretación por causa de la presencia de curvas deformadas. Estas deformaciones afectan principalmente a la parte inicial de las curvas ρ_τ, en especial a las de campo magnético, y tienen su origen en efectos topográficos y en cambios laterales de resistividad. VAN'YAN *et al* (1965) indican que para obtener curvas no deformadas es preciso, cuando se emplea un dipolo eléctrico emisor, que la diferencia de altura entre éste y el receptor sea inferior al 1 % de la distancia entre ellos, y que la inclinación de la bobina receptora en plano perpendicular a la dirección en que se encuentra el emisor sea menor que 1°. Estas exigencias constituyen un inconveniente del método SET. Las deformaciones debidas a cambios laterales de resistividad se manifiestan por discrepancias entre las curvas obtenidas trocando las posiciones mutuas de emisor y receptor (FOMINA, 1966). Otras causas de perturbación en las curvas de SET son la presencia de capas pantalla muy inclinadas, y el afloramiento de éstas en las proximidades del dispositivo.

IV.14 APLICACION Y PERSPECTIVAS DEL SET

El método SET ha encontrado origen y desarrollo en la Unión Soviética. La primera aplicación extensa, de carácter experimental, parece

haber sido el estudio realizado durante 1958 por el VNIIGeofizika en la región de Kuibishev, Saratov y Orenberg, situada al SE de Moscú, sobre unos 600 km de perfil. El circuito emisor estaba constituido por un dipolo eléctrico de 3 a 5 km de longitud, y el receptor, a 10-15 km de distancia, era un cuadro horizontal de 1 km^2 de superficie efectiva.

En los años 1960 y 1961 se generalizó la aplicación del método, que pasó a ser usual en la prospección petrolera soviética. En ella se utiliza para estudios regionales de la profundidad del basamento, en los que suele combinarse con otros métodos, como el MCT y el SFV. Es frecuente que los puntos investigados por el SET lo sean también mediante SEV, a fin de obtener información más precisa sobre las capas superiores del corte. En ciertos casos, el SET se ha utilizado, previa transformación de la curva de SET en la de SFV, para completar los datos de ésta para frecuencias cuya observación era imprecisa (GOL'SHTEIN y SAFIN, 1966).

El autor no ha encontrado ninguna referencia sobre trabajos efectuados por el método SET en Occidente, salvo el realizado en Nueva Zelanda (Isla Norte) por la Colorado School of Mines, bajo la dirección del profesor George V. Keller, cuyas características instrumentales han sido descritas someramente en el apartado IV.7. La finalidad de esta campaña era la detección de volúmenes grandes de roca fundida que explicasen las condiciones geotérmicas de la zona (*).

En resumen, el método SET ha demostrado su utilidad en la determinación de la profundidad del basamento (resistivo), incluso en presencia de pantallas aislantes, lo que le hace superior al SEV desde este punto de vista. La posibilidad de realizar cada sondeo sin mover el dispositivo, constituye otra ventaja de este método la cual es compartida por el SFV. Respecto de éste, el SET es preferible desde el punto de vista instrumental, pues que no requiere en su circuito emisor un oscilador potente capaz de producir frecuencias muy diversas.

Como se ha visto, el SET no carece de inconvenientes. Entre ellos figuran las dificultades para obtener información sobre las capas superiores del corte y la escasez de la que suministra sobre los sedimentos que recubren el zócalo, así como su sensibilidad ante ciertas causas perturbadoras.

(*) En una descripción de estas investigaciones, su autor (KELLER, 1971), alude a resultados que corresponden a profundidades mucho mayores que la distancia emisor-receptor, y afirma taxativamente que el método SET no está sujeto a la limitación del SFV de que la distancia emisor-receptor sea varias veces superior a la profundidad máxima que desea investigarse. Ello se encuentra en contradicción con repetidas afirmaciones de los geofísicos soviéticos; por otra parte, estando ambos métodos relacionados por la transformación de Fourier, que los hace equivalentes, no queda claro por qué las limitaciones de uno no afectarían al otro.

Puede suponerse que el proceso de la instrumentación y el de los estudios teóricos eliminen, o al menos atenúen notablemente, estos defectos. Cabe imaginar también la aparición de nuevas modalidades, entre ellas algunas aptas para estudios a profundidades reducidas, lo que aumentaría grandemente el campo de aplicación del método.

Capítulo V

SONDEOS MAGNETO-TELURICOS

V.1 INTRODUCCION

En contraste con los métodos de sondeo descritos en los capítulos anteriores, el método de Sondeos Magneto-telúricos (SMT) es de campo natural. Su fuente la constituyen ciertas fluctuaciones del campo geomagnético *(micropulsaciones)* y las corrientes que, asociadas con ellas, circulan a través de la corteza terrestre.

La idea del método proviene del francés CAGNIARD (1953) y del soviético THIKHONOV (1956) pero su puesta en práctica se retrasó varios años, por carecerse inicialmente de magnetómetros de suficiente sensibilidad. Se han realizado desde entonces sondeos magneto-telúricos en Francia, Unión Soviética, Estados Unidos, Canadá, Alemania, etc., tanto para investigaciones de Geofísica Pura como para fines prospectivos, lo que ha originado amplia literatura sobre el tema.

Antes de estudiar los principios y aplicación del método, conviene describir, aunque sea brevemente, el fenómeno de las micropulsaciones.

V.2 MICROPULSACIONES DEL CAMPO GEOMAGNETICO

V.2.1 Definición

JACOBS (1970) define las micropulsaciones geomagnéticas como fluctuaciones del campo magnético terrestre con amplitudes que varían entre una fracción de gamma (γ) hasta algunas decenas. Sus períodos os-

cilan entre 0,1 seg y 10 minutos. La unidad γ equivale a 10^{-9} weber/m^2, o sea a un nano weber/m^2 o nano-Tesla.

Como es sabido, el campo geomagnético está sometido a variaciones irregulares, de origen interno o externo, y de muy diverso período. Comenzando por los períodos más largos, existen, entre otras variaciones, las inversiones de polaridad (30 millones de años), la variación secular (del orden de 500 años), las undecenales debidas al ciclo solar, anuales, de 27 días (rotación solar), variación diurna, etc. En períodos más cortos existen las perturbaciones en bahía (20 minutos a 2 horas) y las micropulsaciones.

Dentro de las frecuencias más altas, que son las que interesan al prospector, pueden distinguirse, en el campo electromagnético natural observable en la superficie terrestre, los siguientes márgenes:

a) Región de las micropulsaciones (Pc), desde 1,5 10^{-3} a 10 Hz (o sea períodos de 600 a 0,2 segundos).

b) Región de las frecuencias extra-bajas (ELF) solapada en parte con la anterior, que va desde 3 Hz a 3 kHz, que corresponden a períodos de 0,33 a 0,33 10^{-3} segs.

c) Región de las frecuencias muy bajas (VLF) que se extiende desde 3 kHz a 30 kHz.

Los campos electromagnéticos naturales en las bandas ELF y VLF, tienen su origen principal en la actividad eléctrica de las tormentas, y no serán considerados en este capítulo, dada su aplicación en el método Afmag descrito en el IX.

Por el contrario, las micropulsaciones tienen origen extraterrestre, y se producen por fluctuaciones en el viento solar, las cuales dan lugar a ondas hidromagnéticas en los bordes e interior de la magnetosfera. Tales ondas, al llegar al límite inferior de la ionosfera, se transforman en ondas electromagnéticas, que llegan hasta la superficie terrestre e inducen en la corteza corrientes eléctricas denominadas *corrientes telúricas*.

El mecanismo de las micropulsaciones no está aclarado en detalle, y no es este lugar adecuado para considerarlo. El lector interesado en ello puede consultar el libro de JACOBS (1970), donde encontrará además abundante bibliografía. Lo que interesa principalmente al prospector son las características con que las micropulsaciones llegan a la superficie terrestre después de haber sido modificadas por su paso a través de la ionosfera y por la influencia de la conductividad de la corteza terrestre y su distribución geográfica. En esta influyen tanto la latitud como la longitud, o dicho de otro modo, la posición del punto de observación respecto de

los polos geomagnéticos, y la hora a que se realiza la observación, ya que el estado de la ionosfera en la vertical de cada punto depende de la posición del sol respecto de ella. Muy importante es el fenómeno de la *conjugación,* en el que puntos de la superficie terrestre situados simétricamente respecto del ecuador geomagnético, uno en el hemisferio Norte y otro en el Sur, registran fenómenos análogos. Esto ocurre porque tales puntos se encuentran en una misma línea del campo geomagnético. En latitudes altas, el hecho de que dos puntos sean conjugados no depende sólo del campo terrestre interno, sino también de fuentes exteriores, como corrientes ionosféricas o magnetosféricas.

V.2.2 Clasificación de las micropulsaciones

Como no están definitivamente averiguados ni el mecanismo de las micropulsaciones ni su relación con otros fenómenos, sólo puede establecerse para ellas una clasificación puramente morfológica, basada en los registros de los observatorios geofísicos. Estos registros suelen adoptar la forma directa de curvas amplitud-tiempo, aunque también se utilizan gráficos frecuencia-tiempo, denominados *sonogramas.*

La clasificación morfológica de las micropulsaciones ha ido sufriendo cambios conforme se iba disponiendo de información más completa al aumentar el número de observatorios que registraban estos fenómenos y los datos abarcaban mayor número de años. El registro de las micropulsaciones se incrementó notablemente durante el Año Geofísico Internacional (1957-1958).

Las micropulsaciones se dividen en dos grupos principales, atendiendo a su regularidad. El primer grupo incluye fenómenos de carácter predominantemente regular y continuo, denominados *pulsaciones continuas,* y simbolizadas por las letras *Pc,* y se subdivide, atendiendo al período de las oscilaciones que las constituyen, en cinco clases que se designan por dichas letras seguidas de una cifra que varía entre 1 y 5. El segundo grupo está constituido por las *pulsaciones irregulares,* cuyo nombre indica su forma, y que se simbolizan por las letras *Pi,* seguidas por la cifra 1 ó 2, según que su período esté comprendido entre 1 y 40 segs. o entre 40 y 150.

La tabla adjunta, adaptada de Troitskaya y Gul'elmi, resume las características principales de los distintos tipos de micropulsaciones. En ella, los símbolos entre paréntesis aluden a una clasificación más antigua.

TABLA III

Tipos principales de las micropulsaciones geomagnéticas

Símbolo	Período (en segundos)	Amplitud media (*) (γ)	Nombre	Espectro
Pc 1	0,2-5	0,05-0,1	Perlas	Banda estrecha de frecuencias, estructura periódica en Sonagramas. Se subdividen en $T < 2$ seg y $T > 2$ seg.
Pc 2 *Pc* 3 *Pc* 4	5-10 10-45 45-150	0,1-1	Pulsaciones continuas	Pulsaciones relativamente regulares con período medio definido.
Pc 5 (pg)	150-160	1-10	Pulsaciones gigantes	Pulsaciones relativamente regulares.
Pi 1	1-40	0,01-0,1	Pulsaciones irregulares	Emisión de banda ancha.
IPOP (*Pi* 1 *Pc* 1)	1-40 en su parte regular	0,01-0,1	Gorgoteos. Intervalos de pulsaciones con disminución de período	Emisiones de banda ancha, de frecuencia media creciente, con superposición de elementos separados y estructurados (perlas).
Pi 2 (pt)	40-250	1-5	Trenes de pulsación	Trenes separados o series de trenes de ondas.

V.2.3 Pulsaciones continuas

Se exponen a continuación las características morfológicas principales de las *Pc,* siguiendo a JACOBS (1970) e ilustradas con registros del Observatorio de Toledo, facilitados por el Dr. De Miguel.

a) *Tipo Pc 1.* Estas micropulsaciones son regulares y sinusoidales, con amplitudes que crecen y decrecen periódicamente, a lo que deben su aspecto característico y su nombre vulgar de *perlas* (fig. V-1). Los períodos más frecuentemente observados van de 0,3 a 4 seg si bien los límites para este tipo son 0,2 y 5 segs. A este respecto debe tenerse en cuenta que la ionosfera del hemisferio terrestre iluminado por el Sol es opaca para frecuencias superiores a 1 Hz.

El fenómeno puede durar desde 10 minutos hasta varias horas. Durante este tiempo, la frecuencia va creciendo o decreciendo gradualmente dentro de límites relativamente estrechos, variación que se repite perió-

(*) Para latitudes medias.

dicamente en ciclos cuya duración parece ser inversamente proporcional a la frecuencia.

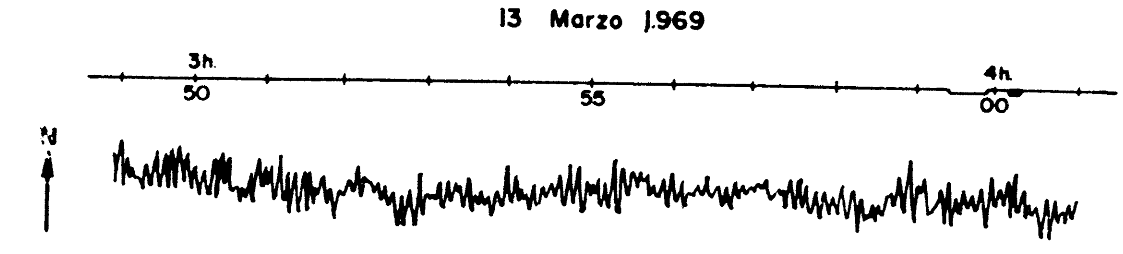


Fig. V-1. Registro de una micropulsación continua del tipo Pc-1, efectuado en el Observatorio Geofísico de Toledo. (Cortesía del Dr. DE MIGUEL.)

El mayor número de micropulsaciones Pc 1 se observa en los años intermedios entre un máximo y un mínimo de la actividad solar, junto con la mayor duración del fenómeno. A lo largo del día cambia la actividad Pc 1, siendo máxima por la noche y madrugada en las latitudes medias, mientras que en las altas la mayor intensidad de estas micropulsaciones se observa hacia el mediodía y primeras horas de la tarde. También suelen producirse micropulsaciones de este tipo precediendo en 1 ó 2 horas a las tormentas magnéticas, y siguiendo a éstas con retraso de 4 días a una semana.

b) *Tipos Pc 2 y Pc 3* (figs. V-2 y V-3).

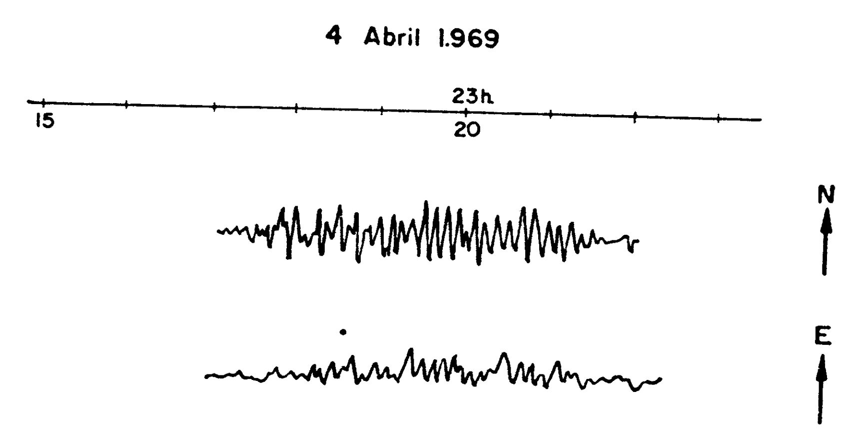


Fig. V-2. Micropulsación continua (dos componentes) del tipo Pc-2, observada en el Observatorio Geofísico de Toledo. (Cortesía del Dr. DE MIGUEL.)

Estas micropulsaciones carecen de la estructura fina (variación de frecuencia) que caracteriza a las Pc 1, pues poseen en cada caso un período medio netamente definido. Su ocurrencia está relacionada con el índice planetario de actividad magnética Kp; así, la mayor parte de las Pc 3 tienen lugar cuando $1 < Kp < 3,5$.

Existe clara influencia del ciclo solar, siendo menor la aparición de

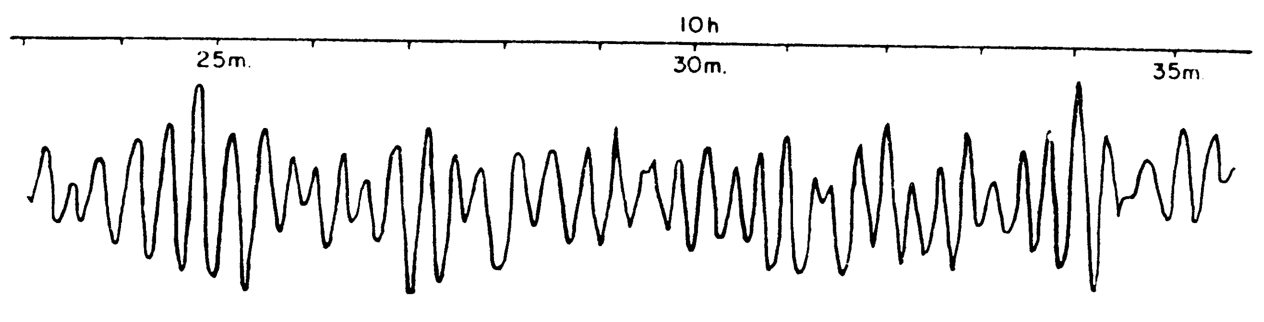


Fig. V-3. Registro de una micropulsación continua del tipo Pc-3. Observatorio Geofísico de Toledo. (Cortesía del Dr. DE MIGUEL.)

Pc 2 durante el mínimo. La amplitud de las micropulsaciones suele crecer con la latitud geomagnética, por lo que es máxima en las zonas aurorales.

Se registra una variación diurna muy clara, tanto en la actividad y el período, máximos a medio día, como en la dirección y en la polarización. También se ha observado una variación estacional con actividad mínima en invierno, y con un máximo aplanado entre los equinoccios. No son frecuentes durante la noche.

La amplitud de las oscilaciones no suele sobrepasar 0,5 γ, y los períodos más frecuentes son los comprendidos entre 5 y 30 segundos y suele aumentar con *Kp,* al mismo tiempo que disminuye la actividad de estas micropulsaciones, la cual, por otra parte, aumenta en las primeras fases de las tormentas magnéticas.

c) *Tipo Pc 4* (fig. V-4). Estas micropulsaciones se observan cuando $Kp < 2{,}5$, y son más frecuentes en el mínimo de manchas solares. Su amplitud crece con la latitud, y en las zonas aurorales llegan con facilidad a 20 γ. El fenómeno dura de 10 minutos a varias horas, con período fijo, y generalmente con aumento gradual de la amplitud hasta un máximo que se mantiene largo tiempo. Ocurren más frecuentemente en verano que en

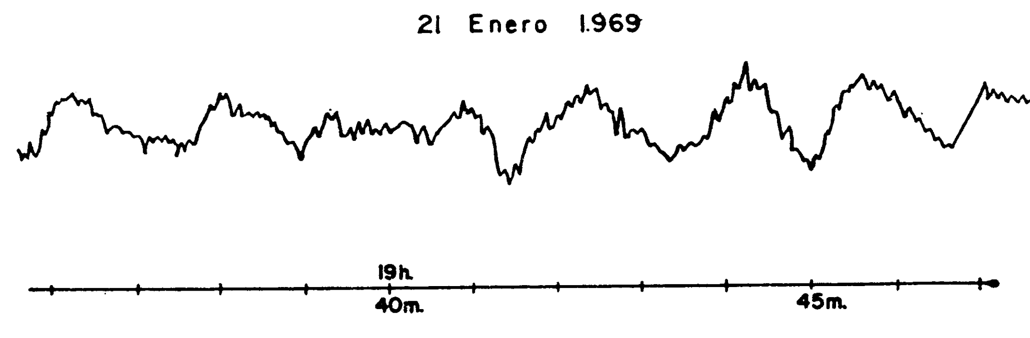


Fig. V-4. Micropulsación continua del tipo Pc-4 registrada en el Observatorio Geofísico de Toledo. (Cortesía del Dr. DE MIGUEL.)

invierno, con períodos más cortos en el verano, y se producen durante el día, con máximo al mediodía, salvo en las zonas aurorales, donde la máxima actividad tiene lugar entre 3 y 6 de la madrugada.

d) *Tipo Pc 5.* Son oscilaciones sinusoidales con períodos de 150 a 600 segundos, de duración semejante a las *Pc* 4. Su gran amplitud (varias gammas, y a veces hasta centenares) dio lugar a su antiguo nombre de *pulsaciones gigantes.* Las amplitudes son máximas en las zonas aurorales y cerca del ecuador. La distribución a lo largo del día muestra un máximo hacia mediodía o bien dos máximos hacia las 6 y 18 horas del tiempo local. No son usuales en latitudes medias.

V.2.4 Pulsaciones irregulares

La irregularidad de estas pulsaciones afecta tanto a la amplitud como a la frecuencia, que varían mucho a lo largo de un sólo fenómeno. Los períodos varían dentro de los límites de 1 a 250 segundos, a los que corresponden frecuencias de 1 a 4×10^{-3} Hertzios. Suelen ser fenómenos nocturnos. Se dividen en tres tipos.

a) *Tipo Pi 1.* Las pulsaciones de este tipo, con períodos de 1 a 40 segundos, pueden aparecer como fondo del campo geomagnético cuando éste está relativamente tranquilo, y también como estructura fina de perturbaciones magnéticas más lentas, tales como bahías aisladas, trenes de pulsaciones, o las que se producen en la parte principal de las tormentas magnéticas.

Los períodos más corrientes son los de 6 a 10 segundos, y las horas de mayor actividad las últimas de la noche y primeras de la madrugada, con mínimo a mediodía. Estas pulsaciones son tanto más frecuentes cuanto mayor sean la latitud y el índice *Kp*. Su abundancia sigue la marcha del ciclo solar.

b) *Tipo IPDI.* Corresponde a fenómenos análogos a los anteriores, pero con mayor regularidad, por lo que pueden considerarse como intermedios entre los *Pc* 1 y *Pi* 1. Si sus registros en cinta magnética se analizan acústicamente (haciéndolos pasar a velocidad suficientemente alta) producen un sonido al que deben su nombre de *gorgoteos.* Además de las *pulsaciones irregulares de período decreciente,* aludidas por las iniciales del encabezamiento, pueden incluirse en este grupo las *pulsaciones irregulares cortas* y las *pulsaciones aurorales irregulares.* Todas ellas suelen producirse durante las tormentas magnéticas o las manifestaciones aurorales, especialmente durante las horas que anteceden a la medianoche.

c) *Tipo Pi 2* (fig. V-5). Se caracterizan estas micropulsaciones por su baja frecuencia de oscilación (períodos de 40 a 250 segundos) y por su corta duración. Suelen constar de un impulso inicial de banda ancha y de la

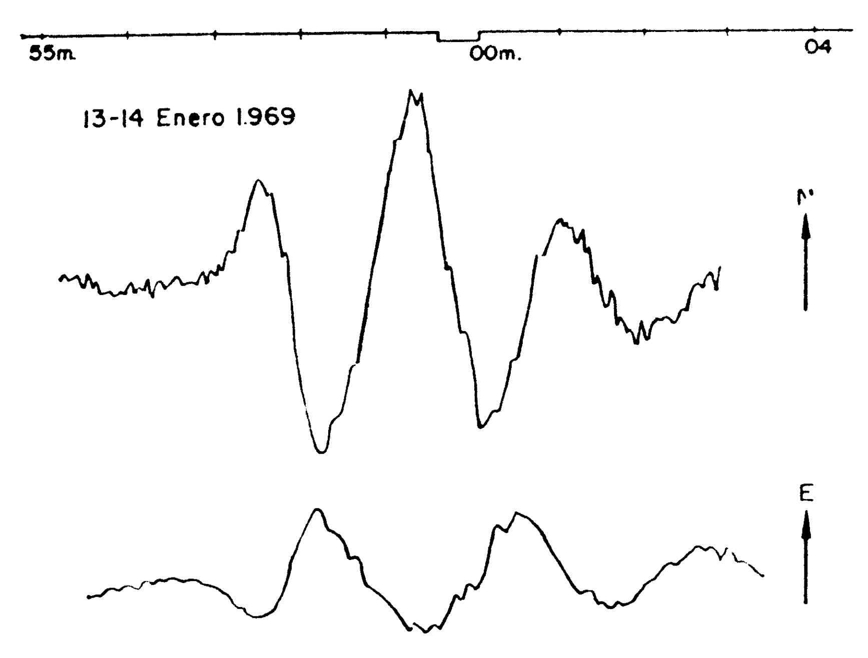


Fig. V-5. Micropulsación irregular (Pi). Según DE MIGUEL. Observatorio Geofísico de Toledo.

oscilación amortiguada consecutiva. Han sido llamadas *trenes de pulsaciones.* Pueden aparecer durante el comienzo de perturbaciones en bahía o destacarse sobre un fondo geomagnético tranquilo durante las horas nocturnas o la media noche. Sus períodos decrecen con el aumento de la actividad magnética. La mayor abundancia de estos fenómenos se presenta hacia final de cada ciclo solar. Las amplitudes mayores se observan en las zonas aurorales y subaurorales.

V.3 MEDICION DE LAS MICROPULSACIONES GEOMAGNETICAS

V.3.1 Insuficiencia del instrumental clásico

El estudio y medición de las micropulsaciones, con finalidades prospectivas no puede hacerse por medio de los instrumentos clásicos de la prospección magnética, como la balanza Schmidt y el magnetómetro de torsión. Esto se debe, por una parte, al ritmo de variación de las micropulsaciones, demasiado rápida para dichos instrumentos u otros análogos, y por otra, a la pequeñez de amplitud de dichos fenómenos. En efecto, las pulsaciones continuas, que por su regularidad son las más aprovechables en prospección, no suelen exceder de unas pocas gammas, y la amplitud media decrece con la frecuencia, por lo que en el margen de 0,1 a 1 Hz, los valores que hay que medir son de centésimas y aun milésimas de gamma, mientras que los magnetómetros citados no pueden precisar menos de una de dichas unidades.

Por esta causa, la aplicación prospectiva de las micropulsaciones no fue posible hasta que se construyeron instrumentos portátiles suficientemente sensibles. Los más utilizados son los de inducción y los de bombeo óptico. No obstante, cuando lo que se trata de investigar es la conductividad de las capas más profundas de la corteza terrestre, o las más altas del manto, bastan los períodos más largos, a las que corresponden las variaciones magnéticas de mayor amplitud, que pueden medirse con magnetómetros de protones, e incluso con instrumentos clásicos de observatorio. Ocurre, pues, que el método magneto-telúrico es de más fácil aplicación a profundidades grandes que a pequeñas. Este hecho de apariencia paradójica, ha sido descrito por Cagniard diciendo que su método adolece de presbicia.

V.3.2 Magnetómetro de inducción

El procedimiento más sencillo para la medición de un campo magnético variable consiste en la utilización de una espira o bobina conectadas a un instrumento que mida la tensión inducida en ellas. Si se da al sensor la forma de un solenoide recto, con n espiras de sección A, el campo magnético $\mathbf{B}$ que desea medirse varía sinusoidalmente con la frecuencia angular o sea $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0\, e^{-i\omega t}$, y el ángulo que forman el campo y el eje del solenoide es α, se tiene que el potencial inducido U vale

$$U = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -n\,A\,\frac{\partial B}{\partial t}\cos\alpha = i\,\omega\,n\,AB\cos\alpha \qquad \text{(V.1)}$$

De esta expresión se deducen varias consecuencias muy interesantes. Por una parte, el factor $\cos\alpha$ indica que el magnetómetro de inducción es direccional, esto es, que lo que mide es la variación del campo magnético en dirección ortogonal al plano de cada espira. Por consiguiente, el uso de un instrumento triple permite estudiar de modo simultáneo las componentes del campo estudiado según los tres ejes x, y, z. Por otra parte, la presencia en la fórmula del factor ω indica que la sensibilidad de los magnetómetros de inducción varía linealmente con la frecuencia, lo que constituye un inconveniente, que no es grave, puesto que precisamente las micropulsaciones de mayor frecuencia son las de menor amplitud. Como más adelante se verá, a esta variación lineal se superponen otros fenómenos. Otra consecuencia de la expresión (V, 1) es que la sensibilidad del instrumento puede aumentarse incrementando la sección de las espiras o el número de éstas, aunque con las limitaciones que se indican más abajo.

Ahora bien, las micropulsaciones darían lugar, en un solenoide de tamaño reducido, a tensiones muy débiles, tanto por su escasa amplitud como por la baja frecuencia. El aumento de la superficie de las espiras no es solución recomendable, pues los instrumentos prospectivos han de

ser portátiles, si bien para otros fines han llegado a estudiarse las micropulsaciones por medio de espiras, tendidas en el suelo, de 40 km de diámetro. Se hace preciso, por consiguiente el empleo de bobinas de muchísimas espiras. En la práctica, el número de éstas suele ser de varias decenas de millar, aunque se han construido incluso de 850.000 espiras (KOLMAKOV y ZELENTZOV, 1962).

Aun con bobinas muy numerosas en espiras, las tensiones inducidas por las micropulsaciones son demasiado pequeñas, por lo que se insertan en el solenoide núcleos compuestos de chapas de materiales ferromagnéticos de poca remanencia y permeabilidad muy elevada, como el "supermalloy", el "moly-permalloy", o el "anhyster". Ello hace que la sensibilidad del instrumento quede multiplicada por un factor K, de modo que se tiene

$$U = i\,\omega\,K\,n\,AB\cos\alpha. \qquad \text{(V.2)}$$

A primera vista, podría pensarse que $K = \mu/\mu_0$, es decir, que el aumento en la tensión inducida fuese igual a la relación entre la permeabilidad del núcleo y la del vacío, pero no ocurre así debido al campo desimanador de los extremos del solenoide. Todo pasa como si la permeabilidad del núcleo presentase un valor $\mu' < \mu$ que puede llamarse *permeabilidad efectiva,* magnitud que, para núcleos de forma cilíndrica, crece con la relación longitud/diámetro.

Por esta causa suelen emplearse bobinas muy largas y delgadas, con longitudes del orden de 2 m y diámetros de un par de cm. Aun así, la tensión inducida en la bobina no será muy grande, como puede comprobarse por medio de la fórmula (V.2). Si se supone que la permeabilidad efectiva $\mu' = 10^4\,\mu_0$ y que la amplitud y frecuencia de la micropulsación observada son respectivamente 0,1 γ ($= 10^{-10}$ teslas) y 0,1 Hz, en una bobina de 2 cm^2 de sección se inducirá, según la citada fórmula, una tensión de 6,28 μV, si el número de espiras es de 50.000. Ello obliga a intercalar, entre la bobina y el registrador, un amplificador de ganancia grande y estabilizada.

Naturalmente, las bobinas con núcleo ferromagnético de tan elevado número de espiras poseen elevada L, mientras que la capacidad distribuida de las espiras ha de ser forzosamente grande. Por consiguiente, la bobina se comporta como un circuito resonante, y la respuesta del sensor no crecerá proporcionalmente con la frecuencia, sino que la curva correspondiente presentará un máximo a una frecuencia ω_M.

KOLMAKOV y ZELENTSOV (1962) han estudiado con detalle, teórica y experimentalmente, el influjo de las diversas variables que intervienen en la construcción de estas bobinas. Si L y C son la inductancia y capacidad de la bobina, R, su resistencia óhmica, y R_1 la resistencia de entrada del

amplificador, la frecuencia ω_M viene dada, según estos autores, por la expresión

$$\omega_M = \omega_0 \left(1 + \frac{R}{R_1}\right)^{1/2} = (LC)^{-1/2} \left(1 + \frac{R}{R_1}\right)^{1/2} \qquad (V.3)$$

donde ω_0 es la frecuencia de resonancia de la bobina. Fuera de ésta, la respuesta decrece rápidamente, por lo que estos instrumentos sólo son útiles dentro de una banda de frecuencias que depende de las dimensiones de la bobina y de su forma de construcción.

Así, si se aumenta la proporción de espiras en la parte central de la bobina, crece L sin modificar su número total n. Un aumento de n no incrementa la sensibilidad máxima, pero desplaza ω_M hacia frecuencias más altas (fig. V-6). El aumento en la sección y longitud del núcleo hace crecer la sensibilidad en las frecuencias medias y bajas (respecto de ω_M) mientras que la sensibilidad a las frecuencias altas decrece con el aumento en la capacidad y el número de espiras. Estas consideraciones, que se basan en los resultados de los autores soviéticos que se citan más arriba, permiten construir los sensores de inducción de modo que alcancen su mayor sensibilidad en la banda de frecuencias más interesante para la investigación proyectada. Se deduce también de lo dicho que los sensores han de calibrarse cuidadosamente, junto con su amplificador.

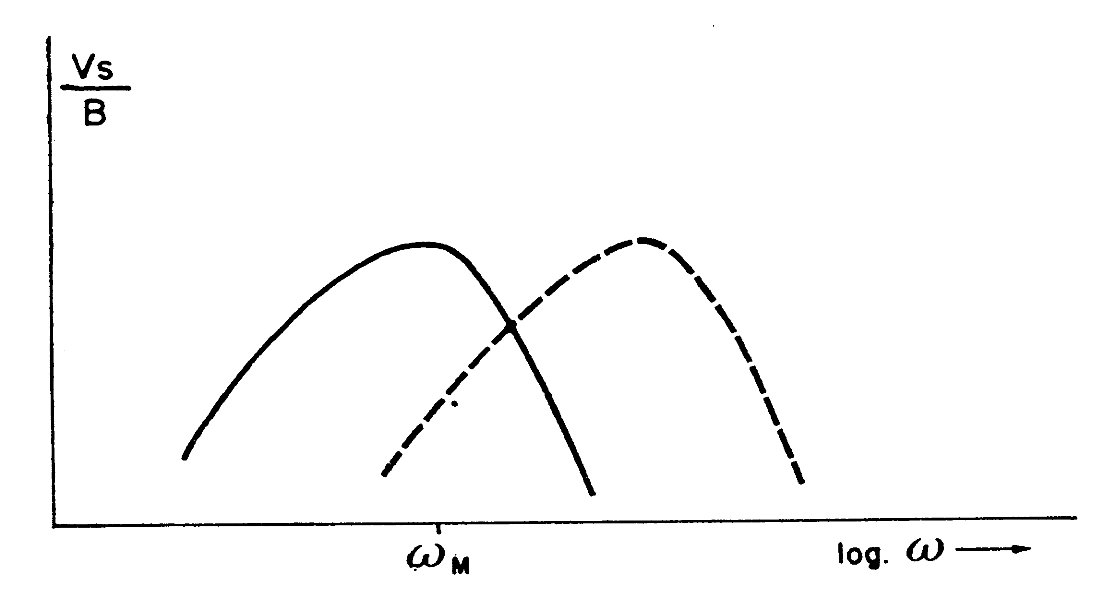


Fig. V-6. Curva típica de respuesta de un magnetómetro de inducción. Si se aumenta el número de espiras, la curva se desplaza a una nueva posición como la indicada por la curva de trazos.

Un inconveniente de estos aparatos es que cualquier trepidación que los afecte, como las producidas por el viento, da lugar a la aparición de una f.e.m. ya que el movimiento se produce en el seno del campo geo-

magnético, por lo que se comportan como sensibles sismógrafos. El procedimiento más sencillo y difundido para reducir estas perturbaciones consiste en enterrar las bobinas en una zanja cavada con este fin.

V.3.3 Magnetómetros de bombeo óptico

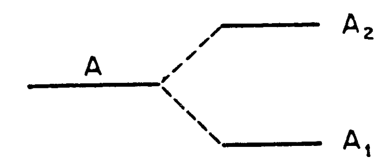
Estos instrumentos, tan sensibles como complicados, se basan, como indica su nombre, en la técnica del bombeo óptico, ideada en 1950 por el francés A. Kastler, y reciben también las denominaciones de *magnetómetros atómicos* y de *magnetómetros* de *absorción óptica.*

La teoría rigurosa de tales instrumentos se basa en la mecánica cuántica, y queda fuera del marco de esta obra, por lo que sólo se dará aquí una descripción cualitativa y esquemática. Una exposición más exacta y detallada se encuentra en CATALÁN (1971).

a) *Principio del bombeo óptico.*

Sea un átomo alcalino, y A y B los dos niveles de menor energía de su electrón de valencia. La diferencia de energía entre A y B corresponde a una frecuencia óptica. La presencia de un campo magnético exterior desdobla estos niveles (efecto Zeeman) en los A_1, A_2, B_1, B_2 (fig. V-7) (*). La diferencia de energía ΔW entre A_1 y A_2 por una parte y entre B_1 y B_2 por otro, depende linealmente del campo magnético aplicado, de modo que

$$\Delta W = h\nu = \gamma B \qquad (V.4)$$



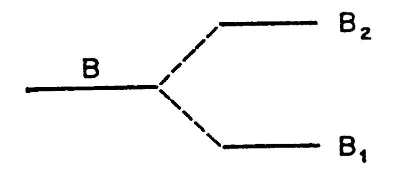


Fig. V-7. Esquema de niveles espectrales para explicar el principio del bombeo óptico.

donde γ es una constante. No estará de más recordar que los dos subniveles en que se divide cada nivel inicial corresponden a la orientación paralela o antiparalela del espín del electrón respecto del campo exterior. La orientación paralela es la del nivel más alto. El valor de ν queda comprendido en la banda de las radiofrecuencias.

De la expresión anterior se deduce que puede determinarse el campo

(*) Para mayor claridad, supondremos que cada raya espectral da lugar a sólo otras dos, aunque en la realidad este número sea mayor.

B por la medición de la energía ΔW; no obstante, las transiciones $A_2 \rightarrow A_1$ y $B_2 \rightarrow B_1$ son tan escasas, que sus radiaciones son muy difíciles de observar, a menos que se aumente artificialmente el número de átomos que se encuentran en los niveles A_2 y B_2, lo que se consigue mediante el bombeo óptico, el cual se efectúa del modo que se expone a continuación.

Se ilumina un vapor alcalino por medio de luz polarizada circularmente, cuya dirección y frecuencia sean tales que produzcan la transición $B_1 \rightarrow A_1$. Esta luz será absorbida por aquellos átomos cuyos electrones de valencia se encuentren en el nivel B_1, los cuales pasarán al A_1. Tales electrones pueden descender espontáneamente al nivel B_1 o al B_2, pero en el primer caso volverán a ser enviados al A_1, por lo que finalmente todos quedarán en el B_2. Tal circunstancia se expresa diciendo que los electrones han sido *bombeados* desde el nivel B_1 hasta el B_2.

Mientras se efectúa el bombeo, la luz es absorbida por las transiciones $B_1 \rightarrow A_1$, pero cuando el primero queda vacío, los fotones pasan libremente, y la célula que contiene el gas se vuelve transparente.

b) *Principio del magnetómetro.*

Una vez que se ha efectuado el bombeo, la energía ΔW, proporcional al campo exterior, puede medirse por aplicación de un campo electromagnético sinusoidal, cuya frecuencia se hace variar hasta que coincida con el valor ν dado por la (V.4). Naturalmente, este valor se desconoce *a priori,* pero puede ser reconocido porque, al alcanzarlo, se excitan transiciones $B_2 \rightarrow B_1$ en gran número, con lo que se hacen posibles nuevamente las $B_1 \rightarrow A_1$ y la célula se vuelve opaca. De este modo, la medición del campo magnético se reduce a la de una frecuencia, llamada de resonancia. Las variaciones en la opacidad del gas se determinan por medio de una célula fotoeléctrica.

A fin de poder medir más cómodamente la señal de la célula fotoeléctrica, se suele aplicar al gas un débil campo magnético, sinusoidal y de baja frecuencia. El efecto de este campo, que no se describirá en detalle, y que depende del tipo de magnetómetro, consiste esencialmente en hacer que la salida de la fotocélula sea sinusoidal, con lo que puede amplificarse y medirse más fácilmente.

c) *Sistemas más importantes.*

Los principios básicos expuestos se utilizan en diversos modelos de magnetómetros. En ellos suele utilizarse un vapor alcalino, aunque existe un tipo que utiliza helio. Entre los primeros se prefieren el *Cs* y el *Rb,* porque poseen suficiente presión de vapor a la temperatura ordinaria. Con objeto de que en el haz luminoso aparezca con suficiente intensidad la raya correspondiente a la transición $A_1 \rightarrow B_1$, la fuente de luz es una lámpara de vapor del mismo metal alcalino que llena la célula.

El tipo más sencillo de magnetómetro atómico es el que resulta de aplicar directamente los principios expuestos; entonces el aparato constará (fig. V-8) de una célula de vidrio, llena, por ejemplo, de rubidio, de una lámpara del mismo vapor, polarizadores, una fotocélula, un oscilador de radio frecuencia con frecuencia variable, y otro de baja y fija, así como de un dispositivo para medir la frecuencia de resonancia.

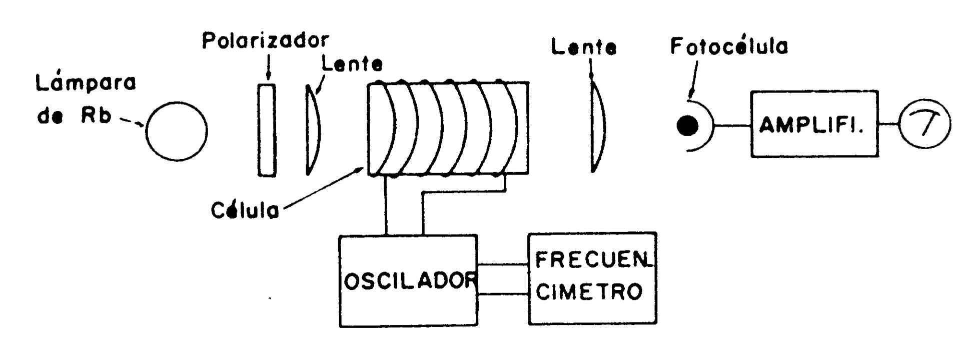


Fig. V-8. Esquema de principio de un magnetómetro de bombeo óptico.

Actualmente se utiliza mucho el magnetómetro autoscilante, que carece de oscilador independiente de radiofrecuencia. En este modelo, la salida de la fotocélula, previo desfase de 90°, se aplica a una bobina que rodea el gas. El conjunto constituye un oscilador, cuya frecuencia es proporcional al campo exterior, en la relación de 4,667 Hz por gamma cuando el gas es vapor de rubidio. La frecuencia obtenida pasa por un multiplicador, y luego a un contador de ciclos que permite la determinación muy exacta de la frecuencia. Un inconveniente del magnetómetro auto-oscilante es que cuando el campo magnético que se mide coincide en su dirección con el eje óptico o es perpendicular a él, el dispositivo no oscila. Esta dificultad se obvia en los instrumentos de doble célula, no-coaxiles. La casa Varian fabrica aparatos de esta clase.

GIRET y MALNAR (1965) describen un magnetómetro de vapor de cesio, fabricado en Francia y muy empleado por la Cíe. Général de Géophysique para levantamientos aero-magnéticos. La bobina auxiliar de baja frecuencia está suprimida: en su lugar, la radiofrecuencia está modulada en 85 Hz. La condición de resonancia se determina haciendo pasar la salida detectada de la fotocélula a través de un comparador de fase. Una característica interesante de la célula que contiene el vapor de Cs es que sus paredes están recubiertas por parafina, a fin de que el choque contra ellas de los átomos del vapor no cambie la orientación de éstos.

Otro magnetómetro de bombeo óptico es el de helio metaestable, construido por la casa Texas Instruments. Dicho estado metaestable corresponde a aquel en que uno de los dos electrones del átomo de He se encuentra en el nivel fundamental, mientras que el otro se encuentra en el siguiente, teniendo los dos sus espines paralelos. Por esta causa, el

átomo presenta momento magnético, y su estado se divide en tres subniveles, lo que permite la aplicación de los principios de la magnetometría por bombeo óptico.

d) *Ventajas e inconvenientes.*

Los magnetómetros de bombeo óptico, a pesar de la complicación de su circuitería, son de volumen reducido, y su sensibilidad puede llegar a 0,01 gammas aunque esto no se alcance en todas las versiones. Algunos modelos presentan una deriva pequeña, que no constituye obstáculo para el estudio de las micropulsaciones. Por otra parte, no existe el perjudicial efecto de las vibraciones.

El inconveniente principal de estos aparatos con relación al método magneto-telúrico es, aparte de su elevado coste, que miden el campo geomagnético total, y no su componente en una dirección predeterminada. Para el estudio de las variaciones en la componente horizontal es necesario el empleo de una bobina auxiliar que anule la componente vertical Z. Con ello no queda resuelto el problema todavía, puesto que lo que se mide entonces es la componente horizontal total, es decir, en la dirección del Norte magnético. Entonces, si se produce una micropulsación cuya componente magnética esté orientada perpendicularmente al campo principal, no será observada, dado que el cambio que produce en aquél por composición vectorial, es inapreciable. Ello obliga al empleo de una segunda bobina compensadora, que lleve el campo resultante a la dirección que se desea investigar. Estas complicaciones instrumentales, y los errores a ella inherentes, hacen que en la mayoría de los casos se prefieran los magnetómetros de inducción, a pesar de sus muchas desventajas.

V.4 LAS CORRIENTES TELURICAS

Según se desprende de las ecuaciones de Maxwell, las micropulsaciones irán acompañadas por la circulación de corrientes variables en el subsuelo. Estas corrientes, denominadas *telúricas,* han sido objeto de la atención de los geofísicos desde mediados del siglo XIX, si bien su aplicación prospectiva es mucho más reciente. Para medirlas se emplea un dipolo pasivo MN, acoplado a un milivoltímetro registrador. La diferencia de potencial ΔV así medida, para una frecuencia determinada, representa la integral del campo **E** entre los puntos M y N, según se vio en PGI (*).

Por tratarse de corrientes inducidas en medio tridimensional, no tiene sentido la medición de la intensidad de corriente I. En cuanto a la den-

(*) Hay que tener en cuenta, sin embargo, que en este caso el campo no es irrotacional, por tratarse de corrientes variables.

sidad de corriente **J**, su determinación requiriría el conocimiento de la distribución de resistividades en el subsuelo, ya que ΔV resulta proporcional a los valores instantáneos de **J** en la zona abarcada por la medición, y a la resistividad de dicha zona; por ello, la única solución efectiva para el estudio de las corrientes telúricas es la indicada. Desde el punto de vista del método magneto-telúrico, el dato que se utiliza es el campo medio entre M y N determinado por $\Delta V/MN$, que suele expresarse en mV/km y que depende de la frecuencia considerada y del azimut de MN.

A fin de no incurrir en repeticiones, no se expondrán aquí las propiedades de las corrientes telúricas, ya que esta cuestión se trata en el capítulo siguiente, que parece el lugar más apropiado. Para la comprensión del presente basta saber que estas corrientes están ligadas a las micropulsaciones geomagnéticas, por lo que sus características corresponden a las de éstas, y que su medición se efectúa por medio de dipolos pasivos MN.

V.5 PRINCIPIOS DEL METODO MAGNETO-TELURICO

V.5.1 Ecuaciones de base

Probablemente, la mejor explicación cualitativa sobre el método magnetotelúrico es la dada por su inventor principal, el profesor Cagniard, de la Universidad de París (Sorbona). Este autor, después de comentar que los registros de las variaciones del campo geomagnético y telúrico obtenidos simultáneamente en un mismo lugar son muy semejantes entre sí, dice (Cagniard, 1965) "... los registros telúricos y magnéticos expresan aproximadamente la misma cosa, aunque en idiomas diferentes. Un registro telúrico equivaldría, en general, al registro magnetométrico hecho con un magnetómetro de características especiales, que tuviese, como dicen los radio-electricistas, una "curva de respuesta" particular. Y esta curva de respuesta dependería de la naturaleza y estructura del subsuelo local".

Puede decirse, pues, que el método de los SMT consiste en la deducción de las propiedades eléctricas del subsuelo partiendo de la clase de correlación que existe entre los registros efectuados, en un mismo lugar y tiempo, de las variaciones del campo geomagnético y de las corrientes telúricas.

Otro modo de ver los SMT es considerarlos como un caso particular de sondeo de frecuencia variable, en el que el campo primario son las corrientes ionosféricas. Si el circuito receptor estuviese constituido por un dipolo MN, se tendría una de las combinaciones emisor-receptor indicadas como posibles en el apartado I.2, en la que el emisor es un cable

horizontal muy largo (al cual puede asimilarse un filamento de corriente ionosférica) y el receptor un dipolo eléctrico horizontal, La existencia de frecuencias muy variadas en las corrientes ionosféricas haría posible completar del modo indicado un SFV, si no fuese porque no se conoce la intensidad ni la fase de dichas corrientes, necesarias para el cálculo de las resistividades aparentes, de acuerdo con las fórmulas del capítulo anterior. Esta dificultad se vence mediante el registro simultáneo del campo magnético horizontal que, según la segunda de las (II.117), no depende del terreno. De esta ecuación podría despejarse *I*, si se conociesen las coordenadas *a* e *y* de la corriente ionosférica, pero estos datos pueden eliminarse si se divide la primera de dichas ecuaciones por la segunda. Se obtiene así, tomando las fórmulas como exactas, en lo que no hay grave error,

$$\frac{E_x}{B_y} = -\frac{\omega C}{\gamma_{\text{II}\,1}} = -\left(\frac{\omega\,\rho_{\text{II}\,1}}{i\,\mu}\right)^{1/2} C. \qquad \text{(V.5)}$$

Conviene examinar esta fórmula con algún detenimiento, a fin de desentrañar su sentido físico. La función de Cagniard *C*, que aparece en ella, es un caso particular de la función característica Φ que expresa los parámetros del corte geoeléctrico sobre el que se han efectuado las mediciones, aunque sólo está influido por las resistividades longitudinales (horizontales) de las diversas capas que lo constituyen, así como por los espesores de las mismas. *C* es función de la frecuencia angular ω, por lo que quedará determinada si se efectúan mediciones del campo eléctrico horizontal en una dirección *x*, y del magnético en la *y*, también horizontal y perpendicular a la primera, para una serie de frecuencias ω elegidas entre las que forman el espectro de las micropulsaciones.

En los demás tipos de SEM, los datos de observación de cada sondeo se expresan por una curva de resistividades aparentes. Para hacer aquí lo propio, se comenzará por aplicar la fórmula (V.5) a un terreno homogéneo. En tal caso, la función de Cagniard (II.133) toma el valor unidad, por lo que se tiene

$$\left(\frac{E_x}{B_y}\right) = -\left(\frac{\omega\,\rho_1}{i\mu}\right)^{1/2}$$

o sea

$$\rho_{\text{II}\,1} = \frac{i\mu}{\omega}\left(\frac{E_x}{B_y}\right)^2 \qquad \text{(V.6)}$$

Como de costumbre, si el medio no es homogéneo, y se aplica la misma fórmula, se obtiene una resistividad aparente que, para distinguirla de la que se mide en otros tipos de sondeo, será representada por ρ_T. Será, pues,

$$\rho_T = \frac{i\mu}{\omega} \left(\frac{E_x}{B_y} \right)^2 \tag{V.7}$$

Si el medio fuese homogéneo, pero con anisotropía transversal, sería aplicable la misma expresión (V.6) previa sustitución de ρ_1 por $\rho_{\text{II}\,1}$. Si se tratase de un medio estratificado, con capas transversalmente anisótropas, es válida la (V.5) que se refiere precisamente a este caso, y sustituyéndola en la (V.7) resulta

$$\rho_T = \rho_{\text{II}\,1} C^2. \tag{V.8}$$

Esta ecuación, cuyos miembros son función de ω (o del período T) representa la curva de resistividades magneto-telúricas ρ_T correspondiente al corte geoeléctrico expresado por la función particular C considerada. Se trata de una ecuación sorprendentemente sencilla, puesto que en ella no aparece ninguna transformación integral del tipo de Hankel para la función característica, como en los otros tipos de SEM, sino que las resistividades aparentes se obtienen por simple multiplicación del parámetro $\rho_{\text{II}\,1}$, constante para cada corte, por el cuadrado de la función característica correspondiente al corte considerado.

Tal circunstancia no es nueva, sin embargo, pues la fórmula (V.8) es la misma (III.41) obtenida para las curvas límites de los SFV, por lo que puede decirse que *el sondeo magnetotelúrico equivale a un sondeo de frecuencia variable con el emisor a distancia infinita del receptor.* Ello viene corroborado por el hecho de que la igualdad (V.5) se basa implícitamente, según se verá más abajo, en la hipótesis de que el campo que se mide se propaga verticalmente en forma de onda plana, lo que es lo mismo que suponer que su fuente se halla a distancia infinita.

V.5.2 Las impedancias de onda en los SMT

El contenido de la expresión (V.5) no se agota con lo dicho en el apartado anterior. La relación que aparece en su primer miembro representa una velocidad, según la ecuación (II.13) pero de acuerdo con lo expuesto en el apartado II.2, se seguirá el camino clásico transformando dicha velocidad en una impedancia, poniendo $B_y = \mu H_y$ y pasando μ al segundo miembro, con lo que la referida igualdad (V.5) toma la forma

$$\frac{E_x}{H_y} = -\frac{\omega\mu}{\gamma_{\text{II}\,1}} C \tag{V.9}$$

cuyo primer miembro es una impedancia de onda que, por estar medida en la superficie del terreno, parece que debería coincidir con la impedancia Z definida por la (II.59) y que corresponde a una onda plana que incide normalmente sobre un medio estratificado. En realidad es así, ya que si todas las capas tienen la misma permeabilidad magnética μ_0, las relacio-

nes Z_i/Z_{i-1} que figura en la (II.59) resultan ser iguales a las relaciones γ_{i-1}/γ_i que aparecen en la ecuación (II.113) que define C, puesto que los valores de Z_i son los dados por la (II.24). Como, según esta última, es

$$Z_1 = \frac{\omega\mu_0}{\gamma_1} \tag{V.10}$$

resulta que

$$Z'_1 = \frac{E_x}{H_y} = \frac{\omega\mu_0}{\gamma_1} C \tag{V.11}$$

La única dificultad estriba en que la función C se ha establecido para medios estratificados compuestos por capas transversalmente anisótropas, mientras que en la deducción de Z se las suponía isótropas. No obstante, también en el primer caso se mantiene la igualdad de ambas funciones, ya que como la onda incide verticalmente, las resistividades que intervienen en la (II.59) habrán de ser las longitudinales.

Se deduce de lo expuesto que el SMT puede considerarse como una serie de mediciones, para diversas frecuencias, de la impedancia del terreno frente a ondas que inciden normalmente sobre él. Según ello, la (V.7) puede escribirse

$$\rho_T = \frac{i}{\omega\mu_0}\left(\frac{E_x}{H_y}\right)^2 = \frac{i}{\omega\mu_0} Z'^2_1 \tag{V.12}$$

V.5.3 Condiciones de validez del método

Según se ha visto en el apartado anterior, la ecuación (V.5), base de la teoría del método magnetotelúrico de Cagniard implica que las micropulsaciones geomagnéticas y las corrientes telúricas ligadas a ella, medidas ambas en la superficie del terreno, corresponden a la propagación de una onda plana que incide normalmente sobre aquélla.

Se ha discutido mucho sobre si esta condición se cumple realmente. El carácter plano de la onda puede deberse, bien a que la fuente esté situada en el infinito, bien a que hallándose a distancia finita, presente extensión lateral indefinida. Precisamente el hecho de que las fórmulas de Van'yan (II.117) sean aproximadas proviene de que este autor las dedujo para el caso de que la altura de la fuente sobre el suelo fuese mayor que el doble de la longitud de onda en el subsuelo, amén de ser $\gamma_0 = 0$. Si se atribuye a la corriente ionosférica la altura mínima de 60 km la longitud de onda máxima será de 30 km, a la que corresponde una penetración nominal (apartado I.13) de unos 5 km. Para longitudes de onda más largas será preciso aplicar correcciones. Debe tenerse en cuenta que la altura de la corriente ionosférica suele ser mayor que la indicada.

Wait (1954) y Price (1962) han llamado la atención sobre la necesidad de tener en cuenta el tamaño finito de la fuente, en especial para períodos largos. Sin embargo, las condiciones reales no parecen ser tan restrictivas y, por otra parte, el separarse de la hipótesis de onda plana lleva a la teoría a complicaciones que Keller llama "formidables", por lo que en la práctica se utiliza casi siempre la teoría de Cagniard de onda plana. HERMANCE y PELTIER (1970) se han ocupado de esta cuestión y sus resultados apoyan la validez práctica de esta teoría en la mayor parte de los casos.

Otra de las hipótesis en que se basa la teoría de Cagniard es la de que el terreno es un medio estratificado compuesto por capas isótropas o con anisotropía transversal. Como las propiedades de estos medios sólo dependen de la coordenada z, se los llama *monodimensionales.* Se ha observado en la práctica que, en muchos casos, al cambiar los azimutes en los que se miden E_x y B_y cambia también la resistividad aparente. Esta anisotropía puede tener su origen en que las rocas sean anisótropas en sentido horizontal, pero se debe más frecuentemente a la presencia de cambios horizontales en las condiciones geológicas. En estas circunstancias, los medios son *bidimensionales* y aun *tridimensionales,* y hay que tener en cuenta el carácter tensorial de la resistividad, del modo que se verá más adelante.

V.5.4 Resumen

Lo expuesto en los apartados que anteceden puede resumirse del modo siguiente:

a) Los sondeos magnetotelúricos consisten en la medición, para una serie de frecuencias diferentes, y en dos direcciones horizontales ortogonales x e y, de la componente E_x del campo de las corrientes telúricas y de la B_y de las variaciones geomagnéticas ligadas con las primeras.

b) Lo que así se mide, cuando el terreno es un medio estratificado, es la variación con la frecuencia de la impedancia de onda en la superficie de dicho medio.

c) El SMT puede considerarse también como un SFV de campo natural con su emisor en el infinito, por lo que las curvas de resistividad aparente que se obtienen tienen siempre el carácter de curvas límite.

d) La teoría usual del SMT, así como las dos proposiciones anteriores, suponen que los campos observados corresponden a una onda plana que incide normalmente sobre la superficie del terreno. Esta hipótesis puede aceptarse como válida en general, salvo para períodos muy largos.

e) La información obtenida por medio de las SMT sólo se refiere a las resistividades longitudinales (horizontales) del subsuelo, según se de-

duce de la definición de la función C. En ella, los contraste de resistividad son proporcionales a las raíces cuadradas de las resistividades.

V.6 CALCULO Y PROPIEDADES DE LAS CURVAS $\rho_T(t)$

V.6.1 Adaptación de las fórmulas básicas

a) *Algoritmo de Van'yan.*

El cálculo de las curvas teóricas de resistividad aparente ρ_T del método magnetotelúrico, es muy sencillo si se compara con los demás tipos de sondeo eléctrico. En estos se hace necesario efectuar la integración numérica del producto de una función de Bessel por una expresión algebraica donde entra la función característica del medio estratificado que se considera. En cambio, para los SMT basta multiplicar por una constante el cuadrado de dicha función característica. Esto es

$$C = \mathrm{Cth}\left\{-i\,\gamma_{\mathrm{II}\,1}\,d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\left[\frac{\gamma_{\mathrm{II}\,1}}{\gamma_{\mathrm{II}\,2}}\,\mathrm{Cth}\left(-i\,\gamma_{\mathrm{II}\,2} + \ldots + \mathrm{Cth}^{-1}\frac{\gamma_{\mathrm{II}}}{\gamma_{\mathrm{II}\,n}}\right)\right]\right\} \tag{II.143}$$

que, teniendo en cuenta que es

$$\gamma_{\mathrm{II}\,i} = \left(\frac{i\omega\mu_i}{\rho_{\mathrm{II}\,i}}\right)^{1/2}$$

y que la permeabilidad magnética de las diversas capas puede tomarse igual a μ_0, toma la forma

$$C = \mathrm{Cth}\left\{-i\,\gamma_{\mathrm{II}\,1}\,d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\left[\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\,\mathrm{Cth}\left(-i\,\gamma_{\mathrm{II}\,2} + \ldots + \mathrm{Cth}^{-1}\sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_{n-1}}}\right)\right]\right\} \tag{V.13}$$

Como la variable independiente que suele tomarse es T y no ω, conviene transformar la expresión anterior. Se tiene que

$$-i\,\gamma_{\mathrm{II}\,i} = -i\left(\frac{i\omega\mu_0}{\rho_{\mathrm{II}\,i}}\right)^{1/2} = -i^{3/2}\left(\frac{2\pi\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}}{T\,\rho_{\mathrm{II}\,i}}\right)^{1/2} =$$

$$= 2\pi\,(1-i)\cdot 10^{-3}\,(10\,T\,\rho_{\mathrm{II}\,i})^{-1/2} = K\,(T\,\rho_{\mathrm{II}\,i})^{-1/2} \tag{V.14}$$

con

$$K = 1{,}987\cdot(1-i)\cdot 10^{-3} \tag{V.15}$$

Según esto, la expresión (V.8) previa sustitución de las anteriores en la (V.13) puede escribirse, en forma adecuada para el cálculo numérico,

$$\rho_T = \rho_{\text{II}\,1}\,\text{Cth}^2\left\{\frac{K\,d_1}{(\rho_{\text{II}\,1}\,T)^{1/2}} + \text{Cth}^{-1}\left[\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\,\text{Cth}\left(\frac{K\,d_2}{(\rho_{\text{II}\,2}\,T)^{1/2}} + \ldots\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\ldots + \text{Cth}\left(\frac{K\,d_{n-1}}{(\rho_{\text{II}\,n-1}\,T)^{1/2}} + \text{Cth}^{-1}\sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_{n-1}}}\right)\ldots\right)\right]\right\} \qquad \text{(V.16)}$$

Ahora bien, los argumentos de las cotangentes hiperbólicas que aparecen en esta expresión son complejos, por lo que no estará de más recordar cómo pueden calcularse estas funciones. El método más sencillo consiste en el empleo de tablas especiales para estas funciones, como las alemanas de HAWELKA (1931) parcialmente reproducidas en la monografía de Van'yan y Bobrovnikov sobre los sondeos por transitorios incluida en VAN'YAN (1967) (*). Cuando no se dispone de tablas para valores complejos puede recurrirse a las fórmulas que se indican a continuación:

$$\text{Th}\,(x + i\,y) = \frac{\text{Th}\,x + i\,\text{tg}\,y}{1 + i\,\text{Th}\,x \cdot \text{tg}\,y} = \frac{(1 + \text{tg}^2\,y)\,\text{Th}\,x}{1 + \text{Th}^2\,x \cdot \text{tg}^2\,y} + i\,\frac{(1 - \text{Th}^2\,x)\,\text{tg}\,y}{1 + \text{Th}^2\,x \cdot \text{tg}^2\,y} \qquad \text{(V.17)}$$

$$\text{Cth}\,(x + i\,y) = \frac{1 + \text{Cth}\,x \cdot \text{Cth}\,i\,y}{\text{Cth}\,x + \text{Cth}\,i\,y} = \frac{\text{Cth}\,x + i\,\text{tg}\,y}{1 + i\,\text{Cth}\,x \cdot \text{tg}\,y} = \frac{(1 + \text{tg}^2\,y)\,\text{Cth}\,x}{1 + \text{Cth}^2\,x \cdot \text{tg}^2\,y} + i\,\frac{(1 - \text{Cth}^2\,x)\,\text{tg}\,y}{1 + \text{Cth}^2\,x \cdot \text{tg}^2\,y} \qquad \text{(V.18)}$$

Por ejemplo, para los cortes de dos capas será

$$\rho_T = \rho_{\text{II}\,1}\,\text{Cth}^2\left[\frac{K\,d_1}{(\rho_{\text{II}\,1}\,T)^{1/2}} + \text{Cth}^{-1}\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}\right] \qquad \text{(V.19)}$$

y por lo tanto, las x e y de las expresiones anteriores valdrán en este caso

$$x = 1{,}987 \cdot 10^{-3}\,\frac{d_1}{(\rho_{\text{II}\,1}\,T)^{1/2}} + \text{Cth}^{-1}\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

$$y = -\,1{,}987 \cdot 10^{-3}\,\frac{d_1}{(\rho_{\text{II}\,1}\,T)^{1/2}} \qquad \text{(V.20)}$$

(*) En esta versión inglesa, el nombre del referido autor alemán está transliterado erróneamente como Gavelka.

Para el cálculo de curvas teóricas en función de λ_1/d_1 basta tener en cuenta que $T = \lambda^2/10^7 \rho_{II\,1}$. Pueden usarse también como variables las otras dos indicadas en el apartado III-5.

Como se ve, la resistividad ρ_T es magnitud compleja, que no suele expresarse por sus partes real e imaginaria, sino por su módulo $|\rho_T|$ y su fase φ_T. De las ecuaciones anteriores se deduce que

$$|\rho_T| = \rho_{II\,1}\,|C^2| = \rho_{II\,1}\,\frac{\mathrm{Cth}^2 x + \mathrm{tg}^2 y}{1 + \mathrm{tg}^2 y \cdot \mathrm{Cth}^2 x} \qquad (V.21)$$

$$\varphi_T = 2\,\mathrm{tg}^{-1}\,\frac{(\mathrm{Cth}^2 x - 1)\,\mathrm{tg}\, y}{(1 + \mathrm{tg}^2 y)\,\mathrm{Cth}\, x} \qquad (V.22)$$

Lógicamente, el desfase entre E_x y H_y valdrá la mitad del valor dado por la (V.22).

Si fuese $\rho_2/\rho_1 < 1$, habría que sustituir Cth^{-1} por Th^{-1} y Cth por Th, de acuerdo con lo dicho en el capítulo II. En tal caso, en vez de la (V.18) se utilizaría la (V.17).

Las figuras V-9 a V-12 representan curvas teóricas de SMT.

b) *Algoritmo de Sunde.*

Para el cálculo numérico, especialmente por medio de ordenadores, resulta ventajoso el algoritmo de Sunde (apartado II.7.3), en el que para la función C, puede escribirse

$$L_i = -i\,\gamma_i\, d_i = (1 - i)\,\alpha_i\, d_i$$

$$K_i = (\rho_{II\,i})^{-1/2} \qquad (V.23)$$

con

$$\alpha_i = \left(\frac{\omega\mu}{2\,\rho_{II\,i}}\right)^{1/2} \qquad (V.24)$$

Por lo tanto, se tiene

$$P_{n-1} = \frac{\sqrt{\rho_n} - \sqrt{\rho_{n-1}}}{\sqrt{\rho_n} + \sqrt{\rho_{n-1}}} \qquad (V.25)$$

$$Q_{n-1} = \frac{1 + P_{n-1}\, e^{-2\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1}}\,(\cos 2\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1} - i \,\mathrm{sen}\, 2\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1})}{1 - P_{n-1}\, e^{-2\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1}}\,(\cos 2\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1} - i \,\mathrm{sen}\, 2\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1})} =$$

$$(V.26)$$

$$= \frac{(1 - P^2_{n-1}\, e^{-4\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1}}) - 2\,i\,P_{n-1}\, e^{-2\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1}}\,\mathrm{sen}\, 2\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1}}{1 + P^2_{n-1}\, e^{-4\,\alpha_{n-1}\, d_{n-1}} - 2\,\mathrm{P}_{n-1}\cos 2\,\alpha_{n-1}}$$

En general se tendrá

$$P_{n-i} = \frac{Q_{n-i+1}\sqrt{\rho_{n-i+1}} - \sqrt{\rho_{n-i}}}{Q_{n-i+1}\sqrt{\rho_{n-i+1}} + \sqrt{\rho_{n-i}}} \tag{V.27}$$

que será compleja, y puede escribirse

$$P_{n-i} = P^R_{n-i} + i\,P^I_{n-i} \tag{V.28}$$

mientras que

$$Q_{n-i} = \frac{1 + (P^R_{n-i} + i\,P^I_{n-i})\,e^{-2\,L_{n-i}}}{1 - (P^R_{n-i} + i\,P^I_{n-i})\,e^{-2\,L_{n-i}}} \tag{V.29}$$

que, a su vez, puede descomponerse en sus partes real e imaginaria, con lo que resulta

$$Q_{n-i} = \frac{1 - e^{-2A}\,[(P^R_{n-i})^2 + (P^I_{n-i})^2] + 2\,i\,e^{-A}\,(P_{n-i}\cos A - P^R_{n-i}\,\mathrm{sen}\,A)}{1 + e^{-2A}\,[(P^R_{n-i})^2 + (P^I_{n-i})^2] - 2\,e^{-A}\,(P^R_{n-i}\cos A - P^I_{n-i}\,\mathrm{sen}\,A)} \tag{V.30}$$

donde es

$$A = 2\,\alpha_{n-i}\,d_{n-i} = 2\left(\frac{2\,\omega\mu}{\rho_{\mathrm{II}\,n-i}}\right)^{1/2} d_{n-i}$$

de este modo puede calcularse C, y a partir de ésta, ρ_T, por medio de la (V.8)

c) *Analogía con la función característica para corriente continua.*

Al desarrollar la expresión de Van'yan (V.13) para un corte de dos capas se obtiene

$$C_2 = \frac{\rho_{\mathrm{II}2}^{-1/2} + \rho_{\mathrm{II}1}^{-1/2}\,\mathrm{Cth}\,(-\,i\,\gamma_{\mathrm{II}1}\,d_1)}{\rho_{\mathrm{II}1}^{-1/2} + \rho_{\mathrm{II}2}^{-1/2}\,\mathrm{Cth}\,(-\,i\,\gamma_{\mathrm{II}1}\,d_1)} \tag{V.31}$$

cuya estructura es la misma que la de la función característica (*)

$$N_2 = \frac{\rho_2 + \rho_1\,\mathrm{Th}\,\lambda\,d_1}{\rho_1 + \rho_2\,\mathrm{Th}\,\lambda\,d_1} \tag{V.32}$$

estudiada en PGI (cap. IV).

(*) A fin de unificar la notación, se representan los espesores por d_i, en vez de por E_i como se hace en PGI.

La misma analogía existe para cortes de un número cualquiera de capas, dado que ambas funciones se definen como casos particulares de los algoritmos de Van'yan y de Sunde.

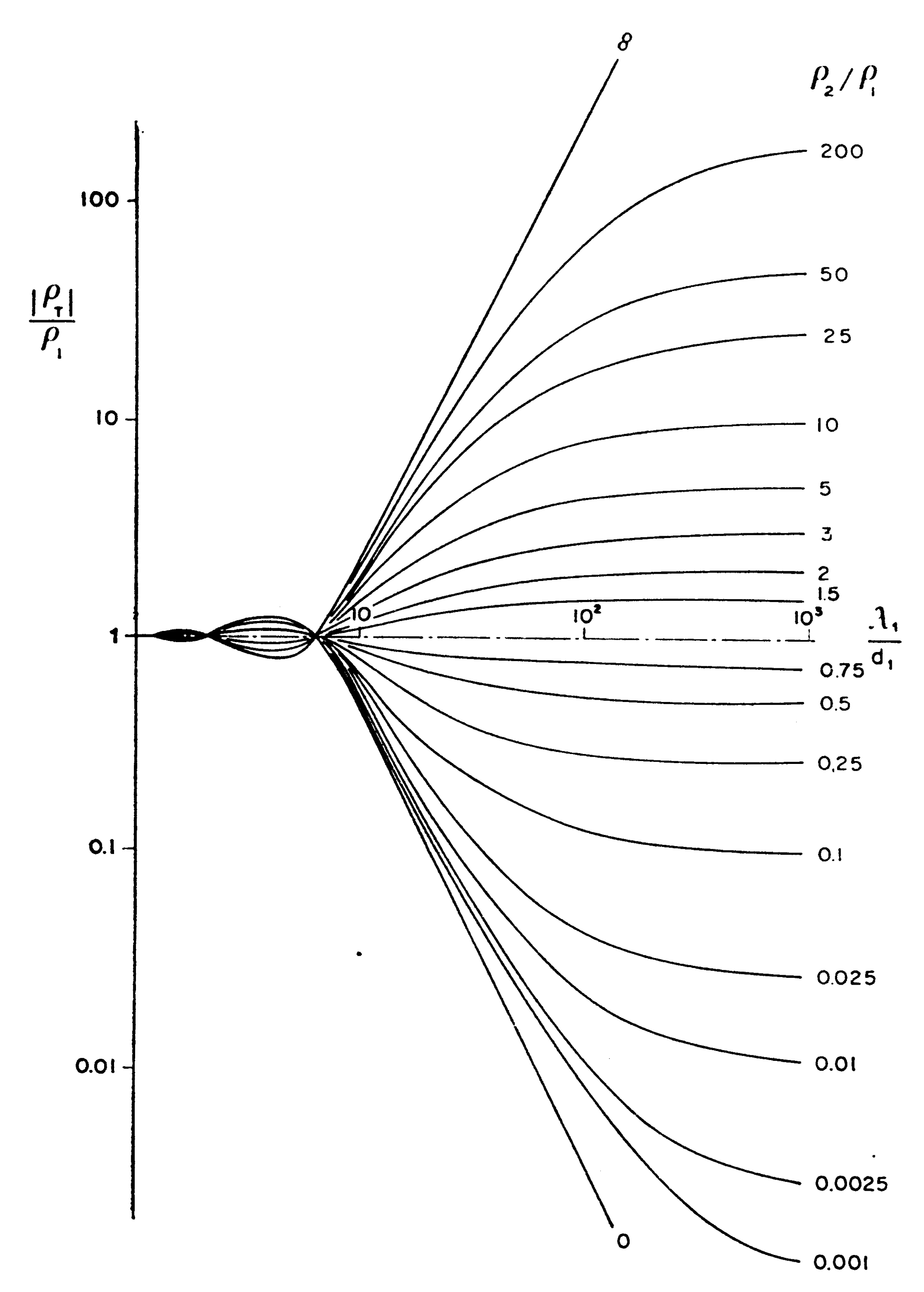


Fig. V-9. Familia de curvas teóricas de SMT para cortes de dos capas. Módulo de la resistividad aparente ρ_T tomando como unidad la resistividad ρ_1 de la primera capa, en función de λ/d_1.

Para transformar la expresión de N_n en la correspondiente C_n, basta sustituir en la primera cada ρ_i por $(\rho_{\text{II}\,i})^{-1/2}$ y las Th $\lambda\, d_i$ por Cth $(-i\,\gamma_{\text{II}\,i}\, d_i)$.

En particular la ley de recurrencia expuesta en el apartado IV.7.3 puede aplicarse a la función C, después de efectuar las sustituciones indicadas.

V.6.2 Propiedades asintóticas de las curvas

Las curvas ρ_T poseen propiedades asintóticas que las asemejan a las curvas de SEV. Así, cuando el período T tiende a cero, ρ_T tiende a $\rho_{\text{II}\,1}$. En efecto, las fracciones

$$\frac{K\, d_i}{(\rho_{\text{II}\,i}\, T)^{1/2}}$$

que figuran en la (V.16) se hacen infinitas y por lo tanto,

$$\lim_{T\to 0} \rho_T = \rho_{\text{II}\,1} \lim_{z\to\infty} \text{Cth}^2(z) = \rho_{\text{II}\,1} \qquad \text{(V.33)}$$

No obstante, las curvas ρ_T no se aproximan monótonamente por la izquierda a $\rho_{\text{II}\,1}$ como las de SEV, sino que presentan una serie de oscilaciones de amplitud decreciente (fig. V-9), entre las cuales la curva cruza el eje de abscisas $\rho_T = \rho_{\text{II}\,1}$ cada vez que se cumple la condición

$$\lambda/d_1 = 8/(2\,n + 1)$$

siendo n un número natural par, o sea para

$$T = \frac{16}{(2\,n+1)^2}\,\frac{\mu_0\, d_1}{\pi\, \rho_{\text{II}\,1}} \qquad \text{(V.34)}$$

Para las curvas de fase ρ_T de un corte de dos capas existen análogos puntos de intersección para $\lambda/d_1 = 4/n$ (n, impar; fig. V-10). La razón de este comportamiento oscilante es la presencia de funciones circulares en las (V.21) y (V.22).

Cuando el período T tiende a infinito, ρ_T tiende a $\rho_{\text{II}\,n}$ o sea a la resistividad de la última capa. Para demostrar que es así, basta tener en cuenta que los términos de la forma $-i\,\gamma_{\text{II}\,i}\, d_i$ se anulan, por lo que la expresión (II.13) toma la forma

$$\lim_{T\to\infty} \rho_T = \rho_{\text{II}\,1}\, \text{Cth}^2 \left\{ \text{Cth}^{-1}\left(\frac{\rho_{\text{II}\,2}}{\rho_{\text{II}\,1}}\right)^{1/2} \text{Cth Cth}^{-1}\left(\frac{\rho_{\text{II}\,3}}{\rho_{\text{II}\,2}}\right)^{1/2} \ldots \text{Cth Cth}^{-1}\left(\frac{\rho_{\text{II}\,n}}{\rho_{\text{II}\,n-1}}\right)^{1/2} \right\} =$$

$$= \rho_{\text{II}\,1}\, \text{Cth}^2 \left[\text{Cth}^{-1}\left(\frac{\rho_{\text{II}\,n}}{\rho_{\text{II}\,1}}\right)^{1/2} \right] = \rho_{\text{II}\,n} \qquad \text{(V.35)}$$

Los dos límites indicados tienen su exacta equivalencia en las curvas

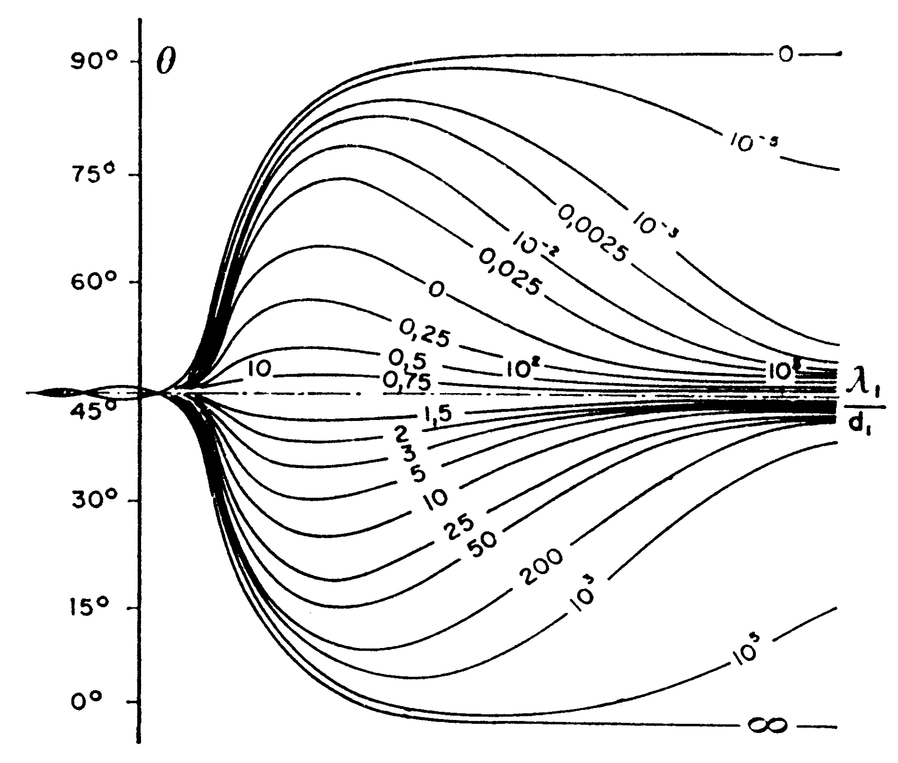


Fig. V-10. Familia de curvas teóricas de SMT para cortes de dos capas. Fase de la resistividad aparente compleja ρ_T. El índice de cada curva representa la relación ρ_2/ρ_1.

de SEV, salvo el carácter oscilante de la parte izquierda de ρ_T. También existe homología entre las curvas de ρ_T y de ρ_a en lo que respecta al importante papel de la conductancia longitudinal S cuando la última capa del corte es muy resistiva.

Sea un corte de dos capas, con $\rho_{\text{II}2} \gg \rho_{\text{II}1}$. Si se tiene en cuenta que la función Cth^{-1} toma valores próximos a cero para argumentos muy grandes, y que $\text{Cth}\, x \simeq x^{-1}$ resulta

$$\rho_T = \rho_{\text{II}1}\, \text{Cth}^2 \left(- i\, \gamma_{\text{II}1}\, d_1 + \text{Cth}^{-1} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \right) \simeq$$

$$\simeq \rho_{\text{II}1}\, \text{Cth}^2 (- i\, \gamma_{\text{II}1}\, d_1) \simeq$$

$$\simeq \rho_{\text{II}1} \frac{1}{(- i\, \gamma_{\text{II}1}\, d_1)^2} = \frac{i}{\omega \mu_0} \left(\frac{\rho_{\text{II}1}}{d_1} \right)^2 = \frac{i}{\omega \mu_0} \frac{1}{S_1^2} = \frac{i\, T}{2\pi\, \mu_0} \frac{1}{S_1^2} \qquad \text{(V.36)}$$

Puede demostrarse análogamente que lo mismo ocurre para cortes geoeléctricos cuya última capa es mucho más resistiva que las suprayacentes, sustituyendo S_1 por S, suma de las conductancias de todas las capas excepto el sustrato. La aparición de i señala que el valor asintótico de la curva de fases φ_T es de 90°. Como las curvas de campo del valor absoluto $|\rho_T|$ se trazan a escalas logarítmicas cuyas abscisas representan los valores $T^{1/2}$, la ecuación de la rama asintótica derecha de la curva es

$$\log |\rho_T| = 2 \log T^{1/2} - \log (2\pi\, \mu_0) - 2 \log S$$

que corresponde a una recta ascendente de pendiente 2 (ángulo de 63° 25′) (*). Los valores leídos en las escalas cumplirán

$$|\rho_T| = \frac{(T^{1/2})^2}{2\pi\,\mu_0\,S^2} = \frac{(T^{1/2})^2}{8\pi^2\,S^2}\,10^7 \qquad (V.37)$$

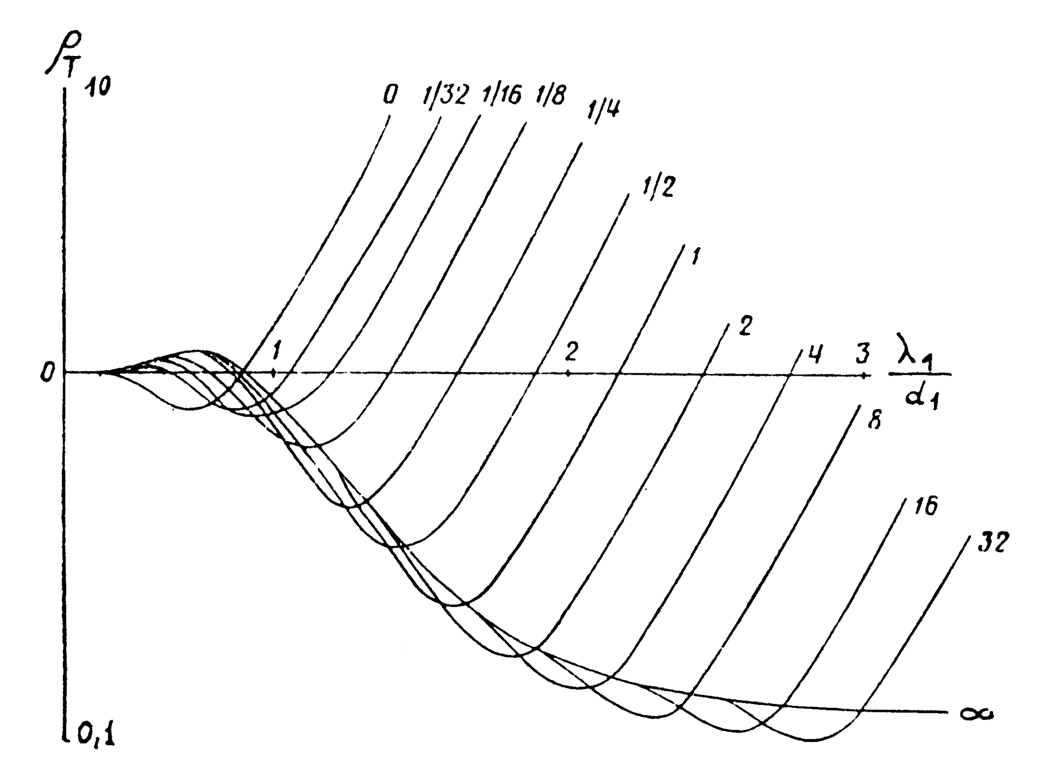


Fig. V-11. Familia de curvas teóricas de SMT para cortes de tres capas, con $\rho_2/\rho_1 = 1/16$ y $\rho_3 = \infty$. Módulo de la resistividad aparente compleja. La escala de abcisas representa el logaritmo decimal de λ_1/d_1.

Dicha recta cortará al eje logarítmico de abscisas en un punto de abscisa

$$T_1^{1/2} = 2{,}8 \times 10^{-3}\,S \qquad (V.38)$$

y por lo tanto,

$$S = 356\,T_1^{1/2} \qquad (V.39)$$

En las curvas de SEV no existe propiedad homóloga para los cortes cuya última capa es muy conductora, pero si la hay para las curvas $|\rho_T|$ del SMT, así como para las curvas límites del SFV, semejantes a éstas.

Al ser $\rho_{II2} \ll \rho_{II1}$ no tiene sentido la función Cth^{-1} por lo que hay que escribir

$$\rho_T \simeq \rho_{II1}\,\mathrm{Th}^2\left[-i\,\gamma_{II1}\,d_1 + \mathrm{Th}^{-1}\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{1/2}\right] \qquad (V.40)$$

(*) Algunos autores no representan en abscisas la magnitud $T^{1/2}$, sino la T. En tal caso, la pendiente es de 45°, según se deduce muy sencillamente de las fórmulas anteriores.

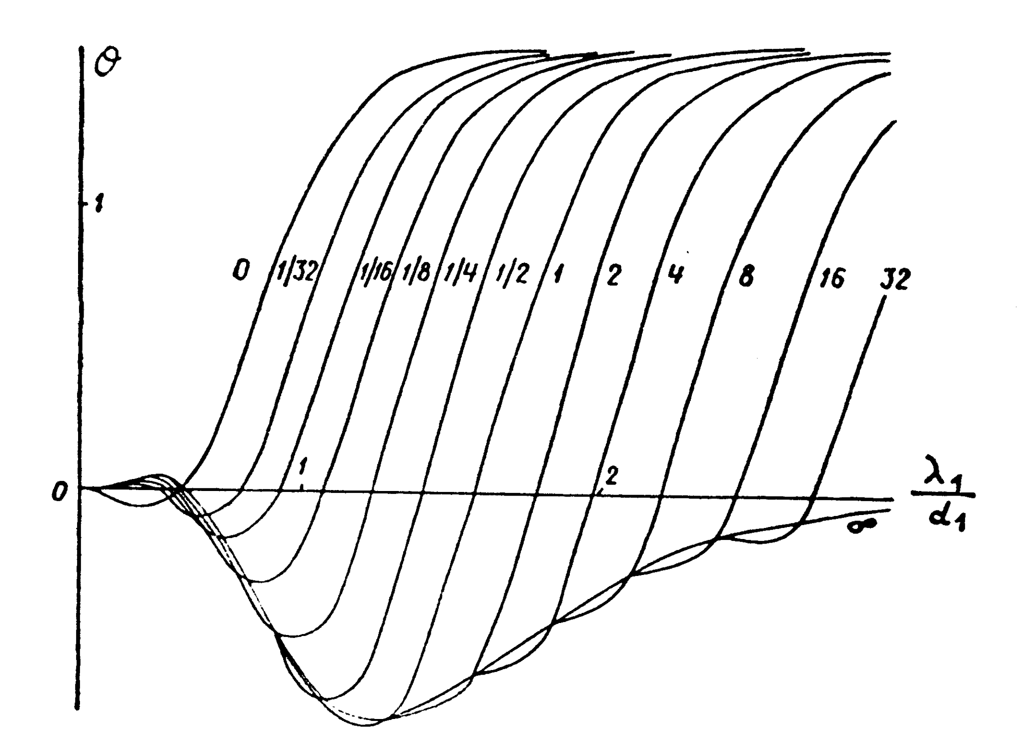


Fig. V-12. Familia de curvas teóricas de SMT para cortes de tres capas, con $\rho_2/\rho_1 = 1/16$ y $\rho_3 = \infty$. Angulo de fase en radianes. La escala de abcisas representa el logaritmo decimal de λ_1/d_1.

de la que se llega, como en el caso anterior, a

$$\rho_T = \rho_{\text{II}1} (-i\, \gamma_{\text{II}}\, d_1)^2 = -i\omega\mu d_1^2 \tag{V.41}$$

igualdad muy curiosa, porque no depende de la resistividad de la primera capa, y que puede generalizarse a todos los cortes geoeléctricos cuyo sustrato presenta resistividad longitudinal nula, o al menos muy pequeña. Si se simboliza por D_1 la profundidad de dicho sustrato se tiene

$$|\rho_T| \simeq i\omega\mu\, D_1^2 = \frac{8\pi^2 \cdot 10^{-7}}{T} D_1^2 \tag{V.42}$$

cuya representación en escala logarítmica de abcisas $\log T^{1/2}$ tiene una rama asintótica por la derecha que es una recta descendente de pendiente -2. Resulta, pues, que un SMT, efectuado sobre un medio estratificado de sustrato muy conductor, permite determinar directamente la profundidad de su techo partiendo de la referida asíntota. Esta corta al eje $|\rho_T| = 1$ en el punto de abscisa $T_1^{1/2}$ tal que

$$D_1 = 356\, T_1^{1/2} \tag{V.43}$$

La figura V-13 ilustra la aplicación de las fórmulas anteriores a los tipos de curvas de SMT obtenidos en Alemania Oriental.

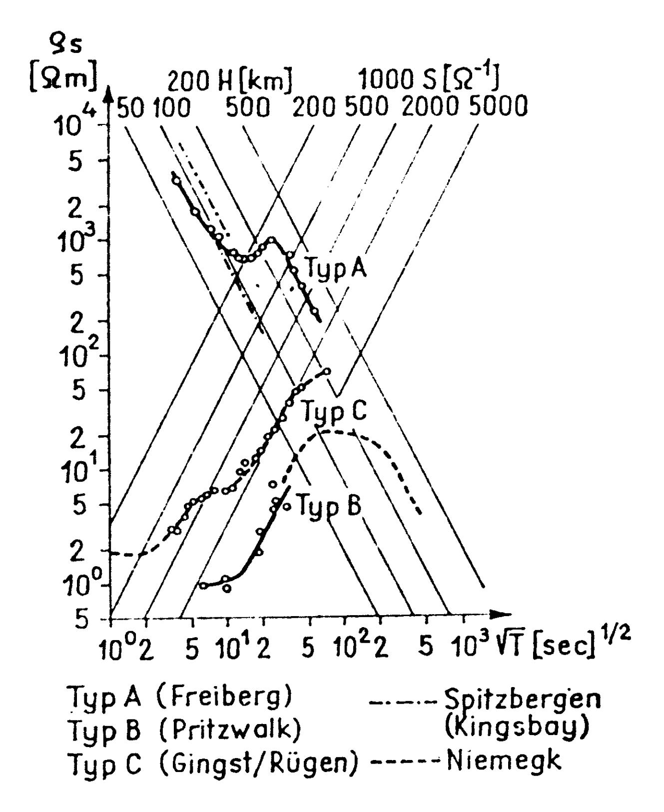


Fig. V-13. Curvas típicas de SMT observadas en la República Democrática Alemana. En la escala superior se indican los valores de S y de H (profundidad del sustrato conductor) que corresponden respectivamente a las asíntotas ascendentes y descendentes de las curvas. (Según PORSTENDORFER.)

Sin embargo, la asíntota descendente no suministra información sobre las resistividades de las capas superiores al sustrato. Se deduce de lo dicho la posibilidad de resolver cortes tipo K con sustrato muy conductor efectuando sobre ellos un SMT y un SEV. El primero sirve para determinar d_1 y d_2 y el segundo para calcular ρ_2 a través de la resistencia transversal T_2.

V.6.3 Simetría

Las curvas de los SMT poseen una propiedad de simetría que puede considerarse como caso especial de la ley de simetría de cortes recíprocos estudiada en PGI. Si dado un corte geoeléctrico cualquiera se cambia la resistividad ρ_i de cada capa por el valor recíproco ρ_i^{-1} y se multiplica por este mismo valor el espesor d_i correspondiente, los valores $\rho_T(T)$ de

la nueva curva son recíprocas de los de la primera, por lo que, en el gráfico logarítmico, ambas curvas serán simétricas respecto del eje de abscisas $\rho_T = 1$. Para demostrar que es así hay que considerar que si distinguimos los nuevos valores por medio de un acento se tiene que

$$i\,\gamma_i\,d_i = i\left(\frac{i\omega\mu}{\rho_i}\right)^{1/2} d_i = i\,(i\omega\mu\rho_i)^{1/2}\,\frac{d_i}{\rho_i} = i\left(\frac{i\omega\mu}{\rho_i'}\right)^{1/2} d_i\,\rho_i' = i\,\gamma_i'\,d_i'$$

donde se ha suprimido para simplificación tipográfica, el signo alusivo al carácter longitudinal de las resistividades. Ahora bien, al calcular el nuevo valor de C por el algoritmo de Sunde, teniendo en cuenta las (V.23) se observará que las exponenciales de las expresiones Q no se modifican en virtud de lo que se acaba de ver, mientras que las relaciones P cambian de signo. En consecuencia, las Q se transforman en sus inversas y como $Q_1 = C$ ocurrirá lo mismo con ρ_T proporcional a C^2. La fig. V-14 corresponde a un ejemplo de lo dicho.

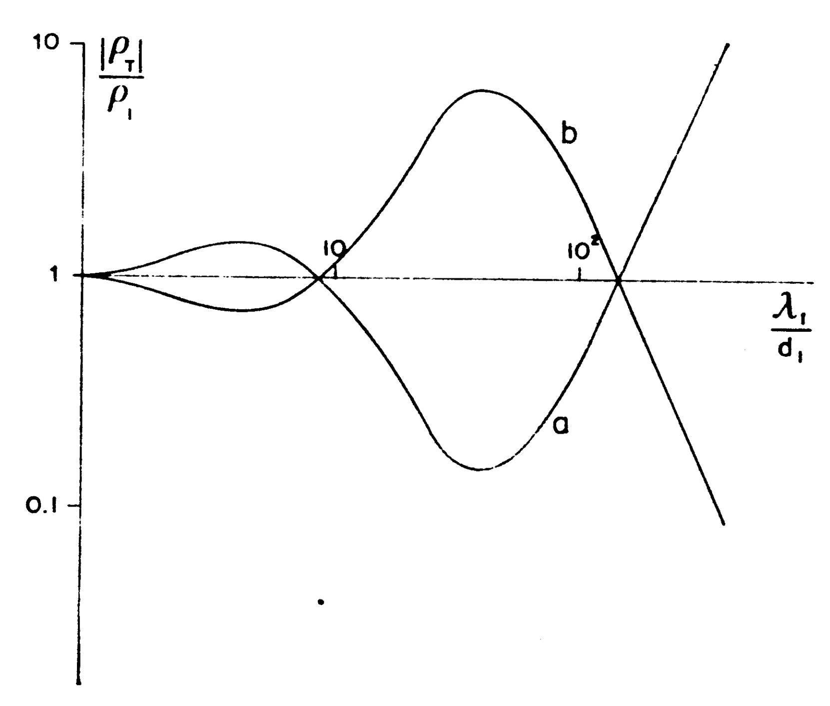


Fig. V-14. Forma peculiar de la simetría de cortes recíprocos en las curvas ρ_T. Las dos curvas representadas, simétricas respecto del eje de abscisas corresponden a los siguientes cortes: Curva a) $\rho_1 = 1 = d_1$; $\rho_2 = 1/20$; $d_2 = 1$; $\rho_3 = \infty$. Curva b) $\rho_1 = 1 = d_1$; $\rho_2 = 20$; $d_2 = 20$; $\rho_3 = 0$.

V.6.4 Principio de equivalencia

En los SMT se cumple el principio de equivalencia, como ocurre en general en todos los demás tipos de sondeo electromagnético.

Del mismo modo que en el SEV, en los SMT puede darse la equiva-

lencia en S, que se produce cuando en un corte geoeléctrico se sustituye una capa delgada y conductora (respecto de las demás del corte) por otra cuyo espesor y resistividad sean los de la capa de partida divididos por un mismo número, con lo que permanece constante el parámetro $S_i = d_i/\rho_i$. En tal caso la curva ρ_T se altera muy poco.

Esta propiedad puede demostrarse del mismo modo que en el SEV. Así, para una corte de tres capas con ρ_3 muy grande, se comienza por escribir la fórmula correspondiente, que según el algoritmo de Van'yan será

$$C = \mathrm{Th}\left\{-i\,\gamma_{\mathrm{II}1}\,d_1 + \mathrm{Th}^{-1}\left[\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{1/2}\mathrm{Cth}\left(-i\,\gamma_{\mathrm{II}2}\,d_2 + \mathrm{Cth}^{-1}\left(\frac{\rho_3}{\rho_2}\right)^{1/2}\right)\right]\right\} \tag{V.44}$$

expresión donde se toma sucesivamente Cth^{-1} y Th^{-1} por ser $\rho_2 < \rho_3$ y $\rho_2 < \rho_1$ según exige la condición de tratarse de una capa conductora en relación a sus contiguas. Desarrollando esta fórmula se llega a una expresión análoga a la (IV.60) de PG.I, cuyo límite para $\rho_3 \to \infty$ no depende del valor $d_2/\rho_{\mathrm{II}2}$ según es fácil comprobar. De este modo queda demostrada la equivalencia en S para el SMT, con alcance análogo al que tiene en el SEV.

Podría pensarse que, por analogía con este último, existe en el SMT equivalencia en T, cuando una capa delgada se encuentra entre otras más conductoras. Para comprobar si es así, puede recurrirse al principio de simetría considerado en el apartado anterior que, para mayor sencillez, se aplicará a cortes de tres capas. Según él a dos curvas equivalentes en S, y por lo tanto prácticamente iguales, corresponden otras dos, también muy semejantes entre sí y simétricas de las anteriores, si se alteran los parámetros del corte del modo que se indica en el apartado V.6.3. Entonces ρ_3 será muy pequeña, ρ_2 muy grande, y a S corresponderá

$$\frac{d_2\,\rho_2^{-1}}{\rho_2^{-1}} = d_2$$

Ocurre, pues, que en el SMT no existe equivalencia en T sino en d, o sea que el comportamiento de las capas delgadas muy resistivas depende sólo de este espesor, por lo que éste puede determinarse partiendo de la curva $\rho_T(T)$ pero no su resistividad. Sólo cuando las frecuencias son muy bajas comienza a influir el valor de ρ_2, como aproximación a la equivalencia en T propia de la corriente continua.

V.6.5 Otras propiedades

Conviene describir, en lo esencial, ciertas expresiones asintóticas de la impedancia de onda utilizadas por BERDICHEVSKIY (1960) y que son de considerable valor práctico.

Para cortes de dos capas, si se designa por Z la impedancia observada en la superficie del terreno, puede escribirse

$$Z_2 = \frac{\omega\mu_0}{\gamma_1} C_2 = \frac{\omega\mu_0}{\gamma_1} \operatorname{Cth}\left(-i\,\gamma_1\,d_1 + \operatorname{Cth}^{-1}\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\right) \qquad \text{(V.45)}$$

Teniendo en cuenta que

$$\operatorname{Cth} x \simeq \frac{1}{x}$$

la expresión anterior puede transformarse en

$$Z_2 = \omega\mu_0 \frac{1 - i\,\gamma_2\,d_1}{\gamma_2 - i\,\gamma_1^2\,d_1} \qquad \text{(V.46)}$$

Si es $\rho_2 \ll \rho_1$, γ_2 será relativamente pequeña, por lo que puede despreciarse el segundo término del numerador. Si además se tienen en cuenta los valores de las constantes de propagación dados por la (I.48) y que $\omega = 2\pi\,T^{-1}$ resulta

$$Z_2 = \frac{\omega\mu_0}{\gamma_2 - i\,\gamma_1^2\,d_1} = \frac{1}{S_1 + \dfrac{(1+i)}{4\pi}\,10^4\left(\dfrac{T}{10\,\rho_2}\right)^{1/2}} \qquad \text{(V.47)}$$

donde, como de costumbre $S_1 = d_1/\rho_1$ es la conductancia longitudinal unitaria de la primera capa. Tal resultado puede generalizarse a cortes de n capas con sustrato de resistividad muy elevada ρ_n. Entonces se tiene

$$Z_n \simeq \frac{1}{S + \dfrac{(1+i)}{4\pi}\,10^4\left(\dfrac{T}{10\,\rho_n}\right)^{1/2}} \qquad \text{(V.48)}$$

No debe olvidarse que esta fórmula es aproximada, pero su error es tanto menor cuanto mayores sean T y ρ_n/ρ_1, ρ_n/ρ_2, etc. Estas últimas relaciones pueden compendiarse en la ρ_n/ρ_l siendo ρ_l la resistividad longitudinal media del conjunto de capas suprayacentes al sustrato.

Cuando $\rho_n \to \infty$ la expresión anterior se reduce a

$$Z_n \simeq \frac{1}{S} \qquad \text{(V.49)}$$

Si volviendo al caso de dos capas, se supone que $\rho_2 \ll \rho_1$ y se procede de modo análogo a como se hizo antes, pero despreciando ahora el segundo término del denominador, por ser $|\gamma_1^2\,d_1| \ll |\gamma_2|$ se obtiene la expresión aproximada

$$Z_2 = \frac{\omega\mu}{\gamma_2}(1 - i\gamma_2 d_1) = -i\omega\mu_0 d_1 + \frac{(2\omega\mu_0\rho_2)^{1/2}}{1+i} =$$

$$= -i\frac{8\pi^2 10^{-7}}{T} d_1 + 2\pi(1-i)\cdot 10^{-4}\left(\frac{10\rho_2}{T}\right)^{1/2} \qquad \text{(V.50)}$$

que también puede generalizarse para cortes de n capas con sustrato muy conductor, siendo entonces

$$Z_n \simeq -i\frac{8\pi^2 10^{-7}}{T} D + 2\pi(1-i)\cdot 10^{-4}\left(\frac{10\rho_2}{T}\right)^{1/2} \qquad \text{(V.51)}$$

donde D es la profundidad del sustrato y ρ_n su resistividad. Para $\rho_n = 0$, esta expresión es equivalente a la (IV.43).

V.7 CAMBIOS LATERALES Y TENSOR DE IMPEDANCIAS

V.7.1 Limitaciones de la teoría clásica

En todo lo anterior se ha supuesto que, de acuerdo con la hipótesis de Cagniard, el campo magnético-telúrico se debe a una onda plana que incide normalmente sobre un medio estratificado horizontalmente. El cumplimiento de la primera condición exige que el campo magnético horizontal sea uniforme alrededor del punto de observación en un radio comparable a la longitud de onda. Las comprobaciones realizadas indican que esta condición se cumple aceptablemente en la práctica, aunque quizá sea necesario tener en cuenta la finitud de la longitud de onda horizontal cuando se trabaja cerca de las corrientes eléctricas de chorro aurorales y ecuatoriales (MADDEN y SWIFT, 1969).

Tanto el carácter plano de la onda, como la homogeneidad lateral del terreno, exigen que la componente vertical B_z del campo magnético sea nula, pero ha podido observarse que en muchos casos no ocurre así, por ejemplo, encima de ciertas estructuras geológicas o en la proximidad del mar *(efecto de costa)* (CHAIZE y LAVERGNE, 1970). Por otra parte, ocurría frecuentemente que, al efectuar SMT, los puntos representativos de los diversos valores de ρ_T mostraban gran dispersión distribuyéndose sobre una amplia zona del gráfico. En estas condiciones, la curva $\rho_T(T)$ sólo podía trazarse de modo estadístico, con la imprecisión consiguiente. Al aumentar la experiencia en la aplicación del método, se pudo comprobar que la causa de la dispersión radicaba, en su mayor parte, en que ρ_T depende del azimut de la polarización del campo (FOURNIER, 1963) de modo que la curva de resistividades calculada a partir de E_x/B_y podía discrepar notablemente de la obtenida de E_y/B_x. En otras palabras, el terreno se comporta como anisótropo. Estos fenómenos, que indican la insuficiencia

de la teoría clásica, se aclaran por consideración del caso más simple de heterogeneidad lateral, que es el de un contacto vertical entre dos medios homogéneos de resistividad diferente.

V.7.2 Contacto vertical

El comportamiento del método magneto-telúrico en las proximidades de un contacto vertical ha sido estudiado por D'ERCEVILLE y KUNETZ (1962), RANKIN (1962), SWIFT (1971), y SILVESTER y HASLAM (1972). OBUKHOV (1962) ha considerado el caso en que existe además un sustrato perfectamente conductor.

Las consecuencias de tales investigaciones se exponen cualitativamente a continuación. Sean ρ_1 y ρ_2 (con $\rho_1 < \rho_2$) las resistividades de dos medios homogéneos separados por un contacto vertical, y que se extienden indefinidamente hacia abajo (fig. V-15). Se utilizará un sistema cartesiano de coordenadas con su eje z dirigido hacia abajo, y el x paralelo al contacto. Cuando el campo eléctrico de la onda incidente está polarizado paralelamente al contacto, la densidad de corriente será mayor en el medio 1 que en el 2, por ser $\rho_1 < \rho_2$. Esta disimetría origina un campo magnético

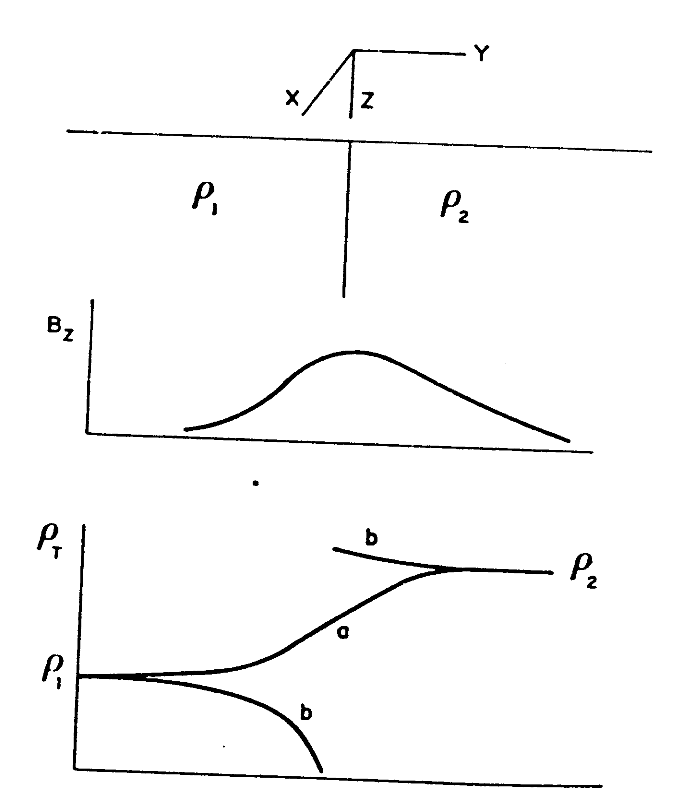


Fig. V-15. Contacto vertical entre dos medios de diferente resistividad. Curva superior: Variación de la componente vertical B_z del campo MT a lo largo de un perfil normal al contacto. Curvas inferiores: Variación de la resistividad MT sobre el mismo perfil para frecuencia fija: a) Campo eléctrico paralelo al contacto. b) Campo eléctrico ortogonal al contacto.

vertical B_z con un máximo asimétrico situado sobre el contacto. Por otra parte, la diferencia entre las densidades de corriente da lugar a otra entre los campos E_{x1} y E_{x2} que, a su vez, repercuten en las impedancias y en las resistividades aparentes. No obstante, la continuidad de E_x en el contacto hace que ρ_T pase gradualmente del valor ρ_1 al ρ_2. Si la polarización de la onda incidente fuese tal que $E_x = 0$, de modo que el campo eléctrico sea ortogonal al contacto, la continuidad en éste de la componente J_y de la densidad de corriente exige que el campo E_y experimente un salto al cruzar el contacto. Un cálculo detallado indica que B_y también sufre variación de las proximidades del contacto, con un máximo cerca de él, en el lado de menor resistividad. La discontinuidad de E_y hace que, según puede demostrarse, la resistividad aparente ρ_T determinada en función de E_y/B_x vaya decreciendo cuando el dispositivo de medida se acerca al medio más resistivo, y sufre una discontinuidad sobre el contacto. Esta disminución de la resistividad, producida por la cercanía de un medio más resistivo, no sorprenderá a los conocedores de la teoría de las calicatas eléctricas en corriente continua (PGI apartado VIII.3).

Como consecuencia de lo dicho, se deduce que las resistividades ρ_T obtenidas por medio de SMT en las proximidades de un cambio lateral de resistividad dependen de la polarización del campo o, lo que es lo mismo, todo ocurre como si el terreno fuese anisótropo. Esto explica la gran dispersión de los valores de ρ_T obtenidos cuando se observa el campo eléctrico en un solo azimut, y lo mismo para el magnético, puesto que las observaciones efectuadas para diversas frecuencias, pueden corresponder a direcciones muy variadas en la polarización del campo incidente. Esto hace dudosos los resultados de los SMT de los primeros tiempos, salvo para los efectuados en zonas de gran heterogeneidad lateral.

V.7.3 Impedancias tensoriales

Una de las consecuencias de lo expuesto es que, en la mayoría de los casos, la impedancia de onda Z medida en la superficie del terreno depende del azimut del dispositivo de medición. Para incluir este hecho en la teoría se ha recurrido a considerar dicha impedancia como magnitud tensorial Z_{ij}, tal que

$$E_i = Z_{ij} H_j \qquad (i,\ j = 1,\ 2) \tag{V.52}$$

o sea

$$\begin{vmatrix} E_x \\ E_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} H_x \\ H_y \end{vmatrix} \tag{V.53}$$

En general, dada la existencia de desfase, las Z_{ij} son complejas. Debe tenerse en cuenta que estas magnitudes son funciones de la frecuencia, si bien, en la práctica, varían lentamente con ella. La idea de utilizar mag-

nitudes tensoriales para el estudio de estos fenómenos se debe a CANTWELL (1960) quien utilizó un tensor de admitancias.

Sobre estructuras bidimensionales, las Z_{ij} dependen de la orientación de los ejes principales 1,2 de la anisotropía del terreno. Cuando esta anisotropía es aparente y debida a la proximidad de una estructura o discontinuidad lateral de resistividad, son el rumbo de ésta y la dirección ortogonal los que actúan como ejes principales.

$$\begin{vmatrix} E_1 \\ E_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & Z_1 \\ -Z_2 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} H_1 \\ H_2 \end{vmatrix} \qquad \text{(V.54)}$$

donde Z_1, Z_2 son las impedancias principales, esto es, las correspondientes a los ejes. Si el terreno es homogéneo e isótropo o compuesto por capas de estas características,

$$Z_1 = Z_2 \qquad \text{(V.55)}$$

para cualquier orientación de los ejes.

Si el terreno es homogéneo, pero anisótropo, o compuesto por capas anisótropas, y los ejes x, 1 determinan un ángulo φ, la ecuación (V.54) puede escribirse, en función de las impedancias principales,

$$\begin{vmatrix} E_x \\ E_y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (Z_1 - Z_2) \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi & Z_2 \operatorname{sen}^2 \varphi + Z_1 \cos^2 \varphi \\ -(Z_2 \cos^2 \varphi + Z_1 \operatorname{sen}^2 \varphi) & -(Z_1 - Z_2) \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \end{vmatrix} \qquad \text{(V.56)}$$

Se deduce de aquí que, en medios o estructuras bidimensionales (incluyendo como caso particular los monodimensionales) se cumple que

$$Z_{xx} + Z_{yy} = 0 \qquad \text{(V.57)}$$

$$Z_{xy} - Z_{yx} = \text{const.} \qquad \text{(V.58)}$$

Cuando se trata de impedancias determinadas experimentalmente, no puede exigirse el cumplimiento exacto de la igualdad (V.57), pero será exigible la condición

$$A = \frac{|Z_{xx} + Z_{yy}|}{|Z_{xy} - Z_{yx}|} \ll 1 \qquad \text{(V.59)}$$

para que pueda atribuirse estructura bidimensional al terreno investigado. La magnitud A recibe el nombre de *asimetría* ("skewness").

Para los casos en que la distribución de resistividades en el subsuelo es del tipo tridimensional, SIMS y BOSTICK (1969) suponen el cumplimiende las condiciones

$$\begin{aligned} Z_{xx} + Z_{yy} &= \text{const.} \\ Z_{xy} - Z_{yx} &= \text{const.} \end{aligned} \qquad \text{(V.60)}$$

La tridimensionalidad de una estructura o distribución de resistividades puede deberse tanto a la existencia de heterogeneidades limitadas en las tres dimensiones, como a que la orientación de los ejes principales de anisotropía varíe con la profundidad.

El significado físico de las expresiones tensoriales anteriores se aclara si se considera que, sobre terreno homogéneo e isótropo, un campo magnético polarizado en una dirección cualquiera x induce un campo eléctrico exactamente ortogonal a él, pero esto no ocurre si existe anisotropía, salvo cuando los ejes x e y coinciden con los principales de ésta.

Más información sobre el tema de este apartado se encuentra en los trabajos mencionados en él, así como en BERDICHEVSKIY (1964), O'BRIEN y MORRISON (1967), SIMS *et al* (1971) y VOZOFF (1972).

El cálculo del comportamiento magnetotelúrico de estructuras bidimensionales ha sido abordado por SWIFT (1971) y por SILVESTER y HASLAM (1972) por el método de elementos finitos. GEYER (1972) ha estudiado el caso de un contacto inclinado.

Berdichevskiy, Obukhov y Davidov han estudiado diversos tipos de heterogeneidades en varios artículos incluidos en la recopilación de LIPSKAYA y BERDICHEVSKIY (1969). SILVESTER y HASLAM (1972) han aplicado el método de los elementos finitos al cálculo de problemas magnetotelúricos.

V.8 TRABAJO DE CAMPO

El trabajo de campo para los SMT consiste, según lo expuesto, en el registro simultáneo de la amplitud del campo telúrico **E** y del magnético **B** durante un lapso suficiente para completar la información requerida dentro del margen de frecuencias previsto. Los efectos de anisotropía expuestos en el apartado anterior obligan a la medición de los cuatro componentes E_x, E_y, B_x, B_y así como de la B_z.

La observación de las componentes eléctricas se realiza por medio de líneas *MN* análogas en un todo a las empleadas en los SEV largos, si bien en este caso hay que utilizar dos líneas ortogonales entre sí, con longitudes que suelen oscilar entre 100 m y 1 km. Las tensiones captadas por las líneas son filtradas, amplificadas y registradas, bien analógica, bien digitalmente. Una combinación muy recomendable es efectuar simultáneamente un registro analógico sobre banda de papel y un registro digital. Los filtros se utilizan para la eliminación de los ruidos industriales, y deben escogerse cuidadosamente en función de los períodos que desean observarse; también hay que tener en cuenta su efecto sobre la

calibración del conjunto. Como el dispositivo utilizado para la medición de **E**, es el mismo que se emplea en el método de las corrientes telúricas, el lector debe consultar además el apartado VI.4 de este volumen.

La medición de las componentes magnéticas exige, según se ha expuesto más arriba, magnetómetros de gran sensibilidad, sólo alcanzada por los de bombeo óptico y los de inducción. Actualmente se prefiere a estos últimos por su carácter direccional. Se suelen utilizar bobinas con núcleos de unos dos cm de diámetro y uno o dos metros de longitud y cuyo número de espiras oscila, según los modelos, entre 30.000 y 10^6. Para atenuar los ruidos debidos a las vibraciones, las bobinas suelen enterrarse, colocándolas en la dirección deseada con error menor que un grado. La salida de las bobinas van conectadas a un filtro y un amplificador y se registra de modo análogo a como se hace para las componentes eléctricas. A fin de evitar acoplos e influencias entre unos y otros circuitos, las bobinas no deben estar juntas, sino separadas por una distancia al menos varias veces superior a su longitud. CHAIZE y LAVERGNE (1970) utilizan separaciones entre bobinas del orden de 50 m y otra análoga entre éstas y el camión-laboratorio que contiene los instrumentos de registro.

El lugar donde se instale el dispositivo debe elegirse cuidadosamente en terreno llano, con aceptable homogeneidad eléctrica lateral, y lejos de líneas, aparatos eléctricos, tuberías y otras causas perturbadoras. La sensibilidad de los magnetómetros de inducción a las vibraciones ("*efecto geófono*") obliga igualmente a alejar el dispositivo de carreteras y caminos. Las bobinas deben instalarse cerca del centro de las líneas *MN*.

La duración del registro depende, entre otros factores, del nivel de actividad geomagnética durante las mediciones, así como el de ruidos, por lo que suele oscilar entre pocas horas y dos o tres días. VOZOFF (1972) recomienda la división en varias partes de la banda de frecuencias, y efectuar un registro separado para cada una de ellas, previo ajuste de los filtros, con lo que se gana tiempo y calidad. El efecto de los ruidos industriales ha sido estudiado experimentalmente por CHAIZE y LAVERGNE (1970). Otros aspectos instrumentales han sido considerados por WESTERLUND y JOHANNSON (1971), KRILOV *et al* (1969) y AVAGIMOV *et al* (1969).

El método operativo descrito es el adecuado para investigaciones de petróleo y similares. Para estudios más generales sobre la estructura eléctrica de capas profundas de la corteza o del manto superior, el registro magnético se simplifica, pues interesan variaciones de períodos muy largos, más fáciles de medir por su mayor amplitud, y que quedan dentro del margen de sensibilidad de los instrumentos usuales en los observatorios geomagnéticos. Cuando en estos se registran simultáneamente las corrientes telúricas, se tienen todos los elementos necesarios para SMT profundos.

Una modalidad muy curiosa de SMT es la ejecución de estos sobre islas de hielo flotantes a la deriva, como los realizados en el Océano Glacial Artico por científicos americanos en las estaciones "Charlie y Arlis 1" (SWIFT y HESLER, 1964) y por geofísicos soviéticos en las "Polo Norte 10" y "Polo Norte 13") (DENISKIN, 1969).

V.9 ELABORACION DE LAS OBSERVACIONES

V.9.1 Método clásico

Inicialmente, los datos necesarios para el cálculo de las resistividades aparentes ρ_T se extraían de los registros por un procedimiento que, si bien bastante tosco, se basa en principios simples y muy fáciles de comprender. Consistía este método en buscar en los registros partes donde estos presentasen oscilaciones sensiblemente sinusoidales simultáneas en el campo eléctrico y en el magnético, y en medir la amplitud cresta a cresta de uno y otro campo, así como el período T de las oscilaciones. Las amplitudes se medían en milímetros sobre el registro, y se multiplicaban por la constante de calibrado correspondiente, a fin de expresar el resultado en mV o en γ. Se procedía de este modo para todos los valores de T para los cuales existiesen micropulsaciones, y para cada uno de ellos se calculaba el valor correspondiente ρ_T mediante la fórmula (V.7). Los resultados se representaban en forma de curva $\rho_T(T)$ mediante escalas logarítmicas. La fórmula mencionada es

$$\rho_T = \frac{i\mu_0}{\omega}\left(\frac{E_x}{B_y}\right)^2 \qquad \text{(V.7)}$$

pero se suele considerar sólo el módulo,

$$|\rho_T| = \frac{\mu_0}{\omega}\left|\frac{E_x}{B_y}\right|^2 = 2 \times 10^7\, T \left|\frac{E_x}{B_y}\right|^2 \qquad \text{(V.61)}$$

En esta fórmula, E_x y B_y deben expresarse respectivamente, en V/m y en Teslas (= Weber/m²) pero estas unidades resultan incómodas por exceso de tamaño. En la práctica se utilizan el mV/km y la gamma ($1\,\gamma = 1$ nano-Tesla), por lo que la fórmula que suele emplearse es

$$|\rho_T| = 0{,}2\, T \left|\frac{E_x}{B_y}\right|^2 \qquad \begin{matrix}\Omega\text{-m}\\ \text{mV/km}\\ \gamma\end{matrix} \qquad \text{(V.62)}$$

Hay que tener en cuenta que algunos autores sustituyen B por H en estas expresiones, pues suponen que lo que miden es el poder imanador, y que $1\,\gamma = 1$ nano amp/m. Ello no parece correcto, porque lo que miden

los magnetómetros es B y no H, según resulta evidente en los de inducción. De un modo u otro, los resultados obtenidos son iguales.

Cuando los valores observados son E_y y B_x, se procede de modo análogo.

V.9.2 Método de las densidades espectrales

El sencillo proceso expuesto en el apartado anterior se ha utilizado con preferencia en la Unión Soviética. En la actualidad se prefiere en todos los países un sistema más sofisticado, originario de los Estados Unidos, donde se ha utilizado desde un principio, siguiendo una propuesta de Madden. Este procedimiento se basa en conceptos y métodos de la Teoría de la Información. Un resumen de ellos, junto con las fórmulas fundamentales y su programación se encuentra en UDÍAS y LÓPEZ ARROYO (1970). Para un estudio más amplio son recomendables las obras de PAPOULIS (1962), LEE (1960) y SOLODOVNIKOV (1960) además del libro de BLACKMAN y TUKEY (1958) de cita obligada en relación con este tema.

El proceso de elaboración es el que se describe seguidamente. En primer lugar, se revisan los registros para eliminar los intervalos perturbados por ruidos. Las partes aceptables de los registros contienen los valores de las funciones $E_x(t)$, $E_y(t)$, $B_x(t)$, $B_y(t)$ durante los lapsos correspondientes. Estas funciones se someten a análisis de Fourier, con objeto de determinar la proporción en que aparecen las diversas frecuencias, es decir, que se pasa del dominio de tiempos al de frecuencias, para calcular los cuatro espectros de Fourier $E_x(\omega)$, $E_y(\omega)$, $B_x(\omega)$, $B_y(\omega)$: Seguidamente se determinan los espectros de potencia correspondiente $s_{Ex}(\omega)$, $s_{Ey}(\omega)$, etc., así como los interespectros $s_{Ex\,By}(\omega)$, etc., o sea, en total, 4 espectros de potencia y 6 interespectros. Ello puede efectuarse, bien mediante cálculo de las funciones de auto e intercorrelación de $E_x(t),E_y(t)\ldots$ y consiguiente transformación de Fourier, bien por medio de las igualdades

$$s_A = A(\omega) \cdot \bar{A}(\omega)$$

$$s_{AC} = A(\omega) \cdot \overline{C}(\omega) \qquad \text{(V.63)}$$

donde $\bar{A}(\omega)$ representa la conjugada compleja de $A(\omega)$. Las resistividades aparentes se calculan entonces mediante la expresión

$$\rho_{T\,(x,\,y)} = 0{,}2\,T \left| \frac{s_{Ex}(\omega)}{s_{By}(\omega)} \right| \qquad \text{(V.64)}$$

Si se procediese simplemente así, los resultados obtenidos podrían ser deficientes, puesto que faltaría la previa comprobación de la concordancia entre las variaciones telúricas y las geomagnéticas. Para evitar este

inconveniente se calcula la *coherencia* entre unas y otras observaciones, utilizando para ello los interespectros ya calculados. Sobre el concepto de coherencia puede verse FOSTER y GUINZY (1967).

El coeficiente de coherencia, ideado por Norbert Wiener en 1930, se define para dos series temporales estacionarias $x(t)$, $y(t)$ por

$$\operatorname{coh}(x, y) = \frac{|s_{xy}(\omega)|}{(s_x(\omega) \cdot s_y(\omega))^{1/2}} \tag{V.65}$$

donde $s_x(\omega)$, $s_y(\omega)$, y $s_{xy}(\omega)$ son respectivamente los auto e interespectros de potencia de las magnitudes consideradas. Cuando el producto del denominador es nulo, se atribuye a la coherencia el valor cero. De la desigualdad de Schwartz se deduce que el valor numérico de la coherencia está comprendido entre cero y 1. En la práctica, la fórmula anterior se aplica en la forma

$$\operatorname{coh}(E_x, B_y) = \frac{E_x(\omega) \cdot \bar{B}_y(\omega)}{(E_x(\omega)\, \bar{E}_x(\omega))^{1/2}\, (B_y(\omega)\, \bar{B}(_y(\omega))^{1/2}} \tag{V.66}$$

y la expresión análoga para E_y, B_x.

Las observaciones no se aceptan si la coherencia no supera cierto valor mínimo, por ejemplo 0,9 para los períodos largos y 0,8 para los cortos.

En casi todos los casos reales resulta insuficiente el cálculo de una impedancia escalar, y se hace necesario determinar el tensor correspondiente.

Los elementos del tensor Z_{ij} pueden calcularse por medio de la expresión (V.53): ahora bien, como esta equivale a un sistema de dos ecuaciones con cuatro incógnitas (las Z_{ij}) se hace preciso disponer, para cada frecuencia, de dos mediciones independientes de las componentes eléctricas y magnéticas, a fin de tener un sistema determinado. SIMS *et al* (1971) señalan que la presencia de ruidos hace muy conveniente utilizar más de dos mediciones independientes y buscar una solución ajustada por cuadrados mínimos. Al plantear la condición de mínimo, por ser los datos numéricos complejos, aparecen en ella los autoespectros e interespectros de potencia de las componentes E_x, H_y, etc. Así, para la estimación de las componentes tensoriales Z_{xx} Z_{xy} se obtienen las ecuaciones

$$\begin{aligned}
s_{E_x E_x} &= Z_{xx}\, s_{H_x E_x} + Z_{xy}\, s_{H_y E_x} \\
s_{E_x E_y} &= Z_{xx}\, s_{H_x E_y} + Z_{xy}\, s_{H_y E_y} \\
s_{E_x H_x} &= Z_{xx}\, s_{H_x H_y} + Z_{xy}\, s_{H_y H_x} \\
s_{E_x H_y} &= Z_{xx}\, s_{H_x H_y} + Z_{xy}\, s_{H_y H_y}
\end{aligned} \tag{V.67}$$

donde las variables s representan los interespectros de las magnitudes que aparecen como subíndices, y autoespectros cuando esta aparece repetida. En rigor, estos valores habrían de corresponder a una sola frecuencia ω, pero dada la lenta variación de las Z_{ij} con ω puede tomarse la media de los referidos espectros sobre una banda de anchura finita.

De las cuatro ecuaciones (V.67) basta tomar dos para determinar Z_{xx}, Z_{xy}. Los referidos autores indican que, de los seis pares de ecuaciones que pueden tomarse, dos tienden a ser inestables si la distribución de resistividades en el terreno es monodimensional; y que de las cuatro restantes, dos están influidas por el ruido aleatorio en H y las otras dos por el que exista en E. Análogas ecuaciones y consideraciones valen para las componentes Z_{yx}, Z_{yy}.

Por su parte, SWIFT (1967) calcula las componentes del tensor impedancia en función de los autoespectros de E_x, E_y, H_x y H_y y de las coherencias entre estas mediante cuatro fórmulas que pueden resumirse en la

$$Z_{ij} = \frac{s_{E_i}{}^{1/2}}{s_{H_i}{}^{1/2}} \; \frac{\mathrm{coh}\, E_i H_j - \mathrm{coh}\, E_i H_k \,\mathrm{coh}\, H_k H_i}{1 - |\mathrm{coh}\, H_x H_y|^2} \qquad \text{(V.68)}$$

donde las variables s representan autoespectros, coh coeficiente de coherencia, y los índices i, j las direcciones x, y. Cuando $i \neq j$,, $k = i$, pero si $i = j$, k representa la otra dirección. Si, durante el registro, el campo magnético no cambia de azimut, la coherencia entre H_x y H_y es grande y los valores de las impedancias resultan inestables.

Calculadas las componentes del tensor impedancia, puede pasarse a la determinación de sus ejes principales. Ello puede conseguirse por medio de un giro de los ejes coordenados hasta que $(Z^2_{xx} + Z^2_{yy})$ alcance un mínimo o $(Z^2_{xy} + Z^2_{yx})$ un máximo. La práctica usual es, sin embargo, la de aplicar analíticamente giros sucesivos de 5° a los ejes de coordenadas utilizadas en la observación, e interpolar luego para hallar la dirección donde $|Z_{xx}|$, $|Z_{yy}|$ son mínimas y $|Z_{xy}|$, $|Z_{yx}|$ máximas o mínimas. Un ejemplo de ello se reproduce en la figura V-16.

Las fórmulas que se utilizan para el giro son las siguientes:

$$Z'_{xx} = \frac{1}{2}(Z_{xx} + Z_{yy}) + \frac{1}{2}(Z_{xx} - Z_{yy}) \cos 2\theta + \frac{1}{2}(Z_{xy} + Z_{yx}) \,\mathrm{sen}\, 2\theta$$

$$Z'_{xy} = \frac{1}{2}(Z_{xy} - Z_{yx}) + \frac{1}{2}(Z_{xy} + Z_{yx}) \cos 2\theta - \frac{1}{2}(Z_{xx} - Z_{yy}) \,\mathrm{sen}\, 2\theta$$

$$Z'_{xy} = -\frac{1}{2}(Z_{xy} - Z_{yx}) + \frac{1}{2}(Z_{xy} + Z_{yx}) \cos 2\theta - \frac{1}{2}(Z_{xx} + Z_{yy}) \,\mathrm{sen}\, 2\theta$$

$$Z'_{yy} = \frac{1}{2}(Z_{xx} + Z_{yy}) - \frac{1}{2}(Z_{xx} - Z_{yy}) \cos 2\theta - \frac{1}{2}(Z_{xy} + Z_{yx}) \,\mathrm{sen}\, 2\theta$$

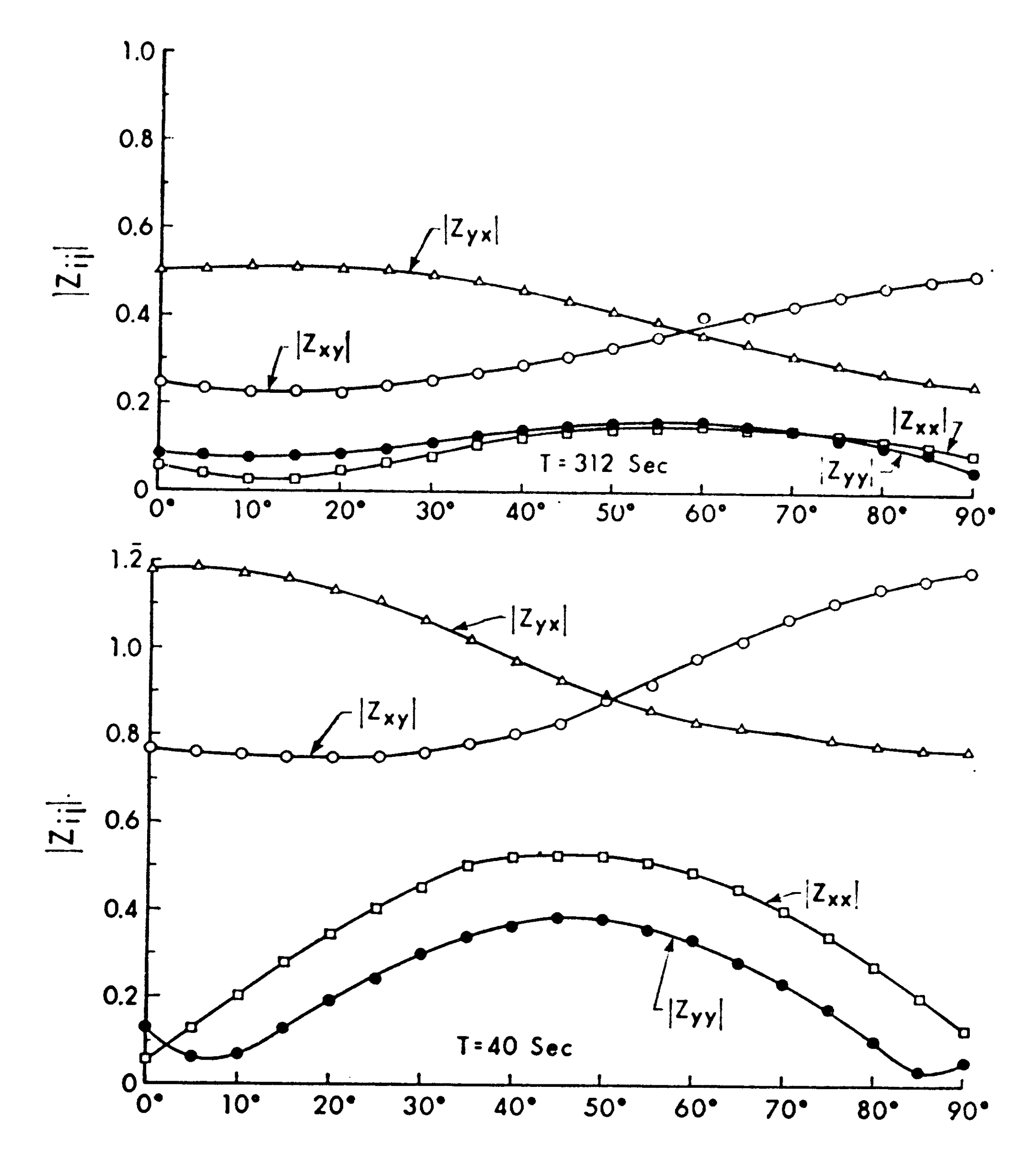


Fig. V-16. Variación de las componentes del tensor impedancia en el SMT, en función del azimut (en abscisas) para dos períodos distintos. Basado en datos tomados el 2-VI-1966 por la Universidad de Alberta. Según RANKIN y REDDY. (Cortesía de la SEG.)

En ellas los valores acentuados representan los de las impedancias después de un giro θ respecto de los ejes iniciales.

V.9.3 Método de Kunetz

Recientemente, KUNETZ (1969, 1972), ha propuesto un nuevo método para la elaboración de los datos magnetotelúricos, y que consisten fundamentalmente en el paso al dominio de tiempos.

De la definición de la impedancia $Z(\omega)$ se deduce que

$$E(\omega) = Z(\omega) \cdot H(\omega) \tag{V.69}$$

que puede interpretarse físicamente considerando al terreno como un filtro (apartado IV.2), en el que, al aplicar la señal $H(\omega)$ se obtiene la salida $E(\omega)$. La impedancia $Z(\omega)$ representa, pues, la función de transferencia del terreno. Como los sensores magnéticos más usados miden en realidad la derivada respecto del tiempo del campo observado, y esta se obtiene mediante multiplicación por $-i\omega$ es ventajoso escribir la ecuación anterior en la forma

$$E(\omega) = \frac{Z(\omega)}{-i\omega}[-i\omega\, H(\omega)] \tag{V.70}$$

a la que corresponde en el dominio de tiempos la

$$E(t) = U(t) * \frac{dH}{dt} = \int_0^\infty U(\tau)\frac{dH}{dt}(t-\tau)\, d\tau \tag{V.71}$$

ya que a multiplicación corresponde convolución (apartado IV.3).

La función $U(t)$ es la transformada de Fourier de $Z(\omega)/-i\omega$. Su cálculo para modelos teóricos, lo realiza Kunetz mediante un desarrollo en serie deducido de $Z(\omega)$. De $U(t)$ puede obtenerse una curva de resistividades aparentes reducidas $\xi(t)$, función del tiempo, tal que

$$\xi(t) = 4\pi^2 \frac{t}{\rho_1} U(t)$$

Kunetz estudia también el cálculo de la función $U(t)$ para los datos de observación de un SMT, partiendo de $E(t)$ y $H(t)$. Este y otros aspectos de la teoría no se expondrán aquí por causa de los extensos cálculos que requieren.

La idea de considerar SMT en el dominio de tiempos fue anticipada por Berdichevskiy *et al* en trabajo presentado en un seminario soviético sobre métodos magnetotelúricos celebrado en 1965, e incluido en la recopilación de Lipskaya y Berdichevskiy (1969). Dichos autores indican que el paso al dominio de tiempos en el SMT equivale a considerar el caso hipotético en que la onda que llega verticalmente desde arriba no varía sinusoidalmente con el tiempo sino que adopta la forma de un impulso, sea del tipo Heaviside, sea del de Dirac. En el referido trabajo se estudian ambas posibilidades, se calculan las curvas teóricas correspondientes (fig. V-17) y se considera la elaboración de los datos experimentales. En el caso de terreno homogéneo la impedancia de onda decrece (en valor absoluto) con el tiempo, con valores tanto más elevados cuanto mayor sea ρ.

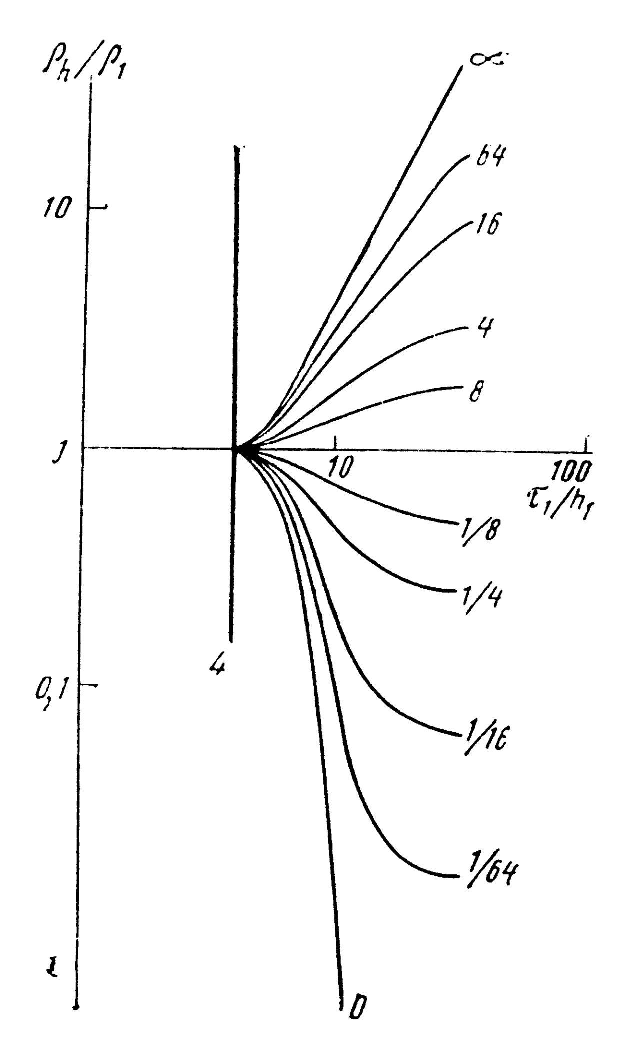


Fig. V-17. Curvas teóricas de SMT en el dominio de tiempos, para un impulso de Heaviside. Corresponden a cortes de dos capas; el índice de cada curva es la relación ρ_2/ρ_1. Según BERDICHEVSKIY *et al.*

V.10 INTERPRETACION

En los SMT, como en los SEV y otros métodos, cabe una primera etapa cualitativa de la interpretación, en la que las curvas ρ_T obtenidas en una campaña se clasifican en grupos, de acuerdo con su morfología, delimitándose así zonas de características geológicas relativamente uniformes (véase PGI, apartado V.13). La inspección y comparación de las curvas permite establecer conclusiones sobre la presencia de un sustrato resistivo conductor, de cambios laterales, etc.

Desde el punto de vista de la interpretación cuantitativa, el método más sencillo consiste en la utilización de sólo la parte derecha de las curvas, en relación con sus propiedades asintóticas (apartado V.6.5). Esta es la base del calicateo magneto-telúrico, del que se habla más abajo.

Más refinada es la interpretación por medio de curvas teóricas, la cual, en líneas generales, es muy semejante a la que se efectúa para el SEV. Curvas patrón de dos capas (fig. V-9) se encuentran en muchos lugares. YUNGUL (1961) y SRIVASTAVA (1967) han publicado curvas de tres capas. Para cortes de mayor número de capas y para las de tres no incluidas en los catálogos puede efectuarse una interpretación aproximada por medio de curvas patrón y curvas auxiliares análogas a las que se utilizan en el método SEV. En este caso existe la ventaja de que basta un solo diagrama auxiliar, que se calcula mediante las fórmulas

$$d' = d_1 + d_2 \qquad \text{(V.72)}$$

$$\rho' = d' \left(\frac{d_1}{\rho_1} + \frac{d_2}{\rho_2} \right)^{-1} \qquad \text{(V.73)}$$

donde d' y ρ' son respectivamente la abscisa y la ordenada de las curvas auxiliares, y d_1, d_2, ρ_1, ρ_2 los espesores y resistividades de la primera y segunda capa. Se trata, pues, del diagrama auxiliar de Ebert utilizado para las curvas *H*, pero que en el SMT es válido, además, para $\rho_2 > \rho_1$ por causa de la circulación horizontal de la corriente (KELLER, 1966). KUNETZ (1969, 1972), propone la interpretación mediante curvas patrón para el dominio de tiempos.

La construcción de curvas teóricas de SMT para cortes multicapas, por medio de curvas de dos capas con error inferior al 5 %, ha sido resuelta por Zavadskaya (1969).

Los resultados de la interpretación por medio de curvas teóricas pueden comprobarse y refinarse por cálculo directo de la curva correspondiente al corte hallado. Si existen diferencias puede rectificarse la solución encontrada hasta que las dos curvas coincidan. Esta operación puede realizarse automáticamente por medio de un ordenador, continuando la operación hasta que la diferencia entre la curva teórica y la de campo sea inferior a un valor prefijado (WU, 1968; NABETANI y RANKIN, 1969). Los espesores y resistividades hallados por medio de la interpretación se representan gráficamente en forma de cortes geoeléctricos como en el SEV (fig. V-18).

En la práctica, existe casi siempre algún cambio lateral de resistividad que influye sobre las curvas de ρ_T, por lo que se hace necesario el cálculo del tensor de impedancias, y la determinación de sus ejes principales. A cada uno de estos corresponderá una curva de ρ_T las cuales serán distintas en general. y sólo serán iguales en caso de homogeneidad lateral.

Muy frecuentemente, la estructura del terreno se comporta aproximadamente como bidimensional. En tal caso, la asimetría *A* es $\ll 1$, según la (V.59) y se cumplirán también las condiciones (V.57) y (V.58).

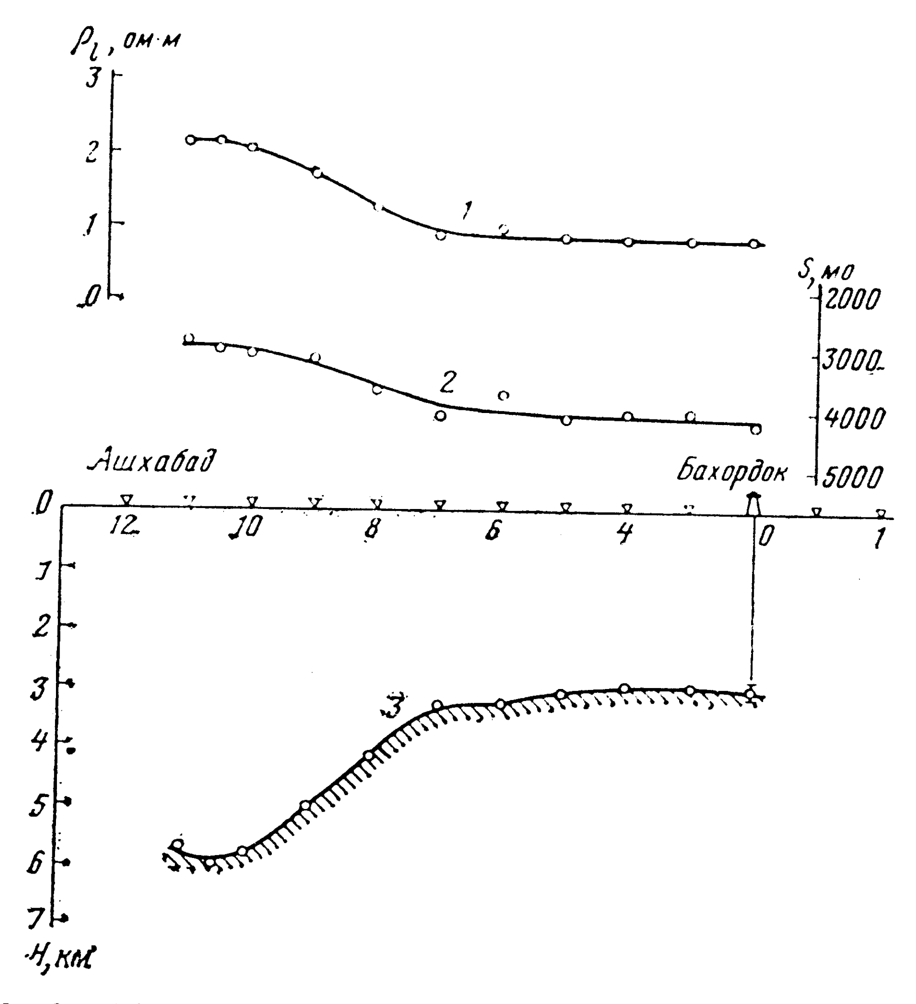


Fig. V-18. Marcha del basamento resistivo a lo largo de un perfil entre Ashkhabad y Bakhordok (República de Turkmenia) determinada por SMT. En la parte superior, curvas de variación de ρ_l (1) y de S (2) sobre el mismo perfil. Según AVAGIMOV *et al.*

Si se efectúa un perfil de SMT ortogonal a las estructuras geológicas los resultados de la interpretación serán distintos para $E_{\parallel}$ y para $E_{\perp}$ tomando como dirección de referencia la normal al perfil. Esta discrepancia se reflejará en los cortes geoeléctricos correspondientes, los cuales, antes de la interpretación definitiva, son sustituidos por pseudocortes en la práctica de algunos geofísicos. En estos pseudocortes, las abscisas representan a escala lineal el perfil, mientras que en el eje vertical de cada SMT anotan las resistividades aparentes sobre una escala logarítmica de frecuencias, en la que las más bajas (de mayor penetración) se encuentran en la parte inferior (fig. V-19). Sobre este gráfico se trazan líneas isorresistivas. Los pseudocortes constituyen, pues, una representación deformada verticalmente de la distribución de resistividades en el terreno, análoga a la de los cortes de tiempo que tanto se utilizan en sísmica de reflexión y las que, por cierto, no vendría mal llamar también "pseudocortes" para evitar malos entendidos.

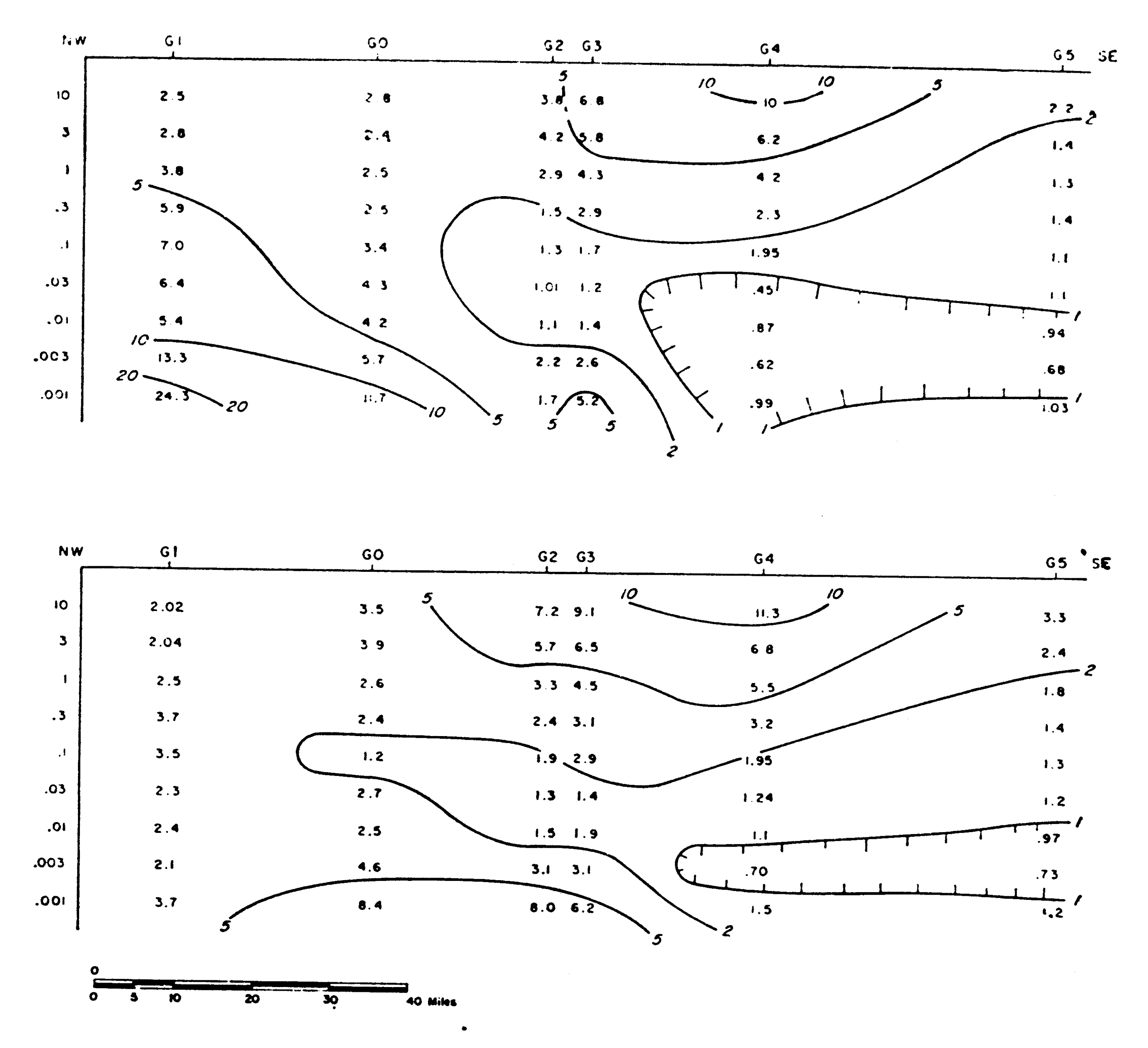


Fig. V-19. Ejemplo de pseudocorte magnetotelúrico, para un perfil del Sur de Tejas. Corte superior, con E ortogonal al rumbo; corte inferior, con E paralelo. La escala de la izquierda indica la frecuencia en hertzios. Las cifras en columnas son las resistividades aparentes, en ohmios-metro, que coresponden a cada SMT y frecuencia. Según VOZOFF. (Cortesía de la SEG.)

Los pseudocortes de $E_{\parallel}$ suelen ser más uniformes y con cambios más suaves que los obtenidos de E. Esto es fácil de comprender si se recuerda lo dicho en el apartado V.7.2, si bien hay que tener en cuenta que, como en las calicatas de corriente continua, la presencia de recubrimiento atenuaría las anomalías. Según hace notar VOZOFF (1972), la continuidad estructural o litológica se sigue mejor en los pseudocortes de $E_{\parallel}$ que en los

de $E_\perp$, mientras que estos últimos señalan de modo más claro y preciso los cambios laterales bruscos. En ausencia de estos, ambos pseudocortes son muy parecidos.

A fin de completar lo dicho, será conveniente resumir los comentarios del autor últimamente citado sobre el efecto magnetotelúrico de discontinuidades delgadas subverticales (diques).

a) *Fallas.*

La experiencia de otros métodos de prospección eléctrica indica que, muy frecuentemente, las fallas se comportan eléctricamente como capas delgadas conductoras. Estas no ejercen influencia apreciable sobre las curvas de $E_\perp$ incluso cuando su buzamiento es de 45°, a menos que lleguen hasta muy cerca de la superficie. En cambio, la presencia de la falla conductora se manifiesta en el pseudocorte de $E_\parallel$ por una especie de valle conductor, y por un mínimo entre dos máximos en la curva de $H_z/H_\perp$ para una frecuencia fija y adecuada.

b) *Dique resistivo.*

Su presencia se manifiesta en las curvas y pseudocortes de $E_\perp$ pero no en los de $E_\parallel$ ni en la componente vertical.

Hasta ahora no se ha podido abordar de modo efectivo el estudio de estructuras tridimensionales, aunque existe un trabajo teórico de WAESELINCK (1967). KUNETZ (1969, 1972) ha propuesto métodos de interpretación directa tanto en el dominio de frecuencias como en el de tiempos, para modelos monodimensionales.

Son muchos los trabajos publicados sobre casos prácticos de prospección magnetotelúrica, entre los que resaltan, por lo completo de la información, los de REDDY y RANKIN (1971) y de MITCHELL y LANDISMAN (1971). Deben mencionarse también los de TIKHONOV *et al* (1964), PLOUFF (1966), VOZOFF y ELLIS (1966), JAIN y WILSON (1967), VOZOFF y SWIFT (1968), y VOZOFF (1972).

En la publicación de LIPSKAYA y BERDECHESKIY (1969) se incluye una docena de trabajos sobre los resultados del SMT en diversas regiones de la Unión Soviética.

V.11 MODALIDADES ESPECIALES

Además del método magnetotelúrico clásico, al que se refieren en su mayor parte los párrafos anteriores, se utilizan modificaciones del mismo, que se describen seguidamente.

V.11.1 Calicateo magnetotelúrico

Este procedimiento se emplea mucho en la Unión Soviética y consiste en esencia en la ejecución de SMT en los que se observan períodos relativamente largos (10 a 60 segundos o más) de modo que se obtiene sólo la parte ascendente de la curva ρ_T de la que se deduce el valor de la conductancia S (apartado V.6.5). La profundidad del basamento resistivo se calcula mediante estimaciones de ρ_l como en el método SET. Las ventajas de este sistema estriban en su rapidez y economía respecto del SET y del SMT usual. La producción mensual de un equipo oscila entre 20 y 40 sondeos por mes; las profundidades alcanzadas normalmente son de 3 a 4 km, y se emplea para estudios regionales petroleros.

La teoría básica del método se debe a BERDICHEVSKY (1960 *b*) quien ha publicado otros trabajos sobre el tema (BERDICHEVSKY y ZAVADSKAYA, 1966; ídem, BUBNOV y LIPILIN, 1966; ídem, BEZRUK y KLUCHKIN, 1966) e incluso un libro (BERDICHEVSKY, 1968).

Entre los perfeccionamientos que se proponen en los artículos mencionados, figura la separación de las partes real e imaginaria de la impedancia, de la primera de las cuales se deduce S, y de la segunda, para períodos muy grandes, la profundidad aproximada del sustrato; así como el método del calicateo combinado. En este último procedimiento, se registran las variaciones de los campos eléctrico y magnético en la banda de 10 ó 20 segundos a 60 ó 100 segundos de período, y ello se efectúa simultáneamente en los puntos de observación elegidos y en una estación fija o base. El tiempo de registro es más corto de lo usual, por lo que el coste de la investigación se reduce en un tercio o en un medio. En cada punto se obtienen tres parámetros, la S, el factor telúrico K (que se define en el capítulo VI, y el N o magnético.

V.11.2 Métodos de audiofrecuencia

El campo de las micropulsaciones geomagnéticas es de intensidad muy reducida para frecuencias superiores a 1 Hz. Tales frecuencias no faltan, sin embargo, en el campo electromagnético natural, pero su origen radica en las descargas eléctricas de las tormentas (véase el apartado IX.4). En los SMT usuales, las frecuencias registradas no suelen sobrepasar los 10 Hz, de modo que sólo se utiliza el margen inferior de este campo natural. Varios autores han propuesto y aplicado métodos de SMT en la banda de audiofrecuencia, como los que se describen a continuación.

En sus últimos años, el profesor Cagniard trabajó sobre lo que denominaba *magnetotelúrico minero*, cuyo objeto era la ejecución de mediciones de ρ_T en un margen de frecuencias lo suficientemente alto para que la información obtenida correspondiese a profundidades pequeñas, inferiores a pocos centenares de metros, lo que incluiría la ventaja suplementaria

de que el instrumental necesario sería pequeño y liviano. La casa ECA, de Meudon-Bellevue (Francia), fabrica desde hace algún tiempo equipos de estas características, distribuidos en dos cajas y una bobina magnetométrica. El conjunto trabaja en ocho frecuencias, comprendidas entre 8 y 1700 Hz, las cuales se separan del campo electromagnético natural por medio de filtros adecuados. Un circuito de compensación compara la señal del magnetómetro con la de una línea telúrica de sólo 50 m de longitud, con lo que se obtiene de modo directo la resistividad ρ_T para cada frecuencia. Según el folleto de la casa constructora, la duración de un sondeo es de 15 a 20 minutos. En dicho folleto no se hace mención del carácter direccional de ρ_T.

SLANKIS *et al* (1972) describen un método prospectivo en el que sólo se trabaja con la frecuencia natural de 8 Hz de modo que lo que se efectúa en realidad son calicatas, con el fin de detectar yacimientos de sulfuros conductores. La elección de dicha frecuencia se basa en la intensidad y constancia notables con que aparece en el espectro electromagnético natural.

Desde 1963, la compañía Kennecott está experimentando un sistema que denomina AMT ("Audio Frequency Magnetotellurics") cuyo fundamento parece ser el mismo que el del magnetotelúrico minero de Cagniard, pero que, por causa de la técnica empleada y de las características del campo natural, sólo puede emplearse en verano.

V.12 FINAL

En este capítulo sólo han podido esbozarse los aspectos fundamentales del método magnetotelúrico, ya que, aunque se encuentra en plena evolución, es por ahora el más desarrollado de los métodos de sondeo eléctrico por campo variable. Es además, entre éstos, el único al que se ha prestado atención tanto en la Unión Soviética como en Occidente. Entre sus ventajas está la posibilidad de alcanzar profundidades de centenares de km (*). Sin embargo, es menos sensible a los contrastes de resistividad que otros tipos de sondeo, puesto que lo que en él influye es la raíz cuadrada del cociente de las resistividades y no este mismo.

(*) Una recopilación de los resultados del SMT profundo, junto con la bibliografía pertinente, se encuentra en KELLER (1971).

Existe además una publicación soviética de LIPSKAYA y BERDICHEVSKIY (1969) con 34 artículos sobre el tema. Tales resultados tienen gran interés para estudios sobre la corteza y el manto superior, y para determinar la profundidad de las cámaras de magma en regiones volcánicas.

La aplicación práctica del método por parte de los geofísicos soviéticos se inclina hacia procedimientos en los que se busca ante todo la rapidez y la economía, mientras que los americanos buscan información más refinada, pero los segundos no han conseguido hasta ahora la inclusión del método entre los usuales en la prospección petrolera occidental; de esto último no son responsables ellos ni el método, sino el apego a los métodos tradicionales en los que dirigen dicha prospección en Occidente.



EL METODO DE LAS CORRIENTES TELURICAS

VI.1 INTRODUCCION

El de las corrientes telúricas es en realidad un método de calicateo electromagnético regional. Se trata, en cierto modo, de una combinación de varios SMT, incompletos por falta de la medición del campo magnético. Entonces sólo cabe proceder por medio de observaciones simultáneas en dos o más estaciones distintas, con lo que se obtienen resultados relativos que permiten comparar entre sí los cortes geoeléctricos existentes bajo ellas, pero sin que se determinen los valores absolutos de la profundidad del sustrato, o de la conductancia total hasta éste.

Históricamente, el método de las corrientes telúricas (MCT) es anterior al magnetotelúrico. En su origen se encuentra, una vez más, la gran figura de Conrad Schlumberger. Este eminente geofísico francés, ante las perturbaciones producidas por las corrientes telúricas sobre las investigaciones geoeléctricas en corriente continua, tuvo la idea (ya en 1921) de utilizar tales corrientes como base de un nuevo método prospectivo, cuyos primeros ensayos se realizaron alrededor de 1934. La pripera publicación sobre el tema no apareció hasta cinco años más tarde (SCHLUMBERGER, 1939) pero su autor no es Conrad Schlumberger, muerto en 1936, sino su hermano Marcelo.

El MCT fue aplicado extensamente por la Cíe. General de Geophysique, en especial en Francia y países dependientes, con un total de 565 equipos-mes entre 1941 y 1955. Desde entonces la aplicación de este método ha disminuido en Occidente. No así en la Unión Soviética, donde

el MCT empezó a usarse como método normal para la prospección petrolera en 1954. Cinco años después trabajaban en dicho país 24 equipos telúricos, número que había ascendido a 70 en 1965. Entre las investigaciones realizadas puede citarse el estudio de una zona de 100.000 km^2 en las llanuras de Siberia Occidental, en el que se detectaron abundantes estructuras mezozoicas.

El MCT se utiliza en la Unión Soviética para estudios estructurales en la búsqueda de petróleo, generalmente combinado con un segundo método que puede ser el magnetotelúrico, el SEV, el SD, el SET o incluso el sísmico. El MCT sirve para enlazar y rellenar la información obtenida en puntos clave por el segundo método, extendiéndola a toda la zona.

Las ventajas de tales combinaciones son fundamentalmente económicas, pues el coste de la investigación es sólo una fracción, del orden de la quinta o la séptima parte, respecto del método sísmico, si éste se utilizara exclusivamente. Las profundidades máximas alcanzadas por el MCT, en el país mencionado, son de 3 a 4 km, y el número de estaciones o bases medidas durante un mes, oscila entre 40 y 80.

VI.2 LAS CORRIENTES TELURICAS

Las primeras corrientes eléctricas naturales descubiertas en el terreno fueron las producidas por los fenómenos de polarización espontánea que, por su carácter puramente local, no pueden considerarse como "telúricas". Estas afectan, en realidad, a toda la Tierra, y las primeras observaciones sobre su existencia se deben a los ingenieros de telégrafos.

Cuando se tendían las primeras redes telegráficas se pensó en utilizar el terreno como línea de retorno dada su conductividad, con lo que la cantidad de cable necesaria se reduciría a la mitad. Al llegar a la práctica esta idea, aparecieron los efectos de ciertas corrientes eléctricas naturales, de comportamiento muy irregular, las cuales abarcaban grandes extensiones de terreno. La intensidad de estas corrientes aumentaba extraordinariamente cuando se presentaban auroras boreales, con lo que se perturbaban las comunicaciones hasta el punto de llegar a hacerse imposibles en ciertos intervalos. Precisamente a raíz de la aparatosa aurora boreal del 17 de noviembre de 1847, el ingeniero inglés Barlow realizó el primer estudio sistemático de las corrientes telúricas (*).

Lamont estableció en Mónaco, en 1859, la primera instalación fija u observatorio para el estudio de las corrientes telúricas, con líneas muy

---

(*) Durante la aurora boreal del 10 de febrero de 1957, acompañada por una intensa tormenta magnética, aparecieron tensiones de hasta 2650 voltios entre los extremos del cable Escocia-Terranova de la Bell Telephone.

cortas (200 m). Poco después (1865) Charles Mateucci montó en la llanura de San Mauricio (Francia) dos líneas telúricas ortogonales, de 6 kilómetros de longitud y con electrodos impolarizables. En el mismo año comenzó el funcionamiento ininterrumpido de la instalación del observatorio de Greenwich, con líneas de 13 y 16 km, debida a Airy, y cuyo montaje había comenzado tres años antes. Desde entonces fueron montándose líneas telúricas en muchos observatorios, como los de París (Parque de San Mauro), Berlín, etc.

Desgraciadamente los observatorios telúricos encontraron pronto un feroz enemigo que los fue inutilizando sucesivamente: el tranvía. Las líneas eléctricas de este medio de transporte producen fuertes e irregulares perturbaciones que oscurecen e inutilizan los registros de corrientes telúricas. Se procedió a efectuar las instalaciones en lugares alejados de tranvías y otras causas de perturbación, pero aun así muchas han sucumbido víctimas del progreso industrial. Por ejemplo, las líneas telúricas del Observatorio Geofísico de Toledo dejaron de proporcionar resultados útiles cuando fue electrificado el ferrocarril Madrid-Andalucía, a pesar de que su distancia mínima al citado observatorio es de 25 km. KUNETZ (1961) ha estudiado el efecto de los tranvías de Lyon sobre las mediciones telúricas. La serie más completa de registros telúricos es la del Observatorio del Ebro, en Tortosa, perteneciente a la Compañía de Jesús. Dichos registros abarcan ininterrumpidamente desde 1910 hasta 1938, fecha en que hubo de suspenderse el funcionamiento de los aparatos por causa de la guerra.

Las corrientes telúricas están íntimamente ligadas con las variaciones geomagnéticas, con las auroras boreales, y con los fenómenos ionosféricos, pues todos ellos dependen de la actividad solar. Por lo tanto, puede aplicarse a las primeras todo lo dicho en el capítulo anterior sobre las variaciones del campo geomagnético.

Los registros de corrientes telúricas obtenidos simultáneamente en puntos distantes presentan estrecha semejanza. A este efecto, son de destacar los estudios del francés BLAVIER, publicados en 1884. Este investigador pudo utilizar diversas líneas telegráficas, abandonadas por su sustitución por otras subterráneas, y comprobó la casi identidad de los registros de líneas muy distantes. En aquellos tiempos, las perturbaciones industriales eran prácticamente inexistentes y como dice Cagniard, no volverá a presentarse ocasión parecida. Blavier pudo utilizar, sin problemas, una línea de 1800 m tendida en pleno París. "¡Epoca bendita para los estudios telúricos"! exclama Cagniard al citar este último dato (*).

La correlación entre campos telúricos distantes establecida por Blavier se refería, como es lógico, a variaciones de largo período, únicas que

(*) Como puede verse, los estudios de las corrientes telúricas figuran entre los primeros afectados por la contaminación industrial.

entonces podían estudiarse. Los muy abundantes datos recopilados por la Cía. General de Geophysique durante sus campañas prospectivas demuestran que también existe correlación cualitativa, a veces muy estrecha, entre registros simultáneos tomados en Francia y Marruecos, o incluso entre Francia y Madagascar.

No deben confundirse las corrientes telúricas con las que se observan en los cables submarinos o próximas a la costa, que presentan la misma periodicidad de las mareas y que tienen su origen en fenómenos de electrofiltración y en el movimiento de las aguas en el campo geomagnético. Sobre esta cuestión y sobre otras referentes a las corrientes telúricas en sus aspectos no prospectivos remitimos al lector a CAGNIARD (1956) y al tratado clásico de CHAPMAN y BARTELS (1951).

El registro de las corrientes telúricas debe hacerse por medio de dos líneas ortogonales. Si se componen los valores respectivos correspondientes a un momento determinado se obtiene un vector que señala la dirección instantánea de la corriente. En el curso del día, tal dirección va cambiando, de modo que el extremo del vector, al mismo tiempo que cambia de módulo, describe una curva irregular o bucle de aspecto general parecido a una elipse, y que se cierra aproximadamente cada veinticuatro horas. La forma y tamaño del bucle así determinado varían de un observatorio a otro, y para un mismo lugar, van cambiando a lo largo de las estaciones, con período anual. En algunos observatorios el bucle es muy aplastado, es decir, que las corrientes telúricas tienen una dirección preferente de claro predominio (fig. (VI-1).

Como es natural, en los registros telúricos lo que se mide no es la

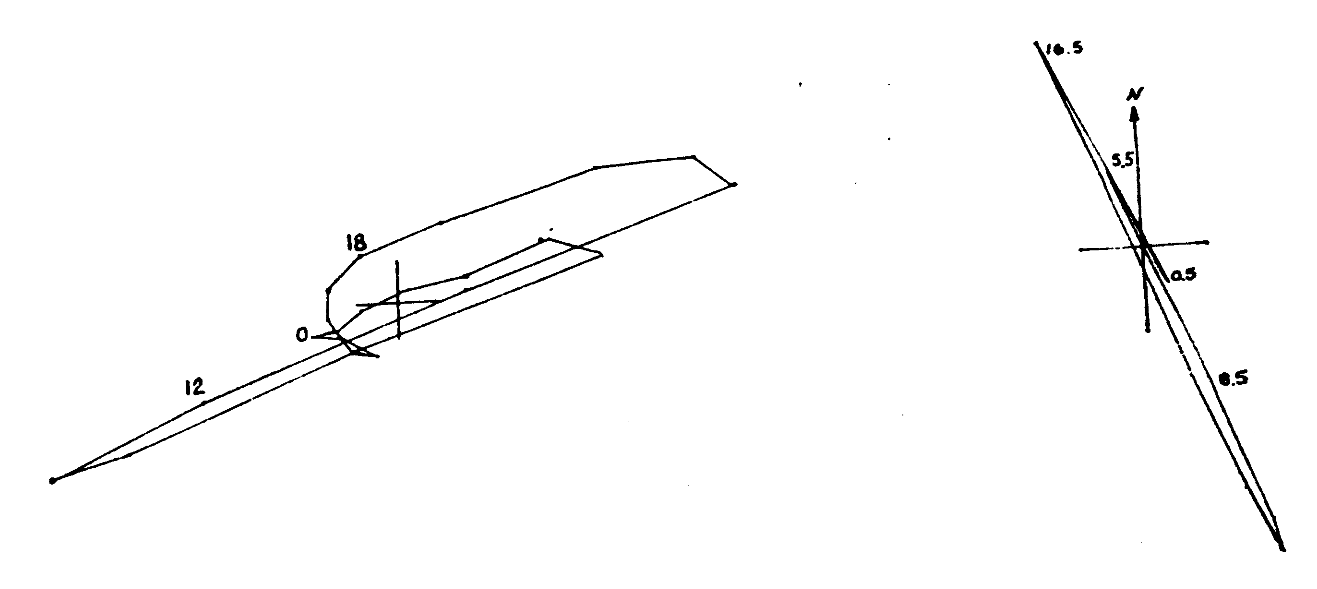


Fig. VI-1. Hodógrafas telúricas registradas en los observatorios de Toledo (izquierda) y del Ebro (derecha). Obsérvese la polarización lineal que predomina en el segundo. Las cifras representan las horas del día. (Según De Miguel.)

intensidad de corriente, que carece de sentido en un medio tridimensional, sino la diferencia de potencial entre los extremos de la línea. Como esta d.d.p. depende de la longitud de la línea, o sea de la distancia entre electrodos, se normalizan los valores observados dividiendo por dicha distancia, con lo que se obtiene el valor medio del campo eléctrico a lo largo de la línea. Los datos habrían de expresarse, pues, en mV/m, pero esta unidad resulta demasiado grande en la práctica, por lo que se emplea el mV/km.

Parece que el campo telúrico no posee componente continua, pero ello no puede afirmarse con seguridad, dado el efecto perturbador de la polarización de los electrodos. Los valores registrados normalmente en las latitudes bajas y medias son variaciones del orden de algunos mV o decenas de mV, mientras que en las regiones polares se alcanzan campos mil veces mayores. Estas cifras aumenta en los días de agitación magnética y más aún durante las tormentas magnéticas. Las "variaciones rápidas", que se miden en la prospección y que corresponden a las micropulsaciones, suelen presentar valores de pocos mV/km.

VI.3 PRINCIPIO DEL METODO

El método de las corrientes telúricas se basa en dos hipótesis o postulados, cuyo cumplimiento es necesario para que la aplicación del método sea válida, y que son las siguientes:

a) *Postulado de uniformidad.*

Se supone que la causa de las corrientes telúricas es lo suficientemente uniforme o alejada para que el campo producido en el terreno sea también uniforme, si el subsuelo es homogéneo.

b) *Postulado de penetración.*

Consiste en admitir que la frecuencia de las corrientes telúricas observadas es lo suficientemente baja para que, sin atenuación notable, alcancen a un sustrato aislante.

Si se cumplen estos dos postulados, las corrientes telúricas pueden imaginarse como si constituyeran una capa o manto de intensidad total constante, limitada superiormente por la superficie del terreno, e inferiormente por el techo del sustrato aislante. Por lo tanto, en las zonas donde el sustrato se eleva, la corriente habrá de "comprimirse" con el consiguiente aumento de la densidad de corriente y del campo eléctrico en la superficie, mientras que cuando la sección se ensanche por descenso del basamento, disminuirán dichas densidad y campo. Este dependerá, en último término, de la conductancia longitudinal unitaria *S* (PGI, apartado

IV.5.3) del corte geoeléctrico correspondiente a cada punto de observación.

Si no se cumpliese el segundo postulado, las corrientes se atenuarían hasta desaparecer antes de alcanzar el techo del sustrato, y no se podría obtener información sobre él.

La "pintura mental" descrita sólo es válida para un instante cualquiera, ya que las corrientes telúricas cambian incesantemente de intensidad y dirección. Las mediciones del campo eléctrico habrían de efectuarse simultáneamente en todas las estaciones. Esta se evita, sin embargo, utilizando sólo dos, una fija o *base* y una *móvil*. En efecto, se deduce de lo anterior (y se verá con más rigor en lo que sigue) que la relación de los campos medidos en dos puntos cualesquiera, para una misma dirección de la corriente, es constante, y sólo depende de la ubicación de aquéllos. Por lo tanto, las observaciones efectuadas por la estación móvil en puntos diferentes, podrán compararse entre sí, aunque no sean simultáneas, por referencia a la base, si esta ha funcionado mientras tanto.

Para precisar lo dicho, considérese (fig. VI-2) un terreno en el que se corta mentalmente un bloque limitado por su superficie, plana y hori-

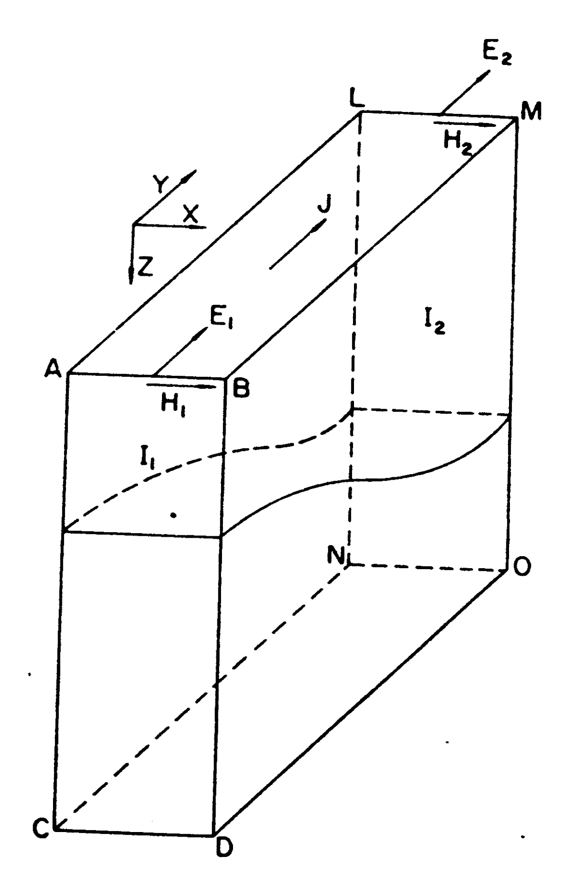


Fig. VI-2. Paralelepípedo rectangular de 1 m de anchura en la dirección AB, cortado en un terreno con sustrato aislante y superficie ABLM, según la dirección instantánea (*y*) de las corrientes telúricas.

zontal, un sustrato aislante, dos planos verticales paralelos a la dirección y, distantes un metro entre sí, y otros dos verticales, según la dirección x. Supóngase también que sobre este terreno incide verticalmente una onda electromagnética plana, polarizada de modo que $E_x = 0$, $H_y = 0$, y debida a una micropulsación geomagnética. Por causa de la baja frecuencia de éstas, la segunda ecuación de Maxwell (I.14) puede escribirse despreciando las corrientes de desplazamiento,

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \qquad \text{(VI.1)}$$

Refiriendo esta ecuación al rectángulo $ABCD$ y aplicando el teorema de Stokes, se tiene

$$\int \mathbf{H}_1 \, d\, l = \int \mathbf{J}_1 \, d\, s = I_1 \qquad \text{(VI.2)}$$

si es I_1 la corriente total que penetra a través del rectángulo indicado. En cuanto a la integral de línea, su valor es H_1 o sea el valor de H en el segmento AB. En efecto, las contribuciones de los lados AC y BD son iguales y contrarias, pues el campo H variará en ellos con la profundidad del mismo modo, dada su pequeña separación; y por otra parte, el campo en el lado CD puede considerarse nulo por la atenuación debida a la profundidad; si no fuese así, bastaría aumentar convenientemente la profundidad de C y D por debajo del sustrato, lo que no modificará el valor de I_1. Se tiene, pues,

$$I_1 = H_1 \times 1$$

Análogamente se prueba, en el rectángulo $LMNO$, que

$$I_2 = H_2 \times 1$$

siendo I_2 la intensidad total de corriente que atraviesa dicho rectángulo, y H_2 el poder imanador en el segmento LM. Como quiera que la condición de continuidad exige que $I_1 = I_2$, resulta que $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_2$, o dicho más precisamente,

$$H_{1x} = H_{2x} \qquad \text{(VI.3)}$$

lo que indica que el valor de H es independiente del espesor de la columna sedimentaria suprayacente al zócalo aislante. Ello se deduce también, independientemente, de la igualdad segunda de las (II.117). Ahora bien, las impedancias de onda Z_1, Z_2 en los puntos 1 y 2 vienen dadas por

$$Z_1 = \frac{E_{1y}}{H_{1x}}; \qquad Z_2 = \frac{E_{2y}}{H_{2x}} \qquad \text{(VI.4)}$$

por lo que la relación p entre los campos E_{1y}, E_{2y} medidos *simultáneamente* en las estaciones 1 y 2 será

$$p = \frac{E_{2y}}{E_{1y}} = \frac{E_{2y}}{H_{2x}} \cdot \frac{H_{1x}}{E_{1y}} = \frac{Z_2}{Z_1} \qquad \text{(VI.5)}$$

y da directamente la relación entre las impedancias de onda correspondientes a dichas estaciones.

Cuando se efectúa un SMT sobre un corte con sustrato aislante, se cumple, según se vio en el apartado V.6.2, que

$$|\rho_T| \propto S^{-2} \qquad \text{(VI.6)}$$

para los puntos de la curva que corresponden a períodos lo suficientemente grandes para que la curva $|\rho_T|$ coincida prácticamente con su asíntota, siendo S la conductancia total del corte. No es difícil ver que esta condición equivale al cumplimiento del postulado de penetración aludido al principio de este apartado. En efecto dicha propiedad asintótica se cumple cuando la frecuencia es tan baja que predomina la acción del sustrato aislante, y ello no podría ocurrir si el campo no alcanzase el sustrato con amplitud suficiente. Por otra parte, de la (V.12) se deduce que

$$|\rho_T| \propto Z^2 \qquad \text{(VI.6 a)}$$

suprimiendo por innecesario el acento que en aquella llevaba la Z (impedancia medida en superficie). Combinando la (VI.6) con la (VI.6 a) se obtiene

$$Z \propto S^{-1} \qquad \text{(VI.7)}$$

de donde resulta que la relación p entre los valores del campo telúrico observados simultáneamente en dos estaciones es igual a la relación inversa entre las conductancias totales de los cortes geoeléctricos respectivos, siempre que se cumplan los postulados de uniformidad y de penetración.

Lo dicho puede expresarse de otro modo, considerando que lo que se hace en el MCT es obtener, para cada estación, un punto de la asíntota de la curva $|\rho_T|$ correspondiente a ella.

VI.4 OBSERVACIONES DE CAMPO

VI.4.1 Ubicación de las estaciones

De lo dicho anteriormente se deduce que en el método de las corrientes telúricas las observaciones han de efectuarse simultáneamente en dos estaciones, una fija que es la *base*, y otra móvil, que se va instalando sucesivamente en una serie de emplazamientos que cubran, con densidad suficiente para el fin buscado, la zona en estudio, generalmente una cuenca sedimentaria. La distancia entre la estación móvil y la base

está limitada por la exigencia de que entre una y otra pueda establecerse una relación lineal del tipo que se indica en el apartado siguiente. En estudios de zonas muy extensas, esta condición obliga a la utilización de varias estaciones base. En la práctica, la distancia entre la estación móvil y su base puede llegar a 60 ú 80 km cuando están situadas en el centro de una cuenca sedimentaria extensa, pero este límite suele reducirse a 25-30 km cerca de los bordes (BERDICHESKIY, 1960). Cuando se emplean varias bases, éstas han de relacionarse entre sí por medio de observaciones simultáneas cuidadosas y repetidas, análogamente a como se hace, en condiciones semejantes, en el método gravimétrico.

Unas y otras estaciones han de situarse en zonas donde los parásitos industriales presentan poca amplitud, y que estén alejadas de accidentes topográficos bruscos.

VI.4.2 Dispositivo de medición

La necesidad de determinar el azimut de las corrientes telúricas lleva al empleo en cada estación de dos líneas de medición M_1N_1, M_2N_2, ortogonales entre sí, aunque en casos especiales en que esto último no es posible, se utilizan líneas cuya separación angular es sólo de 70-80°.

Cada una de estas líneas tiene sus extremos a tierra, y va conectada a un instrumento que registra la d.d.p. entre ellos. Se trata, pues, de un circuito idéntico al de recepción en el método SEV, por lo que puede aplicarse a él todo lo dicho sobre éste en PGI.

Las tomas de tierra consisten en electrodos impolarizables del tipo usual; los geofísicos soviéticos indican que también pueden obtenerse buenos resultados con tomatierras compuestos por varios electrodos metálicos cuando la temperatura ambiente es tan baja que se congela la disolución de SO_4Cu. Algunos geofísicos americanos reemplazan esta sal por sulfato de zinc o cloruro de cadmio (muy venenoso) con varillas del mismo metal, como es obvio.

La longitud de cada línea debe ser suficiente para que la d.d.p. ΔV que aparezca entre sus extremos pueda medirse sin dificultad, lo que suele conseguirse con distancias entre electrodos de 200 a 600 m. La disposición mutua de estas líneas puede hacerse de tres modos distintos: en cruz, en T y en L, que se representan en la fig. VI-3. En el último tipo de dispositivo, los electrodos N_1 y M_2 deben distar entre sí 15 m al menos, para evitar interferencias entre los dos canales. Las normas soviéticas indican que la distancia entre electrodos debe ser conocida con exactitud del 1 %, y sus azimutes, con error inferior a 2-3°. Si existiese cerca de la estación un cortado o desnivel, ningún electrodo debe quedar situado respecto de él a menos de 20 veces su altura (BERDICHEVSKIY, 1960).

Cada una de las líneas MN va conectada a un instrumento registrador

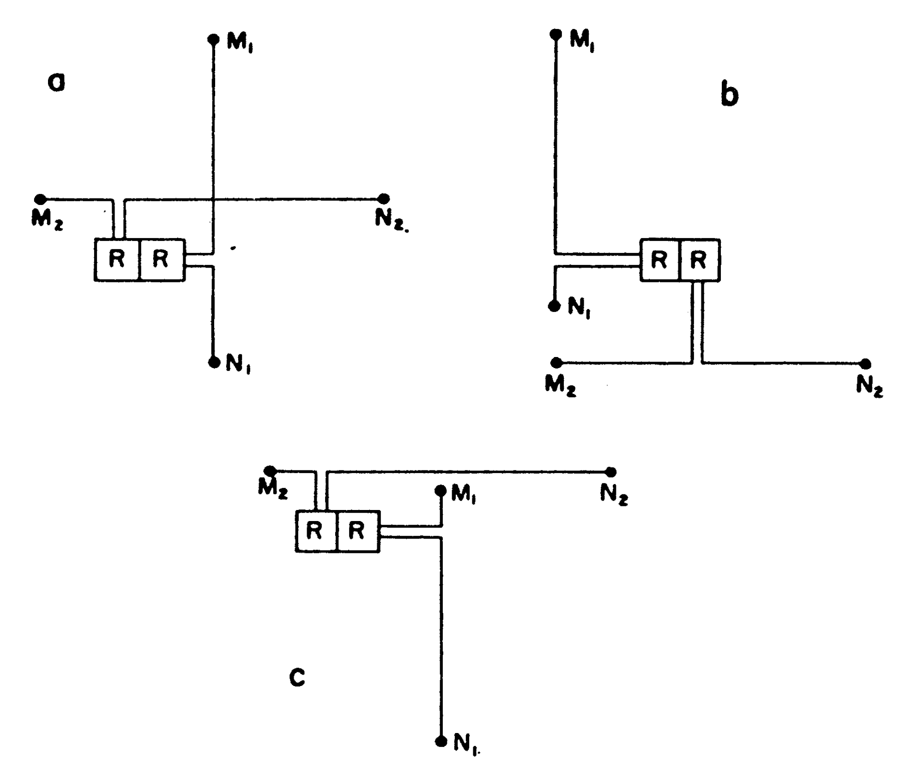


Fig. VI-3. Configuraciones de líneas que se emplean en la observación de las corrientes telúricas. *a*, en cruz; *b*, en L; *c*, en T. R, milivoltímetro registrador, o galvanómetro de espejo.

del valor ΔV correspondiente. En los primeros tiempos de la prospección telúrica se empleaba a este efecto el registro fotográfico por medio de galvanómetros de espejo. Para que no hubiese confusión entre una y otra línea, dado que ambos registros se efectuaban en la misma banda de papel fotográfico, uno de los haces luminosos era doble. Los instrumentos de este tipo tenían como inconvenientes principales su muy reducida impedancia de entrada y la necesidad de revelado. Dada la baja frecuencia de los fenómenos observados, puede utilizarse ventajosamente un potenciómetro registrador con inscripción por tinta y dos canales, sistema exento de las desventajas indicadas. Más recientemente se prefiere, sin embargo, el registro en cinta magnética, muy adecuado para la elaboración automática de los datos.

La energía eléctrica necesaria para el funcionamiento de los instrumentos registradores puede obtenerse fácilmente por medio de un grupo motor-generador pequeño, de los que existen en el mercado modelos excelentes, algunos de ellos especiales para instrumentación.

VI.4.3 Sincronización

No sería posible relacionar entre sí los registros de dos estaciones si aquellos no llevasen inscritas señales de tiempo que permitiesen estable-

cer la simultaneidad de los pares de valores comparados. Son varios los sistemas que se emplean para establecer tales señales de sincronización. En todos los casos, sobre los registros se incriben líneas verticales de referencia cada 5 segundos u otro intervalo semejante; el problema es relacionar entre sí los de una y otra base. El método más eficaz para la sincronización consiste en la comunicación por radio entre las dos estaciones, en especial instalando telerrelés que permiten inscribir simultáneamente en ambos registros señales de referencia. Sin embargo, cuando la distancia entre la base y la estación móvil es grande, el radio-enlace entre ellas puede ser precario, a menos que se utilicen emisoras muy potentes, necesariamente pesadas y voluminosas.

Otro medio de sincronizar los registros es la recepción de señales horarias radio-difundidas, en especial las que provienen de emisoras dedicadas exclusivamente a esta tarea, como la norteamericana WWV. El inconveniente principal de este sistema es que en la zona de trabajo la recepción de tales señales puede ser insegura, máxime si se tiene en cuenta que la recepción mejora durante la noche, mientras que el registro de las corrientes telúricas suele hacerse de día, que es cuando se producen en ellas las mayores variaciones.

El empleo de cronómetros previamente sincronizados es otro método posible, facilitado por el progreso contemporáneo en la exactitud de estos instrumentos.

Por último, existe un método de sincronización que, aunque tosco, es ingenioso y puede dar muy buenos resultados. Se basa en que en los registros telúricos suelen aparecer máximos o mínimos estrechos y puntiagudos, producidos por "atmosféricos". Como quiera que la llegada de cada uno de estos a las dos estaciones puede considerarse simultánea, tales señales pueden utilizarse para la sincronización de los registros. Es preciso que el número de estos "atmosféricos" no sea excesivo, para que no haya dudas en su identificación.

VI.4.4 Ruidos

La observación de las corrientes telúricas puede verse perturbada por la presencia de ruidos, casi siempre de origen industrial. Los tipos principales de estas perturbaciones son las siguientes:

a) Inducción producida por líneas de transporte de corriente alterna. Dada su elevada frecuencia respecto de los fenómenos telúricos, esta inducción se manifiesta por un ensanchamiento borroso de las curvas de los registros. Las perturbaciones mayores se producen cuando existe paralelismo entre la línea perturbadora y la telúrica, y desaparecen si son ortogonales. El efecto de este tipo de ruido no es grave, pues desaparece a uno o dos kilómetros de distancia, y además, cabe la posibilidad de atenuarlo mediante filtros.

b) Efectos producidos por instalaciones industriales de corriente continua, y sobre todo, por ferrocarriles eléctricos. Esta clase de ruido es la que entorpece más gravemente las mediciones telúricas, tanto por su intensidad como por su irregularidad. Hasta ahora no existe modo eficaz de eliminarlo, por lo que cada zona industrial o ferrocarril eléctrico determina una región relativamente extensa donde no pueden efectuarse tales mediciones y que alcanza hasta 20 ó 30 km de distancia de la fuente perturbadora y a veces, mucho más. Así, KUNETZ (1961) indica que la perturbación causada por la ciudad de Lyon influía sensiblemente en mediciones telúricas efectuadas a 40 km de distancia, y BERDICHESKIY (1960) afirma que cuando hay rocas resistivas a poca profundidad, las interferencias industriales se perciben a 70 y hasta 100 km de su fuente. En el trabajo de Kunetz mencionado se describen varios métodos que se han intentado para la eliminación de estos efectos.

El viento constituye otra causa perturbadora cuando agita el cable de una línea telúrica, pues esta se mueve entonces en el campo geomagnético, con la consiguiente producción de corrientes inducidas, pero esta perturbación se evita tendiendo los cables de modo que el viento no pueda moverlos.

VI.4.5 Duración de las observaciones

En cada estación móvil deben registrarse las corrientes telúricas durante un lapso suficiente para que queden registradas algunas decenas de ciclos de variaciones geomagnéticas de frecuencia baja (período superior a 8 segundos). Ello exige tiempos de observación que oscilan entre 15 minutos y varias horas, en función del nivel de actividad geomagnética durante la ejecución del registro. Cuanto mayor sea la S del corte geoeléctrico bajo la estación, tanto más largos habrán de ser los períodos observados, de acuerdo con el postulado de penetración. Interesa también que las amplitudes registradas, una vez compuestas vectorialmente, correspondan a azimutes muy diferentes. Esto es difícil de conseguir cuando las corrientes telúricas se presentan linealmente polarizadas.

VI.5 ELABORACION DE LAS OBSERVACIONES

VI.5.1 Principios básicos

Según se ha demostrado en el párrafo VI.3, la relación p entre los campos telúricos observados simultáneamente en las estaciones base y móvil, ha de ser constante, pues es igual a la relación inversa entre las conductancias S correspondientes. Ahora bien, se comprueba en la práctica que p puede variar con el azimut de la corriente. Ello se debe a un

efecto de anisotropía, que puede tener su origen en la microanisotropía, (no transversal) del subsuelo, o en la existencia de cambios laterales de resistividad o de la conductancia S cerca de alguna de las estaciones. En estos casos la corriente se propaga con más facilidad en unas direcciones que en otras. Otro hecho que resulta de la observación es que el azimut de la corriente no suele coincidir en ambas estaciones.

En resumen se han comprobado las regularidades siguientes:

a) Los azimutes del campo telúrico no coinciden en las dos estaciones, pero existe en cada caso una correspondencia biunívoca entre los dos sistemas de azimutes.

b) Si en una estación se consideran azimutes crecientes a partir de un origen, los azimutes homólogos forman una sucesión en el mismo orden.

c) La relación p es constante para cada par de azimutes, homólogos o no, pero varía con estos.

Si se denominan E_x, E_y las componentes del vector campo telúrico en la estación base, con respecto a un sistema cartesiano arbitrario, y E_u, E_v, (fig. VI-4), las componentes homólogas en la estación móvil, con referencia a otro sistema cartesiano igualmente arbitrario, las regularidades anteriores quedan compendiadas en la transformación lineal siguiente:

$$E_u = aE_x + bE_y$$
$$E_v = cE_x + dE_y \qquad \text{(VI.8)}$$

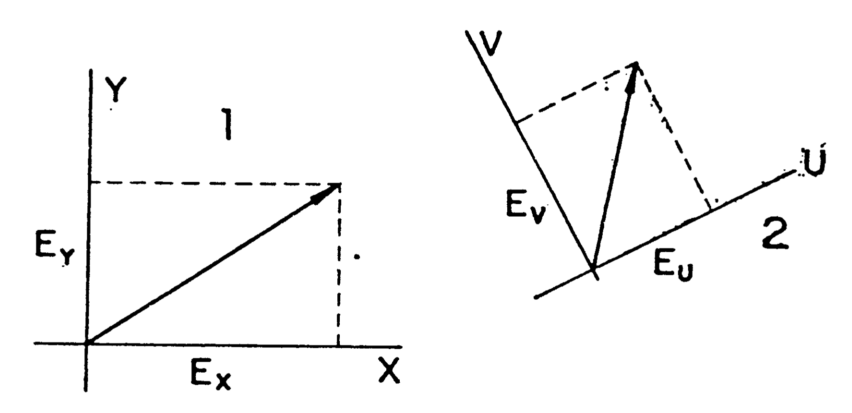


Fig. VI-4. Coordenadas y componentes en la base (1) y en la estación móvil (2).

donde los coeficientes *a, b, c, d*, han de ser constantes para cada par de estaciones. Estos coeficientes expresan la diferencia en el comportamiento eléctrico del terreno en una y otra estación, y pueden considerarse como representativos de una transformación lineal de coordenadas entre el plano *x, y* y el *u, v*.

Las transformaciones lineales poseen diversas propiedades, que se estudian en los tratados de "Matemáticas Superiores". Entre ellas figuran las siguientes:

a) La transformación establece una correspondencia biyectiva entre los puntos del plano x, y y los del u, v. La transformación inversa viene dada por

$$E_x = a'E_u + b'E_v$$
$$E_y = c'E_u + d'E_v \tag{VI.9}$$

donde son

$$a' = \frac{a}{D};\; b' = \frac{b}{D};\; c' = \frac{c}{D};\; d' = \frac{d}{D} \tag{VI.10}$$

si es

$$D = ad - bc \neq 0 \tag{VI.11}$$

b) Las rectas se transforman en rectas y las rectas paralelas en rectas paralelas. La recta homóloga de otra que pasa por el origen, pasa también por el origen.

c) Si los dos sistemas cartesianos experimentan un mismo giro, los coeficientes se modifican, pero permanecen invariantes el valor del determinante D de la transformación, y su norma

$$L = (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^{1/2}.$$

d) A una línea cerrada en el plano xy que encierra una superficie de área A_{xy} corresponde, en el plano uv, otra línea cerrada que delimita un área A_{uv} tal que

$$A_{uv} = |D|\, A_{xy} \tag{VI.12}$$

VI.5.2 Las elipses telúricas

Supóngase que la estación base se ha situado en un punto en el que, por hallarse alejado de cambios laterales de resistividad o conductancia y sobre capas isótropas, o con anisotropía transversal de eje vertical, el campo telúrico toma el mismo valor en todos los azimutes. Entonces será siempre, si el campo inductor no cambia de intensidad,

$$E_x^2 + E_y^2 = R^2 \tag{VI.13}$$

o sea que el extremo del vector representativo del campo telúrico describirá una circunferencia de radio R. Si se aplica a esta la transformación (VI.9) teniendo en cuenta la (VI.10) resulta

$$(a^2 + c^2)\, E_u^2 - 2\,(ab + cd)\, E_u E_v + (b^2 + d^2) E_v^2 = D^2 R^2 \tag{VI.14}$$

Ahora bien, según la Geometría Analítica, esta ecuación es la de una elipse cuyo centro coincide con el de coordenadas, cuyos semiejes mayor y menor valen respectivamente

$$A = \frac{R}{\sqrt{2}} [L^2 + (L^4 - 4\,D^2)^{1/2}]^{1/2}$$

$$B = \frac{R}{\sqrt{2}} [L^2 - (L^4 - 4\,D^2)^{1/2}]^{1/2} \qquad \text{(VI.15)}$$

El eje mayor forma con el u un ángulo α tal que

$$\operatorname{tg} 2\,\alpha = \frac{2\,(ab + cd)}{(b^2 + d^2) - (a^2 + c^2)} \qquad \text{(VI.16)}$$

Por otra parte, el área de esta elipse será

$$A_{uv} = \pi\, AB = \pi\, R^2\, |D| \qquad \text{(VI.17)}$$

resultado que puede obtenerse también partiendo de la (VI.12).

VI.5.3 Parámetros representativos

En la práctica se utilizan diversos parámetros para la comparación de los valores del campo telúrico observados en la estación móvil con los de la base. En párrafos anteriores se ha considerado uno de estos parámetros, que es la relación p entre vectores homólogos, pero que presenta el inconveniente de depender de la polarización del campo, o sea, de la dirección considerada, salvo cuando por ausencia de cambios laterales de la resistividad, las elipses degeneran en círculos y p tiene un valor único en cada punto. Para obviar este inconveniente, se utiliza un valor medio de p, que se define por medio de la hodógrafa registrada en la estación que se considera (fig. VI-5). Si es **E** el campo, puede tomarse como su valor medio E_m el definido cuadráticamente por

$$E_m = \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |\mathbf{E}|^2\, d\theta \right]^{1/2} \qquad \text{(VI.18)}$$

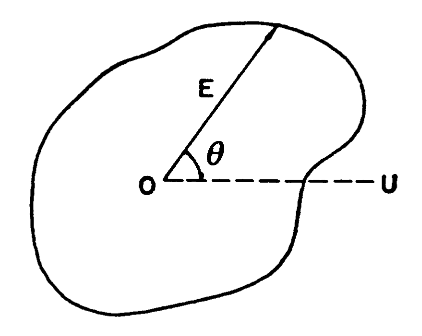


Fig. VI-5. Cálculo del campo medio E_m.

pero el área de la hodógrafa viene dada, según una conocida fórmula, por

$$A_{uv} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} |\mathbf{E}|^2 \, d\theta = \pi E_m^2 \tag{VI.19}$$

y por consiguiente,

$$E_m = \left(\frac{A_{uv}}{\pi} \right)^{1/2} \tag{VI.20}$$

La relación entre los valores medios del campo eléctrico en la estación móvil y la base vendrá dada, pues, por

$$K = \left(\frac{A_{uv}}{A_{xy}} \right)^{1/2} = (|ad - bc|)^{1/2} \tag{VI.21}$$

Este parámetro K, denominado *relación de áreas*, es el más utilizado para compendiar las observaciones efectuadas en cada punto ocupado por la estación móvil. También se emplea, aunque en proporción mucho menor, otro parámetro, que es la relación entre los semiejes de la elipse y que se definen por

$$M = \frac{B}{A} \tag{VI.22}$$

Los parámetros K y M están relacionados con los extremos de p. En efecto, éste alcanza un valor máximo

$$p_M = \frac{A}{R} \tag{VI.23}$$

y un valor mínimo

$$p_m = \frac{B}{R} \tag{VI.24}$$

De estas expresiones se deduce que

$$M = \frac{p_m}{p_M} \tag{VI.25}$$

$$K = \left(\frac{\pi AB}{\pi R^2} \right)^{1/2} = (p_M \, p_m)^{1/2} \tag{VI.26}$$

VI.5.4 Reducción de los registros

El proceso de elaboración de los datos de campo, según la técnica clásica, se describe minuciosamente en BERDICHEVSKIY (1960). Las operaciones principales se exponen a continuación.

Una vez sincronizados los registros o telurogramas se procede a leer en ellos, para ambas líneas de la estación base y de la móvil, una serie de amplitudes del campo eléctrico, correspondientes a los mismos tiempos. Como quiera que en los registros no existe línea cero, por causa de la polarización de los electrodos, se trabaja con incrementos, obteniendo por diferencia valores ΔE_x, ΔE_y, ΔE_u, ΔE_v correspondientes a la variación del campo entre dos instantes determinados, que se eligen de modo que correspondan aproximadamente a un máximo y un mínimo del campo telúrico, o sea a medio ciclo (fig. VI-6). Dada la linealidad de las expresiones consideradas en los párrafos anteriores, siguen siendo válidas para incrementos del campo.

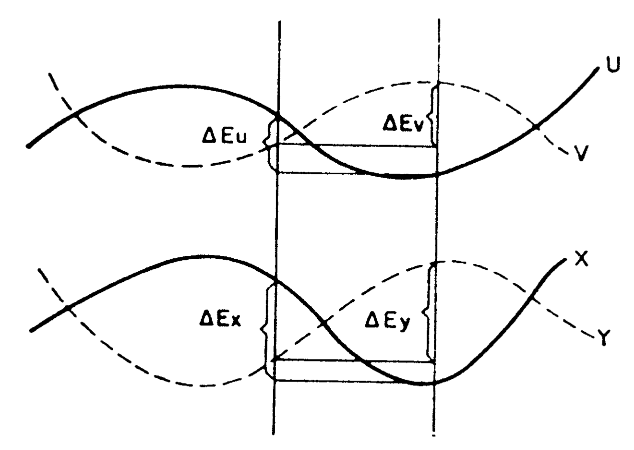


Fig. VI-6. Medición, en los registros, de los incrementos de las componentes del campo entre dos instantes.

Con los valores obtenidos se construyen de modo gráfico, teniendo en cuenta el signo de cada componente, los vectores $\mathbf{E}_b$ y $\mathbf{E}_e$ correspondientes respectivamente a la base y a la estación móvil. De este modo se obtienen dos gráficos, uno para la base y otro para la estación móvil, cada uno con una familia de vectores (fig. VI-7). Al sumar las componentes ΔE_x y ΔE_y o ΔE_u y ΔE_v debe tenerse en cuenta que si las líneas no son ortogonales, no puede aplicarse la regla del paralelogramo, sino que debe hallarse la intersección de las perpendiculares, según se indica en la figura VI-8).

Si las longitudes de las líneas *MN* no fuesen todas iguales, los valores observados habrán de ser reducidos, por proporcionalidad, a una longitud única. Es preciso que los vectores trazados se distribuyan de modo toscamente uniforme sobre los gráficos, sin que en éste existan sectores amplios sin ningún vector. A cada uno de estos debe atribuirse un número, común para cada par de vectores homólogos, esto es, simultáneos, de la base y de la estación móvil. Es necesario que el orden con que aparecen los vectores, teniendo en cuenta su número de designación, sea el mismo para las dos familias. Si algún vector no cumpliese esta condición, debe

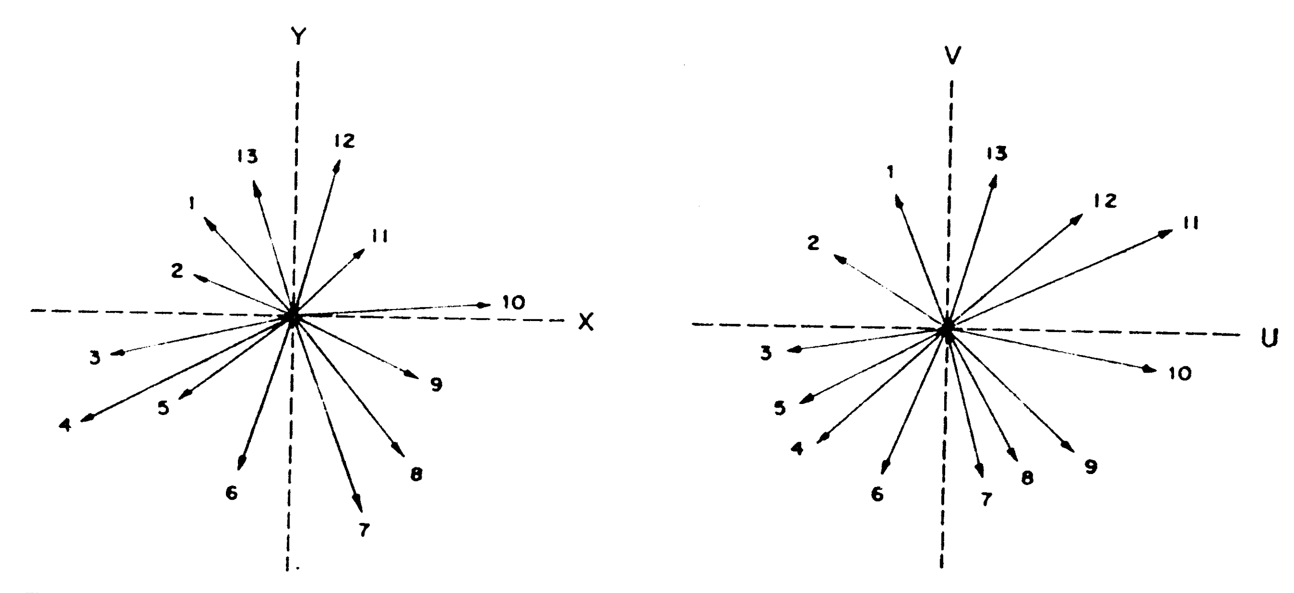


Fig. VI-7. Familias de vectores en la base y en la estación móvil, obtenidas por elaboración de los registros telúricos. Los vectores 4 y 5 aparecen en orden inverso en ambas familias, por lo que debe haberse cometido un error en alguno de ellos; si este no se aclara, se desecharán.

desecharse, junto con su homólogo (fig. VI-7). Los gráficos pueden completarse añadiendo a cada vector su opuesto, ya que éste es el que se observaría si el campo inductor invirtiese su sentido conservando su módulo.

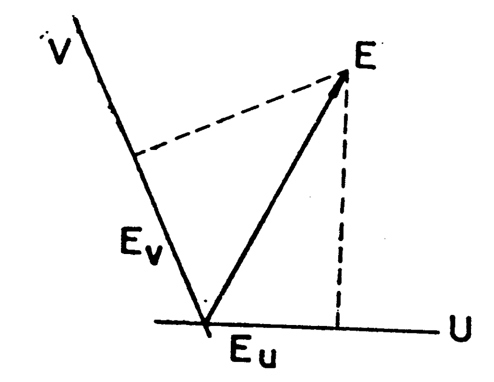


Fig. VI-8. Composición de las componentes para líneas no ortogonales.

Suele ocurrir que los extremos de los vectores correspondientes a la base no se hallen sobre una circunferencia, según se ha supuesto en el apartado VI.5.2. Ello puede deberse, tanto a las causas indicadas más arriba, como a que el campo inductor cambie de intensidad al mismo tiempo que de azimut. Por esta causa, los gráficos deben transformarse a fin de que se cumpla la condición indicada. Esto se efectúa multiplicando cada vector de la base por un factor escalar adecuado, de modo que todos ellos alcancen un mismo módulo R. En el gráfico de la estación móvil se multiplican también los vectores por los mismos factores respectivos que sus homólogos. De este modo los extremos de los vectores de la estación

móvil quedarán (salvo las diferencias debidas a errores experimentales) sobre el contorno de una elipse, de acuerdo con la teoría expuesta más arriba. La elipse puede determinarse gráficamente haciéndola pasar por los puntos hallados o por su inmediata proximidad, o bien analíticamente por mínimos cuadrados, partiendo de las coordenadas de dichos puntos (fig. VI-9).

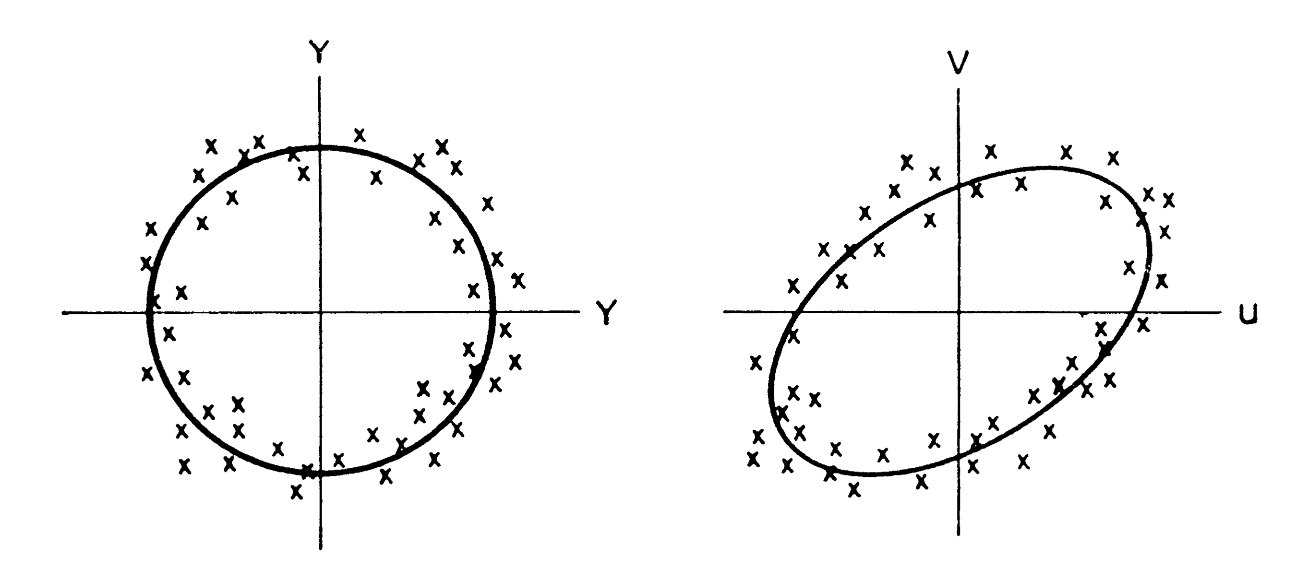


Fig. VI-9. Elipse y círculo, que corresponden respectivamente a la estación móvil y a la base. Se han trazado por los extremos de los vectores observados, después de su normalización.

Estas elipses se llaman *relativas,* puesto que resultan de una comparación con la base. En el caso de que esta se encuentre sobre terreno anisótropo, (*) un campo inductor que cambia de azimut, pero no de módulo, da lugar a vectores eléctricos cuyos extremos determinan una elipse, que se denomina *absoluta* o *intrínseca.* Si los ejes de ésta son claramente desiguales pero se los transforma en radios iguales por el procedimiento que se acaba de describir, los ejes de las elipses relativas correspondientes a la estación móvil no representarán los verdaderos azimutes de la polarización del campo. Puede ocurrir incluso que las orientaciones de las elipses sean ortogonales respecto de las que tendrían si la base se hallara libre de efectos de anisotropía.

KUNETZ (1956) ha establecido un método de carácter estadístico para la determinación de las elipses absolutas, pero en la práctica se utilizan casi siempre las relativas.

(*) En el sentido de anisotropía no transversal o de proximidad a cambios laterales de la resistividad o de la conductancia *S*.

VI.5.5 Determinación de los parámetros

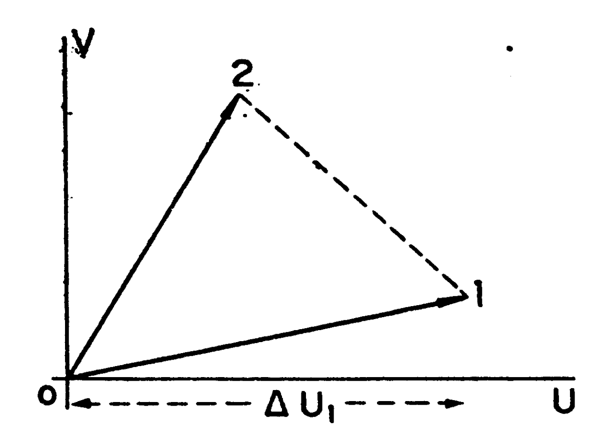
Una vez efectuadas las operaciones descritas en el apartado anterior para todas las estaciones ocupadas por el equipo móvil, pueden determinarse para ellas sus parámetros representativos.

a) *Parámetro K.* El valor de K, que es el parámetro de uso más difundido, puede calcularse para cada estación dividiendo la superficie de su elipse relativa por la del círculo de la estación base. La primera puede obtenerse del gráfico por medio de un planímetro, o bien midiendo en aquél los semiejes A y B y aplicando la fórmula (VI.17).

Existen otros procedimientos para la determinación de K. Entre ellos el más extendido es el denominado *de los triángulos.* Para su aplicación se parte de los gráficos de vectores y se toman entre estos al menos 20 pares, sin que, a ser posible, un mismo vector forme parte de dos de ellos. El ángulo formado por los dos vectores de un mismo par debe estar comprendido entre 45° y 135°. Cada par de vectores determina un triángulo (fig. VI-10) cuya superficie, dividida por la del triángulo de los vectores homólogos de la base es igual a K. Por lo tanto,

$$K = \frac{\Delta U_1 \, \Delta V_2 - \Delta U_2 \, \Delta V_1}{\Delta X_1 \, \Delta Y_2 - \Delta Y_1 \, \Delta X_2} \qquad \text{(VI.27)}$$

donde los subíndices 1 y 2 aluden respectivamente a cada uno de los vectores del par, los ejes x, y, a la base y los u, v, a la estación móvil. Esta fórmula se aplica a todos los pares. y se toma para K el promedio de los valores así obtenidos.



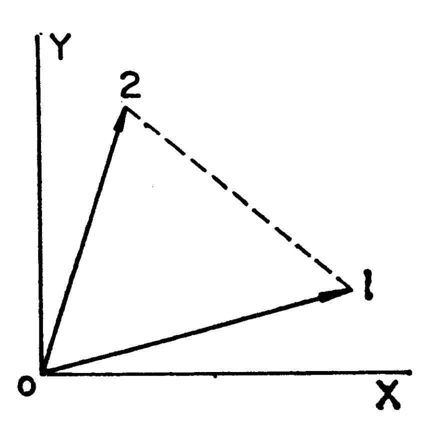


Fig. VI-10. Cálculo del parámetro *K* por el método de los triángulos.

YUNGUL (1968) propone otro método para la determinación de K, que implica modificaciones en la técnica de observación. Las dos líneas de la estación base se conectan a las entradas de un registrador comercial XY, y lo mismo se hace con la estación móvil. El gráfico que así se obtiene en cada estación es la hodógrafa del campo telúrico. El registro se efectúa hasta el momento en que las hodógrafas se cortan a sí mismas, lo que debe ocurrir simultáneamente en ambas estaciones. La relación de áreas K se obtiene determinando cada una de estas por medio de un planímetro y calculando su cociente. Yungul afirma que su método alcanza la misma precisión que el de los triángulos, con operaciones de campo más simples y breves, pues las líneas pueden ser más cortas y bastan tiempos de registro del orden de un minuto.

Cuando la extensión de la zona investigada hace necesario el establecimiento de una red de bases, éstas han de relacionarse entre sí, considerándolas como vértices de uno o más polígonos. Los valores obtenidos se compensan y corrigen de modo análogo a como se hace en Topografía o Gravimetría. Tales operaciones se describen, con ejemplos prácticos, en BERDICHEVSKY (1960).

En todo lo dicho se supone que las dos líneas de cada estación son ortogonales entre sí. Cuando esto no ocurre, no puede aplicarse la igualdad (VI.12) sino esta otra, más general,

$$\frac{A_{uv}}{A_{xy}} = |D| \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} \qquad \text{(VI.28)}$$

donde α y β son, respectivamente, los ángulos formados por las líneas de la estación base y de la móvil.

b) *Otros parámetros.* Los coeficientes a, b, c, d, de la transformación lineal que liga los vectores homólogos, pueden determinarse por resolución del sistema (VI.8) previa sustitución en él de las componentes E_x, E_y ... por los incrementos ΔE_x, ΔE_y ... correspondientes a cualquiera de los vectores observados. Como es obvio, este cálculo debe efectuarse en cada estación para una serie de vectores, para luego promediar los resultados o ajustarlos por cuadrados mínimos. Los citados coeficientes pueden determinarse también por procedimientos gráficos, como los descritos por BERDICHEVSKIY (1960) y LI Y-SHU (1963).

Conocidos a, b, c y d pueden calcularse a partir de ellos los demás parámetros K, M, A, B, etc., por medio de las fórmulas incluidas en el apartado VI.5.3. También cabe determinar A y B por medición directa en el gráfico, y calcular M, p_M y p_m a partir de ellos, según las mismas fórmulas.

c) *Polarización lineal.* En algunas zonas se da la circunstancia de que el vector telúrico varía muy poco de azimut, el cual oscila dentro de

un margen de tan sólo unos pocos grados alrededor de un valor medio. Este fenómeno se describe como una *polarización lineal* del campo, aunque también se le alude diciendo que éste está *canalizado.*

En tal caso no cabe determinar la elipse telúrica, ni tampoco, como consecuencia, el valor de K, por lo que se utiliza la relación de amplitudes p. Esta se calcula para un cierto número de vectores y se toma la media aritmética de los valores hallados. De modo análogo se determina el azimut principal o medio.

VI.6 REPRESENTACION DE LOS DATOS

Una vez obtenido el parámetro (o parámetros) representativo de cada punto donde se hayan afectado observaciones se lleva a un mapa, sobre el cual se trazan las isolíneas correspondientes.

El mapa más utilizado es el que representa el valor medio del campo telúrico en cada estación. Para hallar este valor medio se atribuye el valor 100 a la base (o a una de ellas, si hay varias) y se determina el que corresponde a cada punto multiplicando por dicho número su K.

Eventualmente se trazan otros mapas, que representan la distribución sobre la zona de M u otros parámetros representativo. Más interesante que estos suele ser el mapa de elipses, donde se dibujan los ejes mayor y menor de la que corresponde a cada estación.

VI.7 INTERPRETACION

VI.7.1 Introducción

El MCT se utiliza casi siempre para el estudio de las variaciones de profundidad de un sustrato muy resistivo, que suele coincidir con el zócalo cristalino. Por lo tanto, la finalidad de la interpretación en este método sería la determinación de dicha profundidad en cada punto de observación. No obstante, los resultados son en muchos casos puramente cualitativos, o limitados al valor de S en cada estación. El MCT alcanza su mayor eficacia cuando se emplea en combinación con otros métodos eléctricos, del modo indicado en el apartado VI.1.

De lo dicho en el apartado VI.3 se deduce que la intensidad del campo telúrico en cada punto es inversamente proporcional al valor de S. Como, por causa de la anisotropía, la relación de intensidades p varía con el azimut, se suele tomar como base de comparación el valor medio E_m

de dicha intensidad. En dos estaciones cualesquiera, que designaremos por 1 y 2, se tendrá que

$$\frac{E_{m1}}{E_{m2}} = \frac{K_1}{K_2} = \frac{S_2}{S_1} \qquad \text{(VI.29)}$$

VI.7.2 Interpretación cualitativa

De la expresión anterior se deduce que los mapas de intensidad media del campo telúrico pueden interpretarse cualitativamente como mapas de inversas de S. Las zonas de valores más altos del campo telúrico corresponderán, en general, a levantamientos del zócalo resistivo, y las de valores menores representarán depresiones (fig. VI-11). Las cúpulas salinas, dada su gran resistividad, se reflejarán en los mapas como contornos cerrados de valores máximos. Sin embargo, para que se pueda interpretar de este modo un mapa telúrico, es necesario que se cumplan ciertas condiciones. Entre ellas figura el cumplimiento del postulado de penetración, o sea que los períodos observados deben ser lo suficientemente largos como para que las corrientes alcancen al zócalo resistivo, de modo que las observaciones correspondan a la rama ascendente de la curva magneto-telúrica. Esto puede comprobarse por medio de algunos SMT distribuidos sobre la zona que se investiga. Las otras exigencias se refieren a la ausencia de condiciones perturbadoras, principalmente las dos que se exponen a continuación.

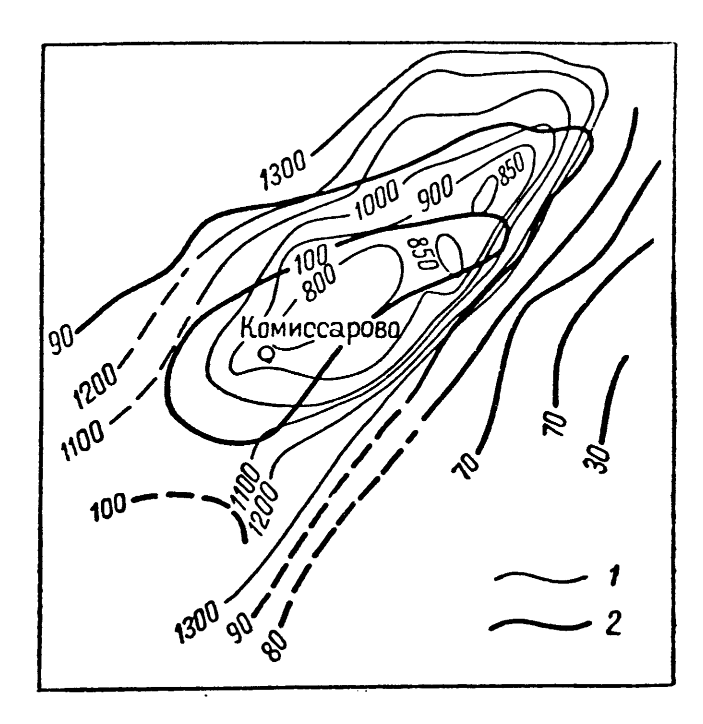


Fig. VI-11. Mapa de líneas de igual intensidad del campo telúrico medio E_m (líneas finas). Las líneas gruesas son isóbatas del substrato determinadas por sísmica. Región de Tiumen. Según BERDICHEVSKIY y ZAGARMISTR.

a) *Efectos topográficos.*

El relieve del terreno influye sobre la intensidad del campo telúrico. Según BERDICHEVSKIY (1960) las perturbaciones debidas a la topografía empiezan a ser observables cuando el relieve iguala o supera el 5 % de la profundidad del zócalo. En general, las elevaciones del terreno producen mínimos en el campo, y las depresiones, máximos. El efecto de la topografía sobre el campo telúrico ha sido estudiado matemáticamente por CHETAEV (1957) y mediante ensayos sobre modelos reducidos por WESCOTT y HESSLER (1960).

b) *Capas resistivas.*

La presencia en el corte geoeléctrico de capas muy resistivas entre las sedimentarias que recubren el basamento puede influir notablemente en el campo telúrico. Si una tal capa posee resistencia transversal *T* suficientemente elevada, se comporta como pantalla, y entonces la información suministrada por el MCT se refiere al techo de la capa, y no al del zócalo. Ocurre en muchos casos que la capa resistiva es, por decirlo así, transparente en parte, de modo que el campo telúrico en superficie está afectado tanto por la profundidad del zócalo, como por la capa resistiva. Si ésta presenta ondulaciones, deja de cumplirse la hipótesis de medio estratificado horizontalmente. El resultado de ello es que a las anomalías producidas por el zócalo se superponen otras más estrechas debidas a las capas resistivas, según se ilustra en la figura VI-12, inspirada en Kunetz.

En general, las curvas de la intensidad media del campo telúrico a lo largo de un perfil reflejan la marcha del sustrato resistivo del mismo modo que se ha indicado para los mapas, pero cabe siempre la duda de cuál

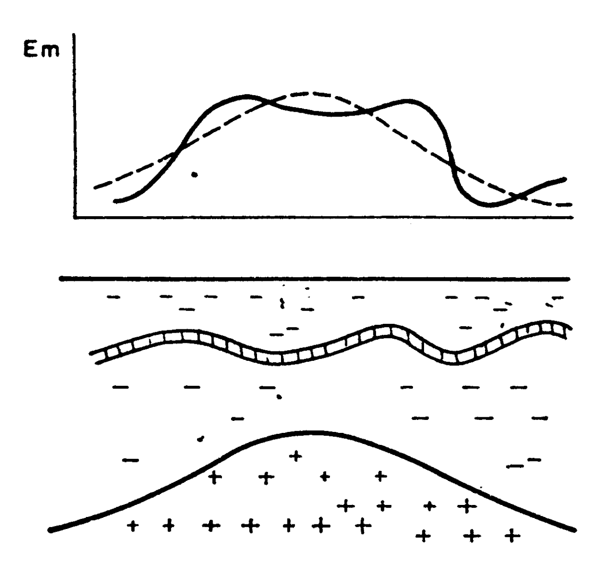


Fig. VI-12. Superposición, en la curva del campo telúrico, de los efectos de una capa resistiva ondulada y el de una elevación del zócalo resistivo.

sea la formación que actúa como tal sustrato. Esta indeterminación puede resolverse si sobre un cierto número de las estaciones telúricas se han efectuado sondeos eléctricos. Si estos proporcionan valores de la conductancia *S* hasta una cierta formación que muestran clara correlación con la intensidad media del campo telúrico en los mismos puntos, puede concluirse que los datos telúricos se refieren a dicha formación o a otra concordante con ella. La existencia de correlación se pone de manifiesto llevando como abscisas y ordenadas a un gráfico logarítmico los valores de *S* y de *E* obtenidos para cada estación, y observando si los puntos correspondientes quedan sobre una recta o en su proximidad (fig. V-13).

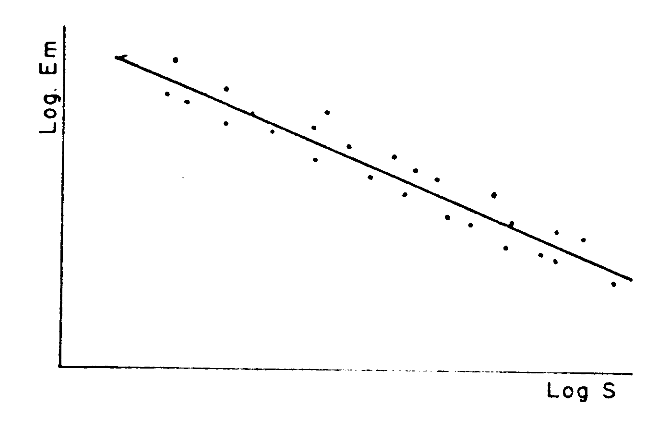


Fig. VI-13. Establecimiento de la correlación entre *S* y *E*.

Cuando, por existir polarización lineal del campo, se utiliza el parámetro *p* en vez del *K*, se procede del mismo modo para el primero que para el segundo. Sin embargo, Berdichevskiy (1960) dice que cuando la polarización es paralela a las estructuras geológicas, disminuye la correlación entre el campo telúrico y la conductancia *S*, por lo que la interpretación se vuelve insegura.

La interpretación cualitativa puede complementarse mediante el empleo de mapas auxiliares. Así, los del parámetro *M* suelen presentar variaciones fuertes de esta magnitud en correspondencia con cambios bruscos de *S*, mientras que los flancos de los anticlinales se manifiestan por la aparición de extremos. El que estos tengan carácter de máximo o de mínimo depende de la ubicación de la base telúrica. También pueden utilizarse los mapas de elipses. Los ejes principales de estos se orientan paralelamente al rumbo y buzamiento del substrato resistivo, en los flancos de elevaciones largas de éste. En general, el estudio de cómo se distribuyen en el mapa las orientaciones de estos ejes puede servir de ayuda a la interpretación. Debe darse preferencia a los cambios graduales, puesto que los bruscos suelen obedecer a causas superficiales.

VI.7.3 Interpretación cuantitativa

La interpretación cuantitativa de las observaciones magnetotelúricas puede efectuarse por comparación de las curvas que representan la variación del campo a lo largo de cada perfil con otras obteniaas teóricamente, o por medios estadísticos (*). En ambos casos es necesario disponer de datos de calibrado suministrados por otros procedimientos (SEV, sísmica, sondeos mecánicos, etc.). Los métodos para la obtención de curvas teóricas se exponen en el apartado siguiente, mientras que en el presente se describen brevemente los métodos estadísticos y similares.

Según se vio en PGI, la profundidad D del sustrato resistivo viene dada por

$$D = \rho_l S \qquad \text{(VI.30)}$$

El valor de S puede obtenerse de los datos telúricos mediante la (VI.29) si se conoce, por información independiente, en alguna de las estaciones. En cuanto a ρ_l, que representa la resistividad longitudinal media del conjunto de capas que recubre al sustrato no puede ser determinada por el MCT. Su valor depende no sólo de la litología y espesores de las referidas capas, sino de la salinidad de las aguas que contienen.

Si se conoce la profundidad del sustrato en una de las estaciones y, según la información complementaria disponible, el conjunto de capas que lo recubren presenta aceptable uniformidad lateral, y además el relieve del sustrato es muy suave, las profundidades de éste pueden hallarse de modo muy sencillo. En efecto, estas condiciones equivalen a la constancia de ρ_l por lo que las profundidades serán proporcionales a las S, de modo que si el subíndice 1 alude a la estación donde se conoce la profundidad, y el 2 a cualquier otra, se tendrá, según la (VI.29)

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{E_{m1}}{E_{m2}} \qquad \text{(VI.31)}$$

En la mayoría de los casos, las condiciones no son tan sencillas, ya que la resistividad ρ_l puede variar de un punto a otro, bien por causa de cambios laterales en las formaciones, bien por la aparición de otras nuevas.

Uno de los métodos más simples que pueden aplicarse en tales circunstancias es el de *interpolación,* propuesto por Berdichevskiy. Este método requiere el conocimiento de la profundidad del sustrato en un cierto número de estaciones, distribuidas por toda la zona investigada. La profundidad en un punto, y el vector telúrico medio en el mismo se suponen ligadas por una relación del tipo

(*) Existe un método puramente analítico debido a BARANOV (1951) pero que no suele aplicarse por causa de su complicación excesiva.

$$D_i = \frac{A}{E_{mi}} \tag{VI.32}$$

donde A es una magnitud que varía de un punto a otro, pero cuyos valores pueden determinarse en los puntos de profundidad conocida por medio de esta misma fórmula. Para los demás, se calcula A por interpolación lineal en función de la distancia, y a partir de estos valores y de los de E_m se determinan las profundidades.

En muchas zonas, los datos de sondeos eléctricos permiten establecer una relación empírica entre ρ_l y S (no extensible a otras regiones). En otros casos, los valores de hallados en los puntos donde se han efectuado sondeos eléctricos se interpolan para las estaciones intermedias. Los datos de ρ_l así determinados se multiplican por los valores de S correspondientes, para obtener la profundidad del sustrato, mediante la (VI.30). Estos valores de S se calculan partiendo de uno o más puntos conocidos, por su proporcionalidad inversa con el campo telúrico.

Ahora bien, dicha proporcionalidad inversa no se cumple siempre exactamente, puesto que es frecuente que las condiciones neccsarias para ello, expuestas más arriba, no sean satisfechas. Por esta causa, los geofísicos soviéticos prefieren establecer para cada zona una correlación gráfica entre E_m y S del mismo modo indicado en el apartado VI.7.2 *b,* basándose en los datos de los sondeos eléctricos. Dicho gráfico (fig. VI-13), permite atribuir un valor de S a cada uno de E. Cuando la resistividad del sustrato es suficientemente elevada y no existen capas pantalla, los puntos del gráfico suelen ajustarse bien mediante una expresión del tipo

$$S = F \cdot E_m^{-\alpha} \tag{VI.33}$$

a la que en escalas logarítmicas corresponde una recta. El exponente α según los casos, suele estar comprendido entre 0,5 y 2, y sus valores más frecuentes son próximos a la unidad. En condiciones favorables, puede establecerse directamente una relación del mismo tipo entre D y E_m.

La preferencia entre los diversos métodos expuestos debe otorgarse en cada caso en función del número y calidad de los datos de apoyo y de la consistencia interna de los resultados.

VI.8 PROBLEMA DIRECTO

Según se ha dicho anteriormente, las observaciones telúricas pueden interpretarse por comparación con los resultados obtenidos por resolución del problema directo para una serie de estructuras determinadas. Tales soluciones pueden alcanzarse por medios matemáticos o recurrien-

do a mediciones sobre modelos reducidos. Entre los autores que han realizado trabajos de este último tipo figuran UTZMANN (1959) y ROY (1969).

La resolución analítica de estas cuestiones puede efectuarse considerándolas como problemas de contorno. En PORSTENDOFER (1961) pueden verse algunos resultados obtenidos por este procedimiento.

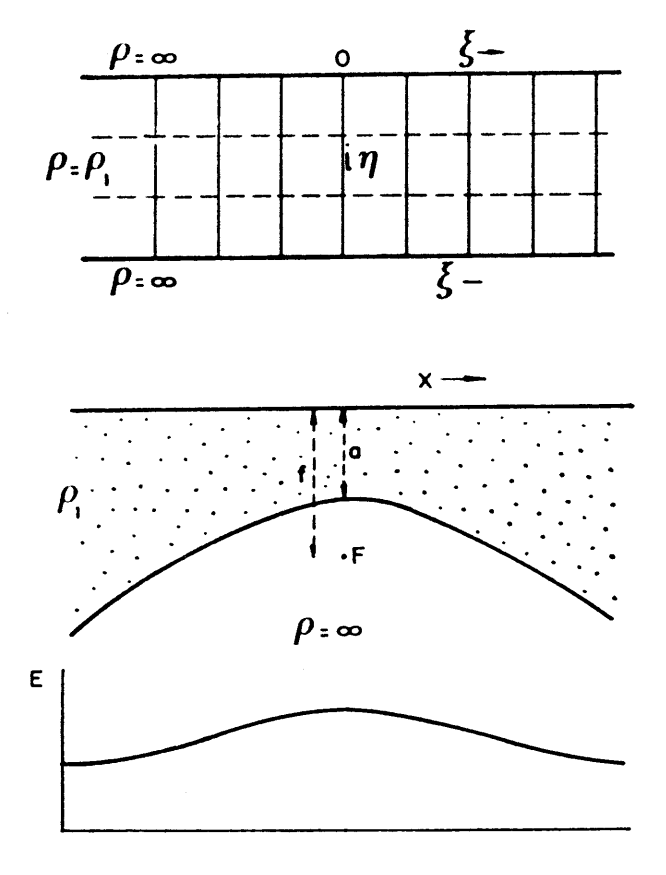


Fig. VI-14. Estudio del comportamiento telúrico de un anticlinal hiperbólico aislante por medio de la representación conforme.

Cuando las estructuras del subsuelo son cilíndricas (bidimensionales) el campo telúrico en superficie puede calcularse por medio de la representación conforme, idea desarrollada por KRAJEW (1957) (*) y por KUNETZ y CHASTENET DE GERY (1956). La aplicación de este método se basa en el empleo del potencial complejo usado en otras ramas de la Física.

En el caso de las corrientes telúricas se considera un plano vertical complejo $z = x + iy$, normal al rumbo de la estructura geológica considerada, a la que se supone de extensión indefinida a lo largo de éste. Se supone también que la corriente, cuyas fuentes se hallan en el infinito, fluye normalmente al rumbo, esto es, sobre el plano z. En éste existen

(*) La edición original en ruso de la obra citada es de 1952.

dos sistemas de líneas, las equipotenciales ($U =$ const.), y las de corriente ($V =$ const.) que se cortan ortogonalmente. Ambos pueden expresarse conjuntamente por medio de un potencial complejo U_z tal que

$$U_z = U + i\,V \tag{VI.34}$$

Este potencial complejo es función holomorfa (analítica) de z, por lo que se cumplirá las conocidas condiciones de Cauchy-Riemann.

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y}; \qquad \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial V}{\partial x} \tag{VI.35}$$

El campo eléctrico E_z vendrá dado por

$$E_z = E_x + i\,E_y = -\frac{\partial U}{\partial x} - i\frac{\partial U}{\partial y} =$$

$$= -\frac{\partial U}{\partial x} + i\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial U^*}{\partial z} \tag{VI.36}$$

donde U^* es la conjugada compleja del potencial U_z y no debe confundirse con el potencial escalar magnético utilizado en otras partes de esta obra.

Si al plano z se aplica una transformación conforme que lo convierta en un plano $\zeta = \xi + i\,\eta$, las estructuras geológicas del primero tomarán nueva forma, pero las líneas homólogas de las equipotenciales y de las líneas de corriente, seguirán siendo ortogonales, y válidas para el nuevo caso, con la nueva posición de las fuentes. El valor del potencial será el mismo en cada par de puntos homólogos. Si se conoce la solución para el plano ζ quedará resuelto asimismo el problema para el z. La relación entre el campo eléctrico E_z y el E_ζ correspondiente al problema transformado viene dada por

$$E_z = -\frac{\partial U^*}{\partial z} = -\frac{\partial U^*}{\partial \zeta}\,\frac{d\zeta}{dz} = E_\zeta \frac{d\zeta}{dz} \tag{VI.37}$$

Para mayor claridad, se considerarán dos ejemplos sencillos.

a) *Anticlinal.* El caso más simple es el de un sustrato aislante con su techo a la profundidad $i\eta = i\eta_0$. Como las fuentes se suponen en el infinito, las equipotenciales tendrán la ecuación $U = \xi = const.$ y las líneas de corriente vendrán representadas por $V = \eta = const.$ El campo E_z será uniforme.

De esta estructura se puede pasar a otras diferentes, como, por ejemplo, la constituida por un anticlinal simétrico, compuesto por materiales aislantes, y recubierto por una formación homogénea de resistividad ρ_1. Se suponen que las líneas de corriente fluyen en planos normales al eje

del anticlinal. El problema no es difícil si se atribuye forma hiperbólica a la sección del anticlinal. Haciendo variar el ángulo de sus asíntotas se llega, como casos extremos, al de un sustrato horizontal o el de una intrusión vertical en forma de cuña o muro. Sea a la profundidad del punto más alto o vértice del anticlinal, f la del foco de la hipérbola, y α el ángulo de sus asíntotas. Se toma un sistema cartesiano x, y con su origen en la superficie del terreno, y sobre el vértice del anticlinal (fig. VI-14). La ecuación de la hipérbola será

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{f^2 \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2}} = 1 \qquad \text{(VI.38)}$$

con

$$\alpha = 2 \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{f^2}{a^2} - 1 \right)^{1/2} \qquad \text{(VI.39)}$$

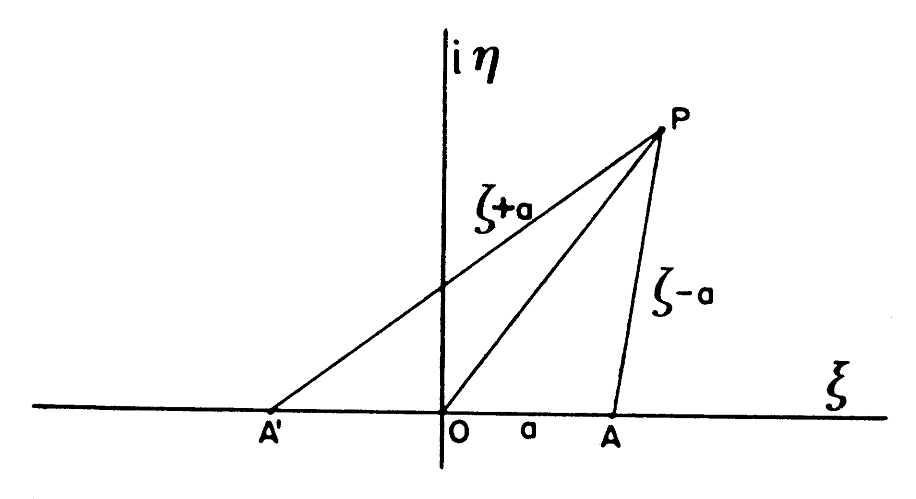


Fig. VI-15. Para la determinación del potencial logarítmico.

El problema quedará resuelto si se encuentra una transformación que convierta el plano $z = x + iy$ en el $\zeta = \xi + i\eta$ de modo que al techo del anticlinal corresponda una línea de corriente $\eta =$ *const.* Según KRAJEW (1957) esta transformación es

$$\frac{iz}{f} \cos (i\zeta) = \operatorname{Ch} \zeta \qquad \text{(VI.40)}$$

En efecto, si se desarrolla esta expresión se encuentra

$$ix - y = f \operatorname{Ch} (\xi + i\eta) = f (\operatorname{Ch} \xi \cos \eta + \operatorname{Sh} \xi \operatorname{sen} \eta) \qquad \text{(VI.41)}$$

de donde se deduce

$$\begin{aligned} y &= -f \operatorname{Ch} \xi \cos \eta \\ x &= f \operatorname{Sh} \xi \operatorname{sen} \eta \end{aligned} \qquad \text{(V.42)}$$

A las equipotenciales $\xi = const.$ corresponde una familia de curvas

$$\frac{y^2}{f^2 \,\mathrm{Ch}^2 \xi} + \frac{x^2}{f^2 \,\mathrm{Sh}^2 \xi} = 1 \qquad \text{(VI.43)}$$

la cual representa una familia de elipses confocales, mientras que a las líneas de corriente $\eta = const.$ corresponde una familia análoga de hipérbolas

$$\frac{y^2}{f^2 \cos^2 \eta} - \frac{x^2}{f^2 \,\mathrm{sen}^2 \eta} = 1 \qquad \text{(VI.43)}$$

que, como es fácil comprobar, satisface la condición requerida, pues la correspondiente al parámetro $\eta = \alpha/2$ coincide con el techo del anticlinal.

Para el cálculo del potencial, basta tener cuenta que, en el plano ζ el potencial es ξ, por lo que el campo es constante y de valor $E_\zeta = -1$. Por aplicación de la fórmula (VI.37) resulta

$$E_z = (-1) \frac{d}{dz} \mathrm{Ch}^{-1} \left(\frac{iz}{f} \right) = (f^2 + z^2)^{-1/2} \qquad \text{(VI.44)}$$

En la superficie del terreno, $y = 0$, el campo vale

$$E_x = (f^2 + x^2)^{-1/2} \qquad \text{(VI.45)}$$

En todo lo anterior no se ha tenido en cuenta la emisividad de la fuente, o lo que es igual, se le ha atribuido el valor unitario. Ello no representa ningún inconveniente, pues desde el punto de vista práctico, sólo interesan los valores relativos.

Según se deduce de la fórmula (VI.45) el campo posee un valor máximo sobre el vértice del anticlinal, y decrece gradualmente al alejarse de él, tendiendo asintóticamente al valor normal unidad.

Si la corriente, en lugar de fluir ortogonalmente al eje del anticlinal lo hiciera paralelamente a él, la densidad de corriente, y con él el campo, serán uniformes. Cuando las líneas de corriente cortan oblicuamente al eje, se compondrán ambos fenómenos, con el resultado de que a gran distancia del anticlinal las elipses absolutas serán círculos mientras que sobre el vértice de éste se observarán las elipses de excentricidad máxima, con su eje mayor situado perpendicularmente al rumbo del accidente tectónico.

b) *Sustrato escalonado.*

Otro tipo de problemas a los que puede aplicarse la representación conforme es el de un terreno homogéneo de resistividad ρ_2 que recubre un sustrato aislante y fallado. En tales casos se utiliza la transformación de Schwarz-Christoffel, definida por

$$\frac{dz}{d\zeta} = -\prod_i (\zeta - \zeta_i)^{-\alpha_i/\pi} \qquad \text{(VI.46)}$$

Esta transformación hace corresponder, en general, un contorno poligonal a otro, cuyos vértices son, en el plano ζ los puntos ζ_i y en el z los homólogos de éstos. En su aplicación a las corrientes telúricas, el techo del sustrato aislante suele hacerse corresponder a la recta $\eta = 0$ del plano ζ, por lo que la transformación realmente empleada es

$$\frac{dz}{d\zeta} = -\prod_i (\zeta - \xi_i)^{-\alpha_i/\pi} \qquad \text{(VI.47)}$$

Los puntos de coordenadas $(\xi_i, 0)$ corresponden a los vértices del techo del sustrato, y pueden considerarse a su vez, vértices de ángulo π. El polígono del plano z se considera cerrado por la línea que representa la superficie del terreno; dos de sus vértices, están, pues, en el infinito. En ellos han de hallarse las fuentes, cuyos homólogos en el plano ζ quedan situados en puntos de la línea $\eta = 0$, a distancia finita $\xi = \pm a$ del origen.

Dado que se estudian problemas cilíndricos, las fuentes no serán puntos, sino líneas paralelas al eje de la estructura (y al plano z, por lo tanto) y darán lugar a un potencial logarítmico (fig. VI-15) que en el punto P será

$$U(\zeta) = K\left(\lg\frac{1}{\overline{PA'}} - \lg\frac{1}{\overline{PA}}\right) \qquad \text{(VI.48)}$$

donde K representa la emisividad de las fuentes. Sustituyendo $\overline{PA'}$ y $\overline{PA}$ por sus valores complejos, se tiene

$$U(\zeta) = K\left(\lg\frac{1}{\zeta + a} - \lg\frac{1}{\zeta - a}\right) = K\lg\frac{\zeta - a}{\zeta + a} \qquad \text{(VI.49)}$$

Como ejemplo, puede tomarse el caso de una falla vertical, estudiada por KUNETZ y DE GERY (1952). Los planos Z y ζ correspondientes, así como la notación empleada, aparecen en la fig. VI-16. Las fórmulas halladas por estos autores son, de acuerdo con lo expuesto más arriba,

$$\frac{dz}{d\zeta} = -(\zeta - 1)^{-1}(\zeta - \gamma)^{-1/2}(\zeta + \gamma)^{1/2}(\zeta + 1)^{-1} = -\frac{1}{\zeta^2 - 1}\left(\frac{\zeta + \gamma}{\zeta - \gamma}\right)^{1/2} \qquad \text{(VI.50)}$$

$$z = \frac{1}{2}\left[q\lg\frac{q + u}{q - u} - \frac{1}{q}\lg\frac{uq + 1}{uq - 1}\right] \qquad \text{(VI.51)}$$

$$u = \left(\frac{\zeta + \gamma}{\zeta - \gamma}\right)^{1/2} \quad ; \quad q = \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1/2} \qquad \text{(VI.52)}$$

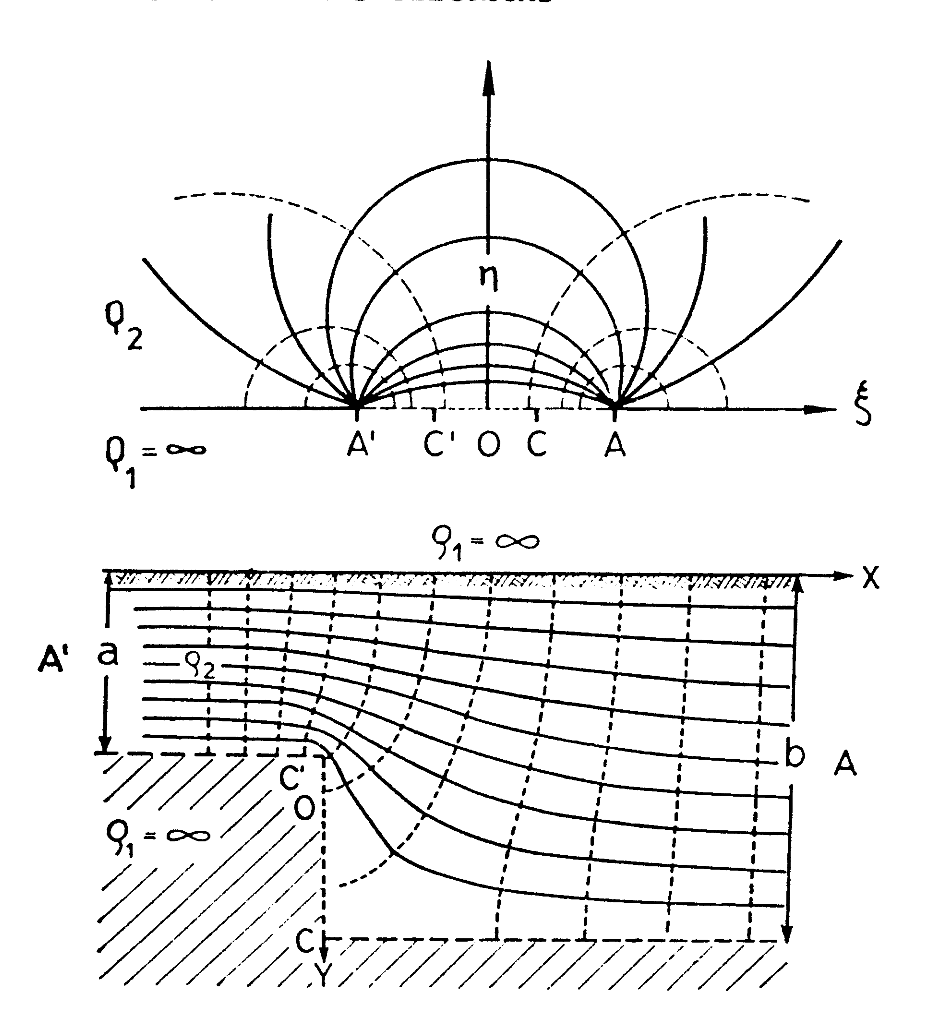


Fig. VI-16. Aplicación de la transformación de Schwarz-Christoffel al campo telúrico en un corte con substrato en escalón. Según KUNETZ y DE GERY, en Porstendorfer.

Aquí a y b son las profundidades del sustrato a un lado y a otro de la falla. Se tiene, además, que $C'O = OC = \gamma$; $A'O = OA = 1$ y se toma $K = 1$. Según lo dicho más arriba, el potencial en el plano ζ valdrá

$$U(\zeta) = \lg \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} \qquad \text{(VI.53)}$$

por lo que

$$E_\zeta = -\frac{\partial U}{\partial \zeta} = \frac{2}{\zeta^2 - 1} \qquad \text{(VI.54)}$$

y entonces

$$E_z = -\frac{\partial U}{\partial \zeta}\,\frac{d\zeta}{dz} = 2\left(\frac{\zeta - \gamma}{\zeta + \gamma}\right)^{1/2} \qquad \text{(VI.55)}$$

Con lo que queda resuelto el problema. El cálculo numérico relativo de esta expresión indica que a la izquierda de la falla el campo no dis-

crepa mucho de un valor asintótico E_{max} y empieza a decrecer apreciablemente en las proximidades de aquella, alcanza su gradiente máximo un poco a la derecha de la falla y continúa decreciendo, cada vez más lentamente, acercándose asintóticamente a otro valor E_{min} tal que $E_{max}/b = E_{min}/a$.

De modo semejante pueden resolverse otros muchos problemas, entre ellos los de efectos topográficos, y de cortes con varias resistividades finitas diferentes. Como aquí sólo cabe esbozar el método, remitimos al lector a los trabajos de KUNETZ y DE GERY (1952) y PORSTENDOFER (1961), así como a la obra de BERDICHEVSKIY (1960). También puede ser útil la consulta del libro de KOBER (1957).

VI.9 CALICATAS GEOMAGNETICAS

El método de las *calicatas geomagnéticas,* más conocidas por el nombre inadecuado de *sondeos geomagnéticos,* difiere de los demás procedimientos prospectivos considerados en esta obra, en que la información que suministra se refiere preferentemente a estructuras grandes y profundas de la corteza y del manto superior. Por lo tanto no ha alcanzado hasta ahora aplicación directa en la búsqueda de petróleo u otras sustancias de interés económico, aunque su valor indirecto puede ser muy grande. Parece, pues, que este método entra más bien en el ámbito de la Geofísica Pura, pero no debe olvidarse que los límites entre Ciencia Pura y Ciencia Aplicada son confusos y artificiales, y por otra parte, cabe su aplicación a profundidades más someras. Por estos motivos, y por su "simetría" con el MCT parece conveniente incluir aquí su descripción, aunque breve.

La indicada "simetría" proviene del hecho de que así como el MCT deriva del método magneto-telúrico por supresión de las mediciones magnéticas, en el que ahora se describe sólo se efectúan éstas, prescindiendo de las eléctricas. Esta ausencia hace que, como en el MCT, sea necesario efectuar observaciones simultáneas en dos estaciones para poder compararlas. Como resultado, puede obtenerse información sobre la existencia, entre aquellas, de zonas conductoras más o menos profundas. Estos resultados se refieren, pues, a cambios laterales, por lo que este método es de calicata, y no de sondeo, según se ha apuntado más arriba.

El origen de las calicatas geomagnéticas radica en la consideración de que en ciertos casos, las variaciones magnéticas registradas por observatorios próximos presentan sistemáticamente características muy dispares, especialmente en lo que se refiere a la componente vertical Z. Como las discrepancias observadas se refieren a fenómenos de período muy largo respecto de las usuales en Prospección, la penetración es muy grande.

Tales disparidades pueden explicarse de modo muy sencillo. Si en el interior de la Tierra existe una zona alargada muy conductora, las variaciones del campo geomagnético inducirán en ella corrientes que siendo aproximadamente rectilíneas y horizontales, darán lugar a una componente vertical ΔZ, de sentidos opuestos en cada lado de la zona conductora. Esto es precisamente lo que se observa en el Japón, donde los observatorios geomagnéticos situados al Norte de cierta línea registran variaciones en la componente Z mucho más intensas que las que ocurren al Sur de ella. En Alemania se han observado hechos análogos, con inversión del signo de ΔZ al cruzar el límite que separa las estaciones de uno y otro grupo. Ni la componente horizontal H ni la declinación D parecen afectados por estos fenómenos.

Otras zonas donde se observan análogas anomalías en las variaciones magnéticas son Canadá (Alert, Mould Bay), SW de Estados Unidos, Italia (Isla de Ponza), etc. En España, DE MIGUEL (1969) ha encontrado una anomalía de este tipo entre los observatorios de Logroño y del Ebro, los cuales, en las perturbaciones denominadas *bahías*, registran cambios opuestos en la componente Z. SIBUET (1968) señala análogas discrepancias entre los observatorios de Almería y de Averroes (Marruecos, cerca de Casablanca). (*).

Para comparar desde este punto de vista los datos de los distintos observatorios, algunos autores utilizan la relación $\Delta Z/\Delta H$ mientras que otros emplean mapas de vectores de Parkinson, los cuales indican la proyección horizontal de los vectores anómalos.

Un inconveniente de este método es la gran distancia entre los puntos de observación, que suelen ser observatorios geomagnéticos preexistentes. Ello ha sido solventado por GOUGH y REITZEL (1967) que han ideado un tipo de magnetómetro portátil muy sencillo y económico. Estos se distribuyen en gran número, enterrados, sobre la zona en estudio, de modo que registren automáticamente durante una temporada.

Lo dicho basta para dar una idea de este método, aún en desarrollo, y que parece capaz de suministrar resultados muy interesantes. Más información sobre él puede hallarse en RIKITAKE (1966), GARLAND (1971) y SCHMUKER y JANKOWSKI (1972), junto con bibliografía abundante. Más extensa es la recopilada por BARSCZUS (1970).

(*) Un reciente estudio de Manuel Catalán indica que los registros del Observatorio de Averroes difieren también de los de San Fernando, lo que sugiere, según dicho autor, la presencia de una zona conductora entre ambos observatorios.

Capítulo **VII**

PRINCIPIOS GENERALES DE LAS CALICATAS ELECTROMAGNETICAS

VII.1 INTRODUCCION

Se emplea aquí la denominación de *calicatas electromagnéticas* para referirse a ciertos métodos de prospección geoeléctrica de corriente variable empleados para la búsqueda de cuerpos buenos conductores (filones metálicos, fallas con relleno conductor, etc.) localizándolas en planta, y determinando su extensión, posición y profundidad aproximadas.

A diferencia de lo que ocurre con los sondeos eléctricos, las calicatas estudiadas en la primera parte de esta obra no constituyen un caso particular de calicatas electromagnéticas. Estas, en efecto, en sus modalidades clásicas no determinan resistividades aparentes ni verdaderas (salvo ciertas estimaciones más bien cualitativas) y sólo pueden detectar cuerpos mucho más conductores que el medio encajante, limitación de que están exentas las CE de corriente continua, que reaccionan además ante cuerpos más resistivos que el medio (*). Por otra parte, en las CEM la profundidad investigada no es fácilmente controlable, aunque existe para ella en cada caso un límite *(penetración)* que se procura sea lo mayor posible.

La aplicación principal de las CEM son la búsqueda y exploración de cuerpos muy conductores, tales como yacimientos de algunos sulfuros, magnetita, cobre porfídico, zonas grafitosas, fallas y roturas, etc.

El esquema teórico que ha solido aplicarse a estos procedimientos

---

(*) Los progresos en la teoría geoeléctrica han permitido eliminar esta limitación de los métodos clásicos, según se verá más adelante.

prospectivos es el siguiente. El circuito emisor o primario crea un campo electromagnético periódicamente variable (de modo sinusoidal casi siempre) que se estudia por medio de un circuito receptor, cuyo órgano sensible suele ser una bobina exploradora. Si en el subsuelo y a cierta distancia del emisor existe algún cuerpo conductor, aparecerán en éste corrientes inducidas de la misma frecuencia que el emisor; el cuerpo se comporta, pues, como el secundario de un transformador, cuyo primario fuese el circuito emisor. Tales corrientes inducidas producen un campo *secundario,* desfasado respecto del *primario,* esto es, el del emisor. En estas condiciones, la bobina exploradora recogerá un campo anómalo, es decir, diferente del que se observaría en ausencia del cuerpo conductor. El estudio de estas diferencias o *anomalías* permite detectar las heterogeneidades conductoras existentes en el subsuelo, y determinar su tamaño y profundidad.

En las consideraciones anteriores no se ha tenido en cuenta que el subsuelo presenta siempre alguna conductividad, por lo que en todos los casos existirá un campo secundario más o menos débil. Cuando se trabaja en zonas cuyas rocas son muy resistivas, como ocurre en Escandinavia, cuna de estos métodos, puede despreciarse el campo secundario "difuso" debido a la formación de caja, pero en otras circunstancias, el olvido de este campo puede producir errores interpretativos, que a veces son graves, sobre todo en lo que concierne a la determinación de profundidades. No obstante, el campo de la roca de caja (*) no ha entrado en la teoría de las CEM hasta fecha reciente.

La inclusión de los efectos inductivos de la roca de caja y del recubrimiento, aún en elaboración, permite explicar muchos fenómenos tenidos hasta ahora por anormales, y probablemente sea causa de nuevas técnicas, entre ellas las de obtención de cortes de resistividades semejantes a los proporcionados por los CE de corriente continua. Esto se ha conseguido ya, para profundidades pequeñas, en un original método aéreo.

El campo observado, compuesto por el primario más el secundario, puede diferir del primero en dirección, amplitud y fase. La diferencia de fase entre el campo observado y el primario puede expresarse como un ángulo (coordenadas polares) o bien por descomposición del campo que se mide en dos partes, una en fase con el primario *(componente real)* y otra en cuadratura con él *(componente imaginaria).* Esta descomposición *temporal* puede aplicarse tanto al campo total como a cada una de sus componentes *espaciales* (vertical, horizontal, etc.). No debe olvidarse que el desfase representa un *retraso* entre los momentos de máximo (o mínimo) de la corriente primaria y los del campo observado, que por comodidad se mide en unidades de ángulo en lugar de unidades de tiempo.

(*) Se utiliza aquí la expresión "roca de caja" incluyendo en ella la formación en que arma la zona metalizada.

Por regla general, en la aplicación de los diferentes métodos no se estudia el campo en todas sus componentes o aspectos. Los métodos más importantes y difundidos son los que siguen:

a) *Método de inclinación de campo.*

En él se estudia la dirección del campo total, descubriéndose la presencia de heterogeneidades conductoras en el subsuelo por las anomalías observadas en la dirección del campo.

b) *Compensador Sundberg.*

En este método se mide alguna de las componente del campo magnético **B** creado por el circuito primario y modificado por el subsuelo. Los resultados se expresan en componentes real e imaginaria respecto de la corriente primaria. Si existen conductividad en el subsuelo, o cuerpos conductores localizados, los valores observados diferirán de los calculados para el vacío.

c) *Método Turam.*

En él las medidas son diferenciales, pues se utilizan dos bobinas exploradoras, con las cuales se determinan la relación de amplitudes y la diferencia de fases para el campo magnético en dos estaciones próximas entre sí. Dicho campo magnético es el que resulta de componer el producido por el circuito primario con las corrientes inducidas por él en el subsuelo. Tanto en este método como en el anterior, el circuito primario o emisor permanece fijo durante las mediciones.

d) *Método Slingram.*

Su característica principal es que tanto el emisor como el receptor se mueven conjuntamente sobre el terreno, manteniendo fija su separación. Los resultados de las observaciones se expresan en componentes real e imaginaria, en tantos por ciento de los valores obtenidos en zona exenta de heterogeneidades conductoras. Este método se presta para su empleo desde el aire (cap. X).

En el circuito emisor de todos estos métodos suelen emplearse corrientes sinusoidales de frecuencias comprendidas entre 20 y 5.000 Hz.

VII.2 CIRCUITO DE LAS TRES ESPIRAS

Algunas de las relaciones básicas de las CEM se aclaran por consideración del *circuito de las tres espiras* (Grant y West, 1965) las cuales representan respectivamente el emisor, el receptor y el cuerpo conductor incluido en el subsuelo. Aunque el problema queda muy estilizado, pueden obtenerse de este modo relaciones muy importantes. Se supone despreciable el campo disperso inducido en el subsuelo, y que las distancias mutuas entre las espiras son lo suficientemente pequeñas (en la prác-

tica no suelen sobrepasar 1 km) para que la propagación del campo pueda considerarse instantánea. Los índices 1, 2 y 3 se aplicarán, respectivamente, al emisor, al receptor y al cuerpo subterráneo (fig. VII-1).

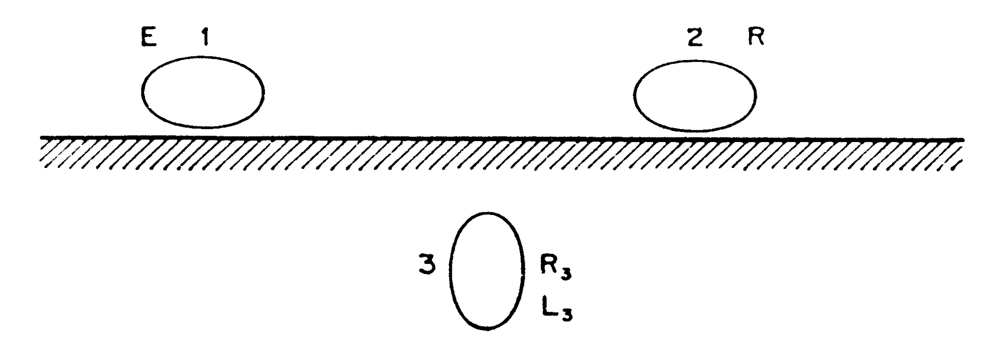


Fig. VII-1. Circuito de las tres espiras. El emisor (E) está representado por la espira 1, el receptor (R) por la 2, y el cuerpo conductor subterráneo por la espira 3, a la que se atribuyen una resistencia R_3 y un coeficiente de autoinducción L_3.

Sea $I_1 = I_{10}\, e^{-i\omega t}$ la corriente que recorre el emisor, la cual producirá un campo magnético $\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_{10}\, e^{-i\omega t}$ que inducirá en la bobina receptora una f.e.m. U_{2p} tal que

$$U_{2p} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{S}) \qquad \text{(VII.1)}$$

donde Φ es el flujo magnético captado por la bobina, y **S** su superficie. Como la bobina receptora está inmóvil, se tendrá, si es α el ángulo entre **B** y el vector **S**,

$$U_{2p} = -S \cos \alpha \frac{\partial B_1}{\partial t} = -S \cos \alpha \frac{\partial}{\partial t}(B_{10}\, e^{-i\omega t}) =$$

$$= i\omega\, S \cos \alpha\, B_{10}\, e^{-i\omega t} \qquad \text{(VII.2)}$$

En lo sucesivo suprimiremos por comodidad el factor $\cos \alpha$, lo que equivale a decir que consideraremos no el campo total $\mathbf{B}_1$ sino sólo su componente perpendicular a la bobina. Entonces puede escribirse

$$U_{2p} = i\omega\, S\, B_{10}\, e^{-i\omega t} = i\omega\, (S\, B'_{10})\, I_{10}\, e^{-i\omega t} \qquad \text{(VII.3)}$$

donde B'_{10} es el campo captado por la bobina cuando la intensidad de cresta en el emisor es de 1 Amperio. Pero, por definición,

$$S\, B'_{10} = M_{12} \qquad \text{(VII.4)}$$

donde M_{12} es el coeficiente de inducción mutua entre el emisor y la bobina receptora, por lo que se tendrá finalmente

$$U_{2p} = i\omega\, M_{12}\, I_{10}\, e^{-i\omega t} \qquad \text{(VII.5)}$$

Supondremos al circuito subterráneo como compuesto por una resistencia R_3 y una inductancia L_3. El campo primario inducirá en él una f.e.m. U_3 que, por analogía con el caso anterior, valdrá

$$U_3 = i\omega\, M_{13}\, I_{10}\, e^{-i\omega t} \tag{VII.6}$$

y que producirá en el cuerpo conductor una intensidad I_3, de valor

$$I_3 = \frac{U_3}{Z_3} = \frac{i\omega\, M_{13}\, I_{10}\, e^{-i\omega t}}{R_3 - i\omega\, L_3} = \frac{i\omega\, M_{13}\,(R_3 + i\omega\, L_3)}{R_3^2 + \omega^2 L_3^2}\, I_{10}\, e^{-i\omega t} \tag{VII.7}$$

Esta intensidad I_3 produce a su vez un campo magnético $\mathbf{B}_3$ que inducirá en la bobina receptora una f.e.m. "secundaria" que, por analogía con la (VII.5), valdrá

$$U_{2s} = i\omega\, M_{32}\, I_3 \tag{VII.8}$$

La intensidad de la anomalía puede medirse comparando entre sí la f.e.m. U_{2s} debida al cuerpo conductor subterráneo, con la U_{2p} debida directamente al emisor. El cociente entre ambas magnitudes, se denomina *respuesta,* y según lo dicho, valdrá

$$\frac{U_{2s}}{U_{2p}} = i\omega\, \frac{M_{13}\, M_{32}}{M_{12}}\, \frac{R_3 + i\omega\, L_3}{R_3^2 + \omega^2 L_3^2} \tag{VII.9}$$

y considerando el factor de calidad $Q = \frac{\omega L_3}{R_3}$ del circuito subterráneo la expresión anterior se transforma en

$$\frac{U_{2s}}{U_{2p}} = i\omega\, \frac{M_{13}\, M_{32}}{M_{12}}\, \frac{1 + i\,Q}{1 + Q^2}\, \frac{1}{R_3} = \frac{M_{13}\, M_{32}}{M_{12}\, L_3}\, \frac{Q^2 - i\,Q}{1 + Q^2}. \tag{VII.10}$$

En la Teoría de Circuitos se demuestra que el coeficiente de inducción mutua entre dos circuitos, *i, j* viene dado por

$$M_{ij} = M_{ji} = K_{ij}\,(L_i\, L_j)^{1/2} \tag{VII.11}$$

donde K_{ij} es el *factor de acoplo* entre los dos circuitos, que depende de la posición mutua de éstos, y tiene la unidad por valor máximo; mientras que las L_i, L_j representan las inductancias de los circuitos de índice respectivo.

Sustituyendo la (VII.11) en la (VII.10) se obtiene,

$$\frac{U_{2s}}{U_{2p}} = -\frac{K_{13}\, K_{23}}{K_{12}}\, \frac{Q^2 - i\,Q}{1 + Q^2} \tag{VII.12}$$

Esta expresión indica que la respuesta es el producto de dos factores, el primero de los cuales es un factor de acoplo compuesto

$$K = -\frac{K_{13} K_{23}}{K_{12}} \qquad \text{(VII.13)}$$

que depende únicamente de la geometría del problema, y el segundo

$$f(Q) = \frac{Q^2 - i\,Q}{1 + Q^2} \qquad \text{(VII.13 bis)}$$

es función únicamente de las características intrínsecas del cuerpo o circuito subterráneo.

La fórmula (VII.13) indica que la respuesta será tanto mayor cuanto mejor sea el acoplo del circuito subterráneo con el emisor y con el receptor, y cuanto menor sea el que exista entre el emisor y la bobina exploradora, como es lógico que suceda. La respuesta será, pues, máxima cuando el emisor o el receptor se encuentren en la inmediata proximidad del cuerpo conductor (o dicho más exactamente en la posición de máximo acoplo), mientras que por otra parte, conviene que el acoplo entre emisor y receptor sea mínimo, pues así resaltará más la anomalía producida por el cuerpo subterráneo.

La función $f(Q)$ puede utilizarse para el estudio de la amplitud de la respuesta en dependencia de las características del cuerpo subterráneo, en especial de su resistividad. En efecto, si se suponen previamente determinados la forma geométrica y el tamaño del cuerpo subterráneo, L_3 queda fijada, pues sólo depende de dichas variables, mientras que R_3 variará con la resistividad del cuerpo.

Para estudiar el influjo de la resistividad sobre $f(Q)$, se representará gráficamente esta función, que es compleja. Su parte real representa la parte de la respuesta que está en fase con el campo primario, o sea la componente real, mientras que la parte imaginaria de $f(Q)$ corresponde a la parte de la respuesta que está en cuadratura con el campo primario, o sea la componente imaginaria.

En la figura VII-2 se representan separadamente la parte real y la imaginaria de $f(Q)$ que, según la fórmula (VII.13) serán respectivamente,

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}[f(Q)] &= \frac{Q^2}{1 + Q^2} \\ \mathrm{Im}[f(Q)] &= -\frac{Q}{1 + Q^2} \end{aligned} \qquad \text{(VII.14)}$$

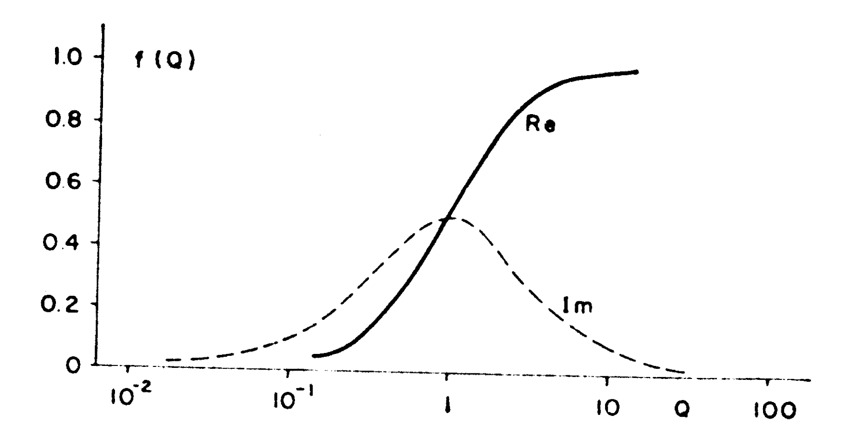


Fig. VII-2. Partes real e imaginaria de la función f (Q) siendo $Q = \omega L_3/R_3$.

Se deduce de estas expresiones que la parte real es nula para $Q = 0$ y va creciendo con Q, tendiendo a la unidad para $Q \rightarrow \infty$. En cambio, la componente imaginaria, si bien es también nula para $Q = 0$, va creciendo en valor absoluto hasta un máximo (de valor 0,5) para $Q = 1$, empezando luego a decrecer, tendiendo a cero cuando Q tiende a infinito.

Si ahora se suponen fijas L_3 y ω, Q sólo dependerá de R_3 o sea, según se ha dicho, de la resistividad del cuerpo subterráneo. Si este fuese aislante, la respuesta es nula, tanto en componente real como imaginaria. Si llegamos a dicha condición partiendo de un valor finito de la resistividad y haciendo aumentar esta, es decir, disminuyendo Q, la componente imaginaria de la respuesta va siendo cada vez mayor que la real, aunque ambas vayan disminuyendo al mismo tiempo conforme se aproxima al *límite resistivo* ($Q = 0$). Este predominio de la parte imaginaria, tiende a desaparecer si, procediendo en sentido inverso, va disminuyendo la resistividad, de modo que ambas componentes son iguales para $Q = 1$. Ulteriores decrecimientos de la resistividad hacen que la componente real siga aumentando, mientras que la imaginaria va disminuyendo. Si el cuerpo fuese perfectamente conductor ($Q \rightarrow \infty$, *límite inductivo*) toda la respuesta sería real.

Estas relaciones indican que la comparación de la parte imaginaria de la respuesta con la parte real puede utilizarse para estimar, siquiera sea cualitativamente, la resistividad de los cuerpos detectados. En los cuerpos de conductividad media la anomalía en fase o real es del mismo orden que la anomalía en cuadratura. En los conductores muy buenos predomina la primera, mientras que en los menos buenos ocurre lo contrario. Tales relaciones se deducen directamente de la figura.

Hasta aquí se ha supuesto fija la frecuencia. Dada la expresión que define Q, la misma sucesión de fenómenos puede alcanzarse mantenien-

do fijos L_3 y R_3 y haciendo variar ω. La anomalía será muy pequeña para valores bajos de ω, pero irá aumentando con ésta. La frecuencia más apta para la prospección será aquélla en que las curvas de respuesta, tanto real como imaginaria, tienen mayor pendiente, puesto que así es como más fácilmente puede evaluarse la conductividad relativa de los cuerpos productores de las anomalías. Por lo tanto, la zona más favorable es la que corresponde a valores de Q algo superiores a la unidad.

Resulta de lo anterior la importancia que tiene la elección de la frecuencia. Si esta es demasiado baja, las anomalías serán pequeñas, con la consiguiente pérdida de sensibilidad; si es excesivamente alta, las anomalías serán grandes, pero esto ocurrirá no sólo para los cuerpos muy buenos conductores, sino para conductores mediocres, en los que pueden entrar tanto el recubrimiento como la roca de caja, haciéndose difícil la diferenciación entre unos y otros. La frecuencia debe elegirse de modo que las mineralizaciones den anomalías grandes, y mucho mayores que las correspondientes al recubrimiento y la roca de caja.

La conductividad del cuerpo detectado se estima a veces cualitativamente por la relación entre la anomalía en la componente real y la anomalía en la componente imaginaria. Cuanto mayor sea esta relación mejor conductor será el cuerpo. En muchos métodos de CEM se trabaja con dos frecuencias; la variación de la anomalía con la frecuencia puede utilizarse también para la estimación de la conductividad. En efecto, al aumentar la frecuencia, la relación *Re/Im* en el campo total captado por la bobina exploradora decrece si el cuerpo es muy buen conductor, y aumenta si no lo es. Para comprobar que esto es así, hay que tener en cuenta que la d.d.p. *total* inducida en la bobina exploradora vale, según las ecuaciones (VII.5), (VII.7) y (VII.8)

$$U_{2s} + U_{2p} = I_{10}\, e^{-i\omega t}\, \omega \left(- \frac{\omega M_{32} M_{13} R_3}{R_3^2 + \omega^2 L_3^2} + \right.$$

$$\left. + i \frac{M_{12} R_3^2 - \omega^2 L_3 (M_{12} + M_{13} M_{32})}{R_3^2 + \omega^2 L_3^2} \right)$$

de donde se deduce que

$$\frac{\text{Re}}{\text{Im}} = - \frac{\omega M_{13} M_{32} R_3}{M_{12} R_3^2 - \omega^2 L_3 (M_{12} + M_{13} M_{32})} \qquad \text{(VII.15)}$$

Si la resistividad del cuerpo es despreciable, R_3 será muy pequeña, y podrá suprimirse sin grave error el primer término del denominador, con lo que la relación Re/Im decrecerá con la frecuencia. Por el contrario, si la resistividad y con ella R_3 son suficientemente grandes será poco importante el segundo término del denominador, y la relación crecerá con la

frecuencia. Esta distinción entre conductividades, que se utiliza para eliminar las anomalías debidas al recubrimiento y conductores superficiales, depende, según se ve en la expresión (VII.15) del margen de frecuencias utilizado.

VII.3 MEDIDA DE LA DIRECCION DEL CAMPO. POLARIZACION ELIPTICA

La dirección del campo magnético variable **B** en un punto cualquiera puede establecerse con relativa facilidad por medio de una bobina exploradora. Esta debe estar unida a un trípode o soporte rígido, con posibilidad de girar alrededor de un eje vertical y de otro horizontal, y estar provista de un clinómetro para medir la inclinación de la bobina respecto de la vertical, y de una brújula o alidada para determinar su rumbo u orientación en el plano horizontal.

Si se conecta la bobina a unos teléfonos (o a un instrumento de cero) preferiblemente a través de un amplificador, se percibirá una señal, cuya intensidad dependerá del ángulo entre el campo y el eje de la bobina. Cuando el vector campo **B** yazca en el plano de la bobina, el flujo captado por esta será nulo, por lo que no se inducirán corrientes en ella, y los teléfonos permanecerán silenciosos. Esta circunstancia es la que se utiliza para establecer la dirección del campo, ya que la posición de máximo flujo es de determinación menos precisa.

En la práctica puede procederse como sigue (fig. VII-3). Se hace girar la bobina alrededor de su eje vertical, hasta conseguir silencio en los teléfonos (o lectura nula en el instrumento de medida, si este es el caso). El vector campo yace entonces en el plano de la bobina, por lo que su rumbo será el mismo de éste (fig. VII-3 a). Se mide entonces la inclinación del campo, para lo que se hace girar la bobina nuevamente alrededor de su eje vertical, colocándola en posición perpendicular a la de silencio hallada en la primera parte de la operación (fig. VII-3 b). Entonces vuelve a percibirse sonido, y se gira la bobina alrededor de su eje horizontal, hasta conseguir silencio. En dicha posición el vector campo vuelve a hallarse en el plano de la bobina (fig. VII-3 c) y la inclinación de esta es la del vector campo.

Al aplicar el procedimiento anterior en el terreno, no suelen hallarse posiciones de silencio, sino tan sólo de sonido mínimo. Tal fenómeno tiene su origen en la *polarización elíptica,* producida porque el campo recibido por la bobina es la suma del campo primario con otro secundario desfasado respecto de él, y con otra dirección en el espacio, lo que merece considerarse con alguna atención.

En general, en cada punto de observación existirán, además del cam-

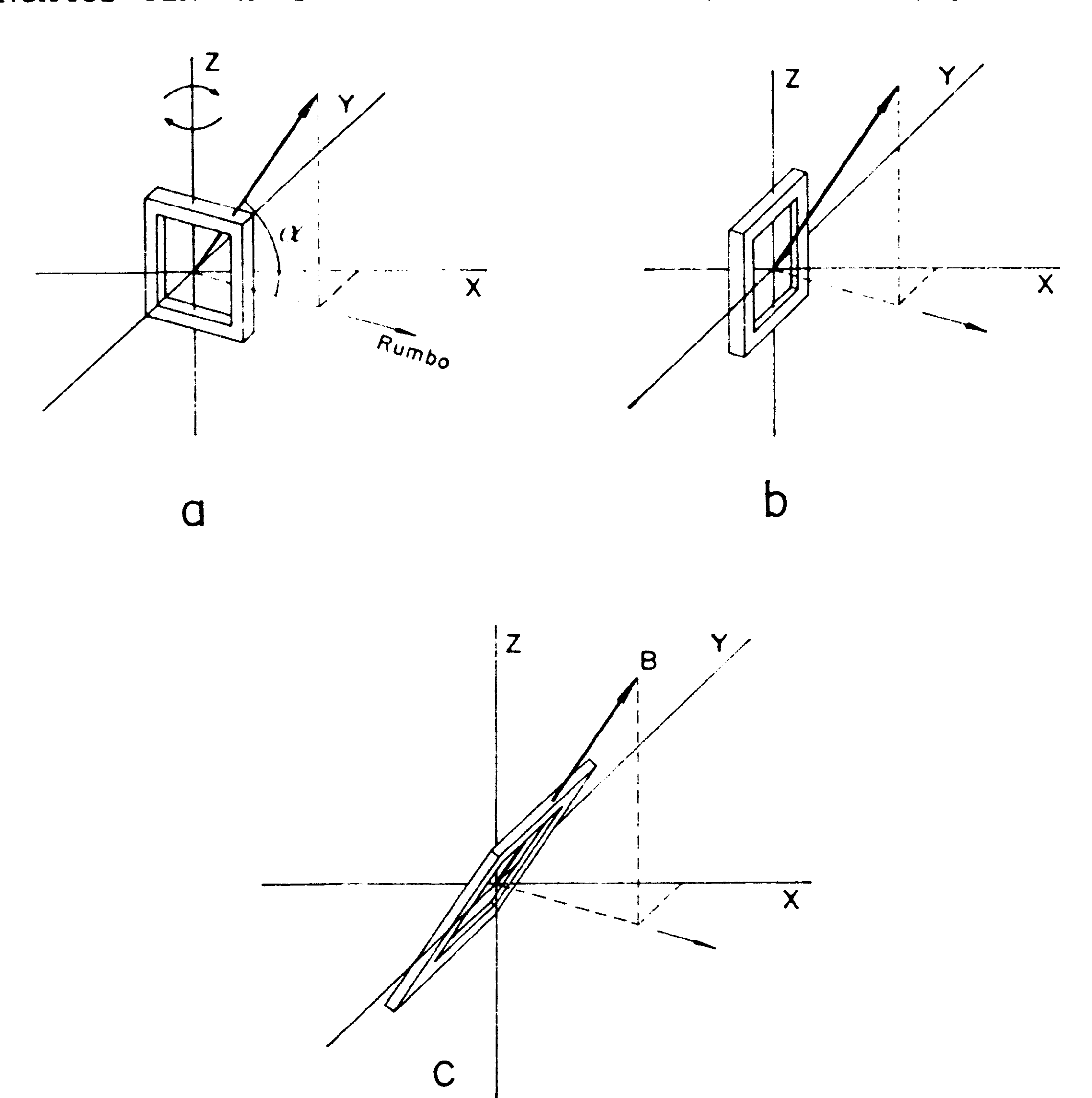


Fig. VII-3. Determinación de la dirección del campo **B**. a) Determinación del rumbo, mediante giro alrededor de la vertical, hasta hallar la posición de señal mínima. b) Giro de 90° alrededor de la vertical, partiendo de la posición anterior. c) Giro alrededor del eje horizontal, hasta un nuevo mínimo, que indica la inclinación α.

po primario, campos secundarios debidos a las corrientes inducidas del subsuelo. Tales campos secundarios tendrán desfases respecto del primario.

Si se supone que el campo primario y los secundarios yacen en un mismo plano vertical, puede tomarse en él un sistema de ejes cartesianos x, z, sobre los que pueden proyectarse los vectores que representan dichos campos.

Si se componen separadamente las proyecciones sobre cada eje, teniendo en cuenta que todas tienen la misma frecuencia angular ω, se obtendrán dos componentes únicas

$$B_x = A \cos (\omega t + \varphi_1)$$

$$B_z = D \cos(\omega t + \varphi_2)$$

o sea (VII.16)

$$\cos^{-1} \frac{B_x}{A} = \omega t + \varphi_1$$

$$\cos^{-1} \frac{B_z}{D} = \omega t + \varphi_2 \tag{VII.17}$$

entre las que puede eliminarse ωt, resultando

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 = \cos^{-1} \frac{B_z}{D} - \cos^{-1} \frac{B_x}{A} \tag{VII.18}$$

y por tanto,

$$\cos \delta = \frac{B_z}{D} \cdot \frac{B_x}{A} - \left(1 - \frac{B_z^2}{D^2}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{B_x^2}{A^2}\right)^{1/2} \tag{VII.19}$$

según se deduce de la fórmula del coseno de una diferencia. De aquí,

$$\left(\cos \delta - \frac{B_z}{D} \cdot \frac{B_x}{A}\right)^2 = \left(1 - \frac{B_z^2}{D^2}\right)\left(1 - \frac{B_x^2}{A^2}\right)$$

que, desarrollada, da

$$\text{sen}^2 \delta = \frac{B_x^2}{A^2} + \frac{B_z^2}{D^2} - 2 \cos \delta \frac{B_x}{A} \frac{B_z}{D}$$

que puede escribirse en la forma

$$\frac{B_x^2}{A^2 \,\text{sen}^2 \delta} + \frac{B_z^2}{D^2 \,\text{sen}^2 \delta} - 2 \frac{\cos \delta}{AD \,\text{sen}^2 \delta} B_x B_z = 1 \tag{VII.20}$$

que poniendo

$$a = (A \,\text{sen}\, \delta)^{-2}$$

$$b = -\frac{\cos \delta}{AD \,\text{sen}^2 \delta} \tag{VII.21}$$

$$c = (D \,\text{sen}\, \delta)^{-2}$$

se transforma en

$$a B_x^2 + 2 b B_x B_z + c B_z^2 = 1 \tag{VII.22}$$

que es la ecuación de una elipse con centro en el origen de coordenadas.

Ocurre, pues, que el vector **B** gira en el espacio, dentro del plano $x z$, de modo que su extremo describe la elipse dada por la ecuación anterior. Si la bobina exploradora gira alrededor del eje z para determinar el rum-

bo del campo, se obtendrá silencio cuando su plano coincida con el $x z$, denominado *plano de polarización*, pero al intentar medir la inclinación del campo, por giro alrededor de un eje perpendicular a dicho plano, no se encontrará posición de silencio, sino de sonido mínimo, cuando la bobina se encuentre en la dirección del eje mayor de la elipse, pues entonces recibe el campo mínimo, cuya dirección es la del eje menor.

Según conocidas relaciones de Geometría Analítica, el ángulo α del eje mayor con el x viene dado por

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2b}{a - c} = \frac{2AD\cos\delta}{A^2 - D^2} \tag{VII.23}$$

De estas ecuaciones se deduce la existencia de varios casos particulares importantes.

Si el desfase δ entre la componente vertical B_z y la horizontal B_x es nulo, se tendrá

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2AD}{A^2 - D^2}$$

pero al mismo tiempo la ecuación (VII.20) se reduce a

$$\frac{B_x^2}{A^2} + \frac{B_z^2}{D^2} - 2\frac{B_x}{A}\frac{B_z}{D} = 0$$

o lo que es igual

$$\left(\frac{B_x}{A} - \frac{B_z}{D}\right)^2 = 0 \tag{VII.24}$$

que es la ecuación de una recta (doble) de pendiente D/A. Este caso en que la elipse de polarización degenera en recta se llama *polarización lineal* y en él existe una posición de silencio, cuando el eje de la bobina se encuentra en el plano $x z$, formando un ángulo $\alpha = \operatorname{tg}^{-1}(D/A)$ con el eje x.

Si el desfase δ *es* $\pi/2$ la ecuación de la elipse es

$$\frac{B_x^2}{A^2} + \frac{B_z^2}{D^2} = 1 \tag{VII.25}$$

y entonces sus ejes coinciden con los coordenados, y $\alpha = 0$. Si además, $A = D$, la elipse es una circunferencia, y el campo es el mismo en cualquier dirección del plano $x z$, por lo que carece de sentido hablar de la inclinación del campo, y si se tratara de determinarlo, se obtendría la misma intensidad de sonido para cualquier posición de la bobina, siempre que su eje se halle en el referido plano.

En la práctica, en resumen, lo que puede determinarse mediante las

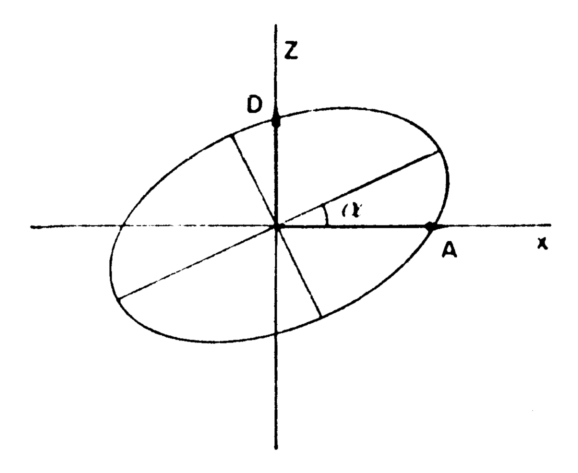


Fig. VII-4. Polarización elíptica. Los vectores A y D, varian sinusoidalmente con el tiempo, ambos con la misma frecuencia, pero no alcanzan sus máximos en los mismos momentos. Esto hace que su resultante gire en el espacio, describiendo una elipse.

operaciones de giro de la bobina exploradora es, salvo casos excepcionales, el plano de polarización (único de silencio) y la dirección de los ejes de la elipse. Esta es indeterminada en el caso de polarización circular. En cambio, si la polarización es lineal, existen infinitos planos de silencio, que se obtienen haciendo girar la bobina alrededor de un eje paralelo a la dirección del campo.

VII.4 DETECTABILIDAD DE UN CUERPO

Tanto para la comparación de unos métodos con otros, como para decidir sobre la aplicabilidad de alguno de ellos a un problema determinado, es preciso considerar el influjo relativo que ejercen diversos factores y parámetros sobre la amplitud y características de las anomalías y sobre la posibilidad de que éstas sean observadas.

WARD y ROGERS (1967) han dado una expresión general de la anomalía producida por una heterogeneidad del subsuelo. Esta expresión, válida para métodos de prospección muy diferentes, tales como el gravimétrico, o las CEM, es, con notación distinta de la empleada por dichos autores,

$$A = C\,G\,F\,T \qquad \text{(VII.26)}$$

donde A es la amplitud de la anomalía; C el campo inductor; G un parámetro que depende de la geometría del problema; F el factor de contraste, que es función de la diversidad de propiedades físicas entre el objetivo (esto es, el cuerpo que se busca) y la roca ambiente; y finalmente, T es el factor de tamaño del cuerpo. En gravimetría, por ejemplo, el factor de contraste sería la diferencia de densidades entre el cuerpo y el medio encajante.

La pregunta de si un cuerpo de tamaño y propiedades físicas dadas es detectable o no por cierto método, no tiene respuesta única, y depende entre otros factores de su profundidad (que influye en *G*) y de las características de la roca de caja de las cuales depende *F* tanto como del cuerpo buscado. Puede decirse, en general, que serán detectables todos los cuerpos o heterogeneidades cuyas anomalías *A* respectivas tengan amplitud suficiente para ser detectadas. Esto depende tanto de las características de dichas heterogeneidades y del medio que las rodea, como de la sensibilidad de los instrumentos, además de una circunstancia muy importante, la de que cada anomalía debida a alguna de las heterogeneidades que se buscan sea distinguible de las falsas anomalías o *ruidos* producidos por otras causas.

Tales ruidos pueden clasificarse en tres grupos:

a) *Ruidos instrumentales,* como los originados por la agitación térmica de los electrones en las bobinas receptoras y en el amplificador, especialmente en la entrada y primera etapa de éste. En el estado actual de la técnica electrónica, estos ruidos no representan perturbación grave.

b) *Parásitos,* o ruidos producidos por otras fuentes distintas de las que se pretende emplear como primario. Entre ellos figuran los originados por actividades humanas (líneas de alta tensión, instalaciones industriales, etc.) y los debidos a campos naturales. La intensidad de estos ruidos varía mucho de una zona a otra, y depende también de la hora a que se realizan las observaciones. La posibilidad de eliminarlos depende de la selectividad de los instrumentos y de la diferencia entre sus frecuencias y la del emisor primario.

c) *Ruido operacional.* En esta denominación (BOSSCHART, 1967) se incluyen ciertas imprecisiones en la medición, que hacen que esta no se haga exactamente en las condiciones previstas, así como los usuales errores de apreciación por parte del observador. Figuran entre los ruidos de este tipo los errores en la separación y orientación de las bobinas, las corrientes inducidas por vibración de éstas, que pueden tener importancia en los métodos aéreos, fluctuaciones en el emisor, etc. Los errores que provienen de la inadecuada colocación de las bobinas sólo pueden corregirse dentro de ciertos límites prácticos, ya que, aunque sería posible situarlas y orientarlas con gran precisión, ello resultaría antieconómico. El tamaño de los errores de este tipo depende en gran parte de la topografía y la vegetación, que influyen en la visibilidad entre emisor y receptor. En los casos en que la bobina emisora y la receptora han de moverse sobre el terreno conservando fija su separación y cuando esta no es muy grande, puede recurrirse a su unión mediante una barra (Slingram de vara, algunos métodos aéreos) pero entonces surgen problemas debidos a la flexión de aquella, o a su variación por efecto de los cambios de temperatura. Las fluctuaciones en la amplitud del campo primario que-

dan corregidas automáticamente en algunos métodos, como el Turam, pero no ocurre lo mismo respecto de los deslizamientos de frecuencia.

d) *Ruido geológico.* Como se ha dicho, consiste en las anomalías producidas por heterogeneidades del subsuelo sin importancia para la finalidad de la investigación. En el caso de las CEM, tales heterogeneidades han de ser conductoras, y entre ellas figuran las fallas, zonas de rotura, variaciones en el recubrimiento, zonas húmedas o pantanosas, pizarras grafitosas, etc., siempre que tales accidentes no constituyan el objetivo de la investigación, como ocurre a veces con las fallas, por ejemplo.

En resumen, las condiciones de detectabilidad de un cuerpo no sólo dependen de sus características y del método empleado, sino del instrumental y técnica operativa, así como de las circunstancias topográficas y geológicas.

VII.5 PENETRACION

Del mismo modo que en la prospección eléctrica en corriente continua, el concepto de penetración, muy claro a primera vista, carece en las CEM de sentido exacto y definido. El profano desea saber hasta qué profundidad exacta se explora el subsuelo en una investigación determinada, pero esto no puede decirse en general sin referirse a cuerpos de forma, tamaño, posición y continuidad perfectamente definidos. Menos aún puede contestarse la pregunta si ésta se refiere no a un trabajo y zona, sino a un método en general, pues entonces influyen las condiciones del recubrimiento y roca de caja, tanto como la sensibilidad de los instrumentos y la frecuencia empleada.

No obstante, la tendencia natural a simplificar cuestiones complicadas ha llevado, como en el caso de los sondeos en corriente continua, a establecer reglas empíricas de penetración carentes de fundamento. Entre tales reglas, la más difundida es la referente a los métodos de tipo Slingram, y dice que la penetración es igual a la mitad de la separación entre las bobinas emisora y receptora. Que tal regla es falsa se deduce sin más que tener en cuenta que en ciertas modalidades aéreas de estos métodos la citada separación suele ser inferior a la altura de vuelo, de donde se deduciría que su penetración es negativa, pues no llega a la superficie del suelo. Cualquier regla semejante que haga depender la penetración de sólo la separación entre bobinas, sin tener en cuenta las características del blanco ni la del instrumental no puede ser verdadera.

Es frecuente encontrar en la literatura datos sobre la penetración de tal o cual método. En el mejor de los casos se trata de cifras estadísticas válidas para condiciones medias, y que no pueden aplicarse sin más a

cada problema. A veces estas cifras están exageradas por motivos comerciales.

VII.6 MODELOS REDUCIDOS

VII.6.1 Relación de semejanza

La complicación de los cálculos necesarios para determinar las anomalías producidas por cuerpos conductores, aun de forma geométrica sencilla, ha llevado frecuentemente al estudio experimental de ellas por medio de modelos reducidos. Tales modelos presentan las ventajas de que los cuerpos productores de las anomalías son perfectamente conocidos en sus características, lo que no puede ocurrir en las investigaciones efectuadas sobre el terreno.

En las investigaciones sobre modelos, las dimensiones lineales del cuerpo cuya anomalía pretende estudiarse se reducen a escala, de modo que el modelo que va a representarlo tenga tamaño adecuado para su manejo en el laboratorio. Por ejemplo, un filón conductor de 300 m de corrida, a escala 1 : 1000, alcanzará tan sólo 30 cm de longitud en el modelo.

Ahora bien, al modificar las dimensiones lineales del cuerpo, surge la pregunta de si habrá que modificar también, y en qué medida, los demás parámetros que intervienen en el problema, tales como conductividad, frecuencia, etc. Esta pregunta lleva aparejada otra, que es la de cómo se pasa de las anomalías observadas en el laboratorio a las anomalías reales que se observarán en el terreno.

El procedimiento más completo, sistemático y riguroso para resolver cuestiones de esta índole es el que se deduce del Análisis Dimensional, del que conviene recordar brevemente algunos principios básicos (PALACIOS, 1964).

Dicho autor demuestra que "la forma más general de toda ecuación

$$f(x, \ldots, x_n) = 0$$

que sea consecuencia de una teoría cuyas leyes fundamentales sean relaciones de proporcionalidad entre potencias con exponentes fijos es

$$F(\pi, \ldots, \pi_i) = 0$$

donde las π_i son los monomios independientes de dimensión nula, o "monomios pi" que pueden formarse con las magnitudes consideradas.

Esta afirmación constituye una versión rigurosa del llamado *teorema de pi,* enunciado en 1892 por Vaschy, y redescubierto en 1919 por Buckingham, quien le dio el nombre indicado. Puede demostrarse que el nú-

mero de estos monomios independientes es $i = n - h$, donde h es la característica de la matriz formada con los exponentes dimensionales, con relación a una base completa cualquiera de magnitudes fundamentales, y n el número total de magnitudes que intervienen en el problema.

Si se trata de estudiar el campo magnético B producido por una fuente alimentada por corriente de intensidad I y frecuencia ω, habrá que considerar también las constantes ρ, ε y μ de los cuerpos que intervienen, así como las longitudes y distancias mutuas, que representaremos por d. De este modo se cumplirán las reglas de que salvo la magnitud incógnita, todas las que figuran en la lista han de ser o constantes o variables independientes, y que deben tomarse en consideración todas las constantes, tanto características como universales que intervengan en el fenómeno estudiado.

Por otra parte, L, M, T e I forman una base completa de magnitudes fundamentales, por lo que la matriz buscada será:

	B	I	d	ω	ε	μ	ρ
L	0	0	1	0	−3	1	3
M	1	0	0	0	−1	1	1
T	−2	0	0	−1	4	−2	−3
I	−1	1	0	0	2	−2	−2
π_1	1	1	1	0	0	−1	0
π_2	0	0	2	2	1	1	0
π_3	0	0	−2	−1	0	−1	1

Como $n = 7$ y $h = 4$ resulta que el número de monomios independientes es $i = 3$. Dichos monomios π_1, π_2 y π_3 pueden determinarse por el sistema de ecuaciones

$$
\begin{aligned}
u_d - 3\,u_\varepsilon + u_\mu + 3\,u_\rho &= 0 \\
u_B - u_\varepsilon + u_\mu + u_\rho &= 0 \\
u_\omega + 2\,u_B - 4\,u_\varepsilon + 2\,u_\mu + 3\,u_\rho &= 0 \\
-u_I + u_B - 2\,u_\varepsilon + 2\,u_\mu + 2\,u_\rho &= 0
\end{aligned}
\qquad \text{(VII.27)}
$$

en el que u_k representa el exponente en el monomio de la magnitud de símbolo k, y que se forma imponiendo las condiciones de que el exponente de cada magnitud fundamental ha de ser nulo. El sistema es indeterminado y pueden elegirse arbitrariamente tres de las incógnitas, por ejemplo, u_B, u_ε y u_ρ. Si se hace sucesivamente igual a la unidad cada una

de éstas, anulando las otras dos, resulta el sistema completo de monomios adimensionales

$$\pi_1 = \frac{Bd}{\mu I} \qquad \text{(VII.28)}$$

$$\pi_2 = \varepsilon \, \mu \, d^2 \, \omega^2 \qquad \text{(VII.29)}$$

$$\pi_3 = \frac{\rho}{d^2 \, \mu \, \omega^2} \qquad \text{(VII.30)}$$

a los que corresponden los exponentes indicados respectivamente en las tres líneas π_1, π_2, π_3 que aparecen al pie de la matriz. Por multiplicación o división entre sí de éstos, pueden hallarse otros monomios adimensionales. Por lo tanto, según el análisis dimensional, ocurrirá que

$$\mathbf{B} = \frac{\mu I}{d} \varphi_1 \left(\varepsilon \, \mu \, d^2 \, \omega^2, \frac{\rho}{\mu \, \omega \, d^2} \right) \qquad \text{(VII.31)}$$

donde φ_1 es una función no determinada. En general, dentro del paréntesis pueden incluirse también *factores de forma,* o sea cantidades sin dimensiones, que son cocientes de magnitudes de la misma dimensión, como las relaciones entre dos longitudes, ángulos, etc. Por ejemplo, si en el problema aparece un cuerpo de sección rectangular, la relación entre su altura y su base puede añadirse dentro del paréntesis de la (VII.31).

Supongamos ahora que se quiere estudiar la modificación que un cuerpo conductor de determinadas características produce en el campo electromagnético de un emisor situado en sus proximidades.

Para ello se construirá un modelo del problema real reduciendo sus dimensiones geométricas según un factor de escala l de modo que a cada longitud o distancia $d_N^{(i)}$ en el primero corresponde otra $d_M^{(i)}$ en el modelo, tal que

$$d_N^{(i)} = l \, d_M^{(i)} \qquad \text{(VII.32)}$$

Limitándonos por el momento a las magnitudes que figuran en el monomio π_3 y distinguiendo por el subíndice N a los valores correspondientes en el sistema a tamaño natural y por el M a los del modelo reducido, escribiremos

$$\begin{aligned} \rho_N &= r \, \rho_M \\ \mu_N &= m \, \mu_M \\ \omega_N &= n \, \omega_M \end{aligned} \qquad \text{(VII.33)}$$

ecuaciones que definen los factores de escala *r, m, n,* de las magnitudes ρ, μ y ω. Se cumplirá, pues, en el problema real, que

$$\pi_3 = \frac{\rho_N}{\mu_N \, \omega_N \, d^2_N} = \frac{\rho_M}{\mu_M \, \omega_M \, d_M} \, \frac{r}{l^2 \, m \, n}. \qquad \text{(VII.34)}$$

Por lo tanto, si toman los factores de escala de modo que

$$r/l^2 mn = 1$$

el monomio π_3 tendrá igual valor en el sistema real y en el reducido, por lo que el campo **B** observado en ambos será idéntico, salvo un factor de proporcionalidad debido al primer monomio, que puede hacerse igual a la unidad modificando l en la misma medida que d, o sea dividiéndola por l. El modelo representará, pues, fielmente, las condiciones del sistema natural y proporcionará sus mismos resultados.

En la práctica, si no se emplean materiales ferromagnéticos para la construcción del modelo (lo que no debe hacerse, pues su imanación no es lineal) puede tomarse $\mu_M = \mu_N = \mu_0$ con lo que la condición que deben cumplir los factores de escala se reduce a

$$r = l^2 \, n \qquad \text{(VII.35)}$$

Así por ejemplo, si el modelo es la centésima parte en tamaño del sistema real, la condición anterior será satisfecha si se toman en el modelo resistividades cien veces mayores que en la realidad, y se multiplica por cien la frecuencia del emisor.

Hasta ahora no nos hemos ocupado del segundo monomio π_2, en el cual aparece la constante dieléctrica ε. Si representamos por e su factor de escala

$$\varepsilon_N = e \, \varepsilon_M \qquad \text{(VII.36)}$$

llegaremos, a través de consideraciones análogas a las efectuadas para π_3 a la condición

$$e \, m \, l^2 \, n^2 = 1 \qquad \text{(VII.37)}$$

El valor de e queda determinado una vez que se han elegido los demás factores de escala de modo que cumplan las condiciones exigidas por el segundo monomio. Es fácil ver que, en el ejemplo dado más arriba con $l = 100$, las constantes dieléctricas en el natural y en el modelo, serán las mismas, pues ha de ser $e = 1$.

Si el modelo se construyese para estudiar el campo eléctrico **E** en vez del magnético **B**, habría que proceder de modo análogo a como se ha hecho para éste, a fin de obtener los correspondientes monomios adimensionales. Ahora bien, como las demás magnitudes que intervienen en ambos casos son las mismas, la matriz que hay que utilizar es idéntica a la empleada para **B**, salvo en su primera columna, que corresponderá a **E**.

Los nuevos monomios, también en número de tres, que designaremos por π'_1, π'_2, π'_3, resultan ser

$$\pi'_1 = \frac{E}{I\mu\omega}$$

$$\pi'_2 = \pi_2 \qquad \text{(VII.38)}$$

$$\pi'_3 = \pi_3$$

por lo que se tiene

$$\mathbf{E} = \mu\,\omega\,I \cdot \varphi_2 \left(\varepsilon\,\mu\,d^2\,\omega, \frac{\rho}{\mu\,\omega\,d^2} \right) \qquad \text{(VII.39)}$$

Resultan por lo tanto aplicables para el campo eléctrico las mismas condiciones de similitud establecidas para el magnético. Debe tenerse en cuenta que, en general, no interesa el valor absoluto del campo, sino el relativo, por lo que no suele atenderse al primer monomio. Las mediciones relativas suelen hacerse comparando el campo obtenido en presencia del cuerpo perturbador con el que resulta después de haber suprimido éste.

Es curioso que la mayoría de los autores que se ocupan de la aplicación de los modelos reducidos a la prospección electromagnética obtengan las ecuaciones de similitud por medios de fortuna más o menos ingeniosos, en vez de recurrir al análisis dimensional, que permite llegar con facilidad a soluciones completas de modo sistemático y riguroso.

VII.6.2 Realización práctica

Los experimentos con modelos reducidos se emplean desde hace mucho para estudiar las anomalías observadas en las CEM. Muy probablemente, los primeros trabajos de esta índole fueron los realizados en Suecia, como los de SUNDBERG (1931). En todos ellos, se trataba de averiguar las anomalías producidas por cuerpos conductores de características determinadas, representativas de metalizaciones, pero los ensayos se efectuaban *en el aire,* o lo que es lo mismo, en la hipótesis de que la roca de caja y el recubrimiento eran aislantes. Aunque no es difícil reproducir en los experimentos el efecto de la conductividad del recubrimiento y roca de caja, no se ha hecho hasta fecha reciente, con resultados de gran interés práctico y teórico, a veces inesperados.

En los experimentos con modelos reducidos hay que instalar un emisor, un receptor, los cuerpos que producen la anomalía, y los que representan el recubrimiento y la roca de caja. Estos elementos se describen brevemente a continuación.

a) *Emisor.*

Los circuitos emisores más empleados en el trabajo de campo son el cable recto largo, el bucle horizontal grande y la bobina pequeña. Los dos primeros, empleados en el Turam y en el compensador Sundberg, no presentan ninguna dificultad en su construcción a tamaño reducido, pero no ocurre lo mismo con las bobinas de radio pequeño empleadas en las múltiples modalidades del Slingram y en algunos de inclinación de campo. En efecto, estas bobinas suelen tener diámetros del orden de 50 cm y solo de 10 cm en los tipos con núcleo de ferrita. Si el factor de escala para las longitudes es $l = 200$ se tendrían que emplear en el modelo bobinas de 2,5 y 0,5 mm, de muy difícil construcción, sobre todo si se tiene en cuenta que han de producir campos lo suficientemente intensos para poder ser medidos con precisión a distancia del orden de 20 cm. Afortunadamente, cada bobina emisora puede considerarse como un dipolo magnético oscilante, por lo que el valor del diámetro no influye en los resultados, siempre que sea despreciable frente a la distancia emisor-receptor. El incumplimiento parcial de esta condición puede originar errores pequeños; así, SARMA y MARU (1971) han observado desviaciones respecto del decrecimiento del campo con el cubo de la distancia debidas en parte a esta causa.

b) *Receptor.*

Está constituido por una diminuta bobina exploradora, para la cual puede aplicarse lo dicho respecto de la emisora. Como la distancia que suele separar ambas bobinas en el modelo no suele exceder de pocos decímetros, pueden aparecer entre ellas acoplos capacitativos, que deben evitarse mediante apantallamientos adecuados.

c) *Cuerpos productores de la anomalía.*

En la mayoría de los ensayos con modelos, los cuerpos representados son filones conductores, que se imitan con planchas metálicas, verticales, horizontales o inclinadas con diversos buzamientos, colocadas en la posición requerida por medio de soportes aislantes. Los cuerpos de resistividad no muy baja pueden representarse por planchas de grafito.

Un recubrimiento conductor puede imitarse por medio de una lámina metálica horizontal, colocada sobre la que representa el filón. En cuanto al efecto de la roca de caja, puede obtenerse sumergiendo dichas láminas en una cuba llena de agua más o menos salada. La resistividad de esta puede modificarse en función de la salinidad, y de modo continuo, dentro de valores superiores a 10^{-2} Ω-m. La variación de la resistividad de los electrolitos con la temperatura exige precauciones especiales, que eviten la aparición de diferencias de conductividad debidas a esta causa, así como corrientes de convección en el líquido.

Los soportes aislantes de los "filones", en su parte sumergida, deforman el campo, pues llenan con medio no conductor un volumen que debería estar ocupado por la disolución salina. En consecuencia, su volumen debe reducirse al mínimo, aunque lo ideal sería construirlos de un material de resistividad análoga a la del agua salada.

A continuación se indican las resistividades de distintos materiales utilizables para las mediciones sobre modelos. Tales datos deben considerarse como aproximados, dado que la presencia de impurezas y otras causas, pueden influir sobre los valores reales. La resistividad de cuerpos en forma de láminas, de espesor uniforme, pero de geometría arbitraria, pueden medirse por un ingenioso procedimiento debido a VAN DER PAUW (1964).

TABLA III

Resistividad de algunos materiales usados en modelos (en Ω-m)

Acero inox.	72×10^{-8}
Agua salada	$> 10^{-2}$
Aluminio	$2{,}9 \times 10^{-8}$
Cobre	$1{,}65 \times 10^{-8}$
Grafito	8×10^{-8}
Plomo	$2{,}2 \times 10^{-8}$
Zinc	$6{,}0 \times 10^{-8}$

Es extraño que, aunque el efecto de la roca de caja sea fácilmente reproducible con agua salada, y ésta se emplease desde hace mucho en ensayos sobre modelos para métodos de corriente continua, no se haya aplicado esta técnica hasta fecha reciente para los de campo variable.

En la figura VII-5 se representa, en esquema simplificado, una instalación para mediciones sobre modelos. La conexión entre el oscilador y el compensador tiene por objeto suministrar una tensión de referencia, especialmente para la fase. En el trabajo de SARMA y MARU (1971) se encuentra la descripción más detallada de una instalación de medida, que dispone, entre otros perfeccionamientos, de un sistema de registro automático. Mediante él, para obtener las curvas de un perfil de Slingram, basta mover solidariamente las dos bobinas. Un artificio óptico registra la posición de éstas en cada instante, mientras el segundo canal del registrador inscribe el valor correspondiente de la componente real o de la imaginaria del campo captado por la bobina receptora. De este modo, la medición es rapidísima y se eliminan los efectos de variación de temperatura en el electrolito, deriva instrumental, etc.

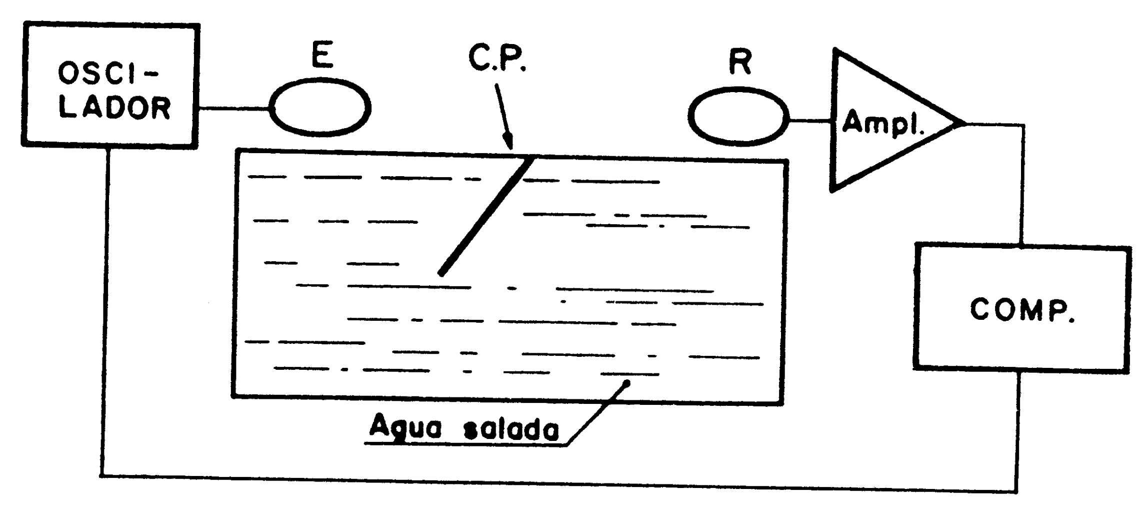


Fig. VII-5. Esquema simplificado de una instalación para mediciones sobre modelos reducidos. En una cuba con agua salada se introduce el cuerpo (C.P.) cuya anomalía va a ser determinada. El oscilador alimenta la bobina emisora. La señal de la bobina receptora (R) es amplificada, y comparada en amplitud y fase con la señal del oscilador.

VII.6.3 Otros aspectos

Los estudios sobre modelos reducidos no están exentos de limitaciones. Entre estas figuran la dificultad de encontrar materiales de μ, ε y ρ previamente determinadas. El problema no es grave para las dos primeras magnitudes, ya que μ puede tomarse igual a μ_0, tanto para el modelo como para la realidad y cabe no tener en cuenta el valor de ε siempre que sea $\varepsilon \omega \rho \ll 1$ (aproximación casi estática), pero no ocurre lo mismo con ρ, que varía en la naturaleza entre límites muy amplios, mientras que los materiales disponibles en laboratorio pueden ser muy resistivos (aislantes) o muy conductores (metales) mientras que escasean los de resistividad intermedia. Por el contrario, la frecuencia se halla bajo el dominio del experimentador, que puede hacerla variar, sin dificultad, dentro de límites muy amplios y de modo continuo. Esta posibilidad de variación sin restricciones de la frecuencia es muy útil en la práctica.

Como ilustración, puede aplicarse lo dicho a un ejemplo concreto. Supóngase que desea averiguarse la anomalía observada en un sistema Slingram, cuando éste pasa sobre un filón conductor vertical, de resistividad $\rho_{1N} = 10^{-4}$ Ω-m. Sea la profundidad de su cima $z_N = 10$ m, $s_N = 2$ m su espesor, 120 m su longitud o corrida, y 30 m su extensión vertical. Las características del sistema Slingram pueden ser: distancia entre bobinas $d_N = 60$ m, frecuencia $\nu_N = 500$ Hz. En estas condiciones, resultará muy adecuado construir el modelo a escala 1:300, con lo que se tendrá $z_M = 3{,}33$ cm, $s_M = 0{,}67$ cm, y $d_M = 20$ cm. La extensión vertical del modelo será 10 cm y su longitud de 40 cm. En cuanto al tamaño de las bobinas, bastará hacerlo lo más pequeño posible, según lo dicho en el apartado VII.6.2).

Si el modelo del filón está representado por una plancha de aluminio, como la resistividad de este metal es $2{,}9 \times 10^{-8}$ Ω-m, la relación de resistividades entre la naturaleza y el modelo será $r = 3{,}45 \times 10^4$. Por otra parte, por ser prácticamente $\mu_n = \mu_N = \mu_0$, se tiene $m = 1$, por lo que puede aplicarse la igualdad (VII.35) en la que $l = 300$, de modo que $n = 0{,}3835$. Por lo tanto, según la tercera de la (VII.33) será $\nu_M = \nu_N/n = 1.304$ Hz. En cuanto a la constante dieléctrica según la (VII.37) habrá de determinarse por la relación de escala $e = (l^2 n^2 m)^{-1} = 8{,}25 \times 10^{-5}$ y siendo $\varepsilon_N = \varepsilon_0$ resulta $\varepsilon_M = 1{,}07 \times 10^{-7}$. Ahora bien, como los nuevos valores del modelo cumplen la condición casi estática $\varepsilon_M \omega_M \rho_M \ll 1$, el efecto de ε puede despreciarse, por lo que no es necesario modificarlo en el modelo lo que, por otra parte, sería difícil.

Los resultados anteriores resuelven el problema propuesto, en cuyo enunciado no se incluía el efecto de la roca de caja. Si ésta se representa por agua salada, como la resistividad mínima que puede conseguirse con ésta es de 10^{-2} m, dado el valor de *r*, la resistividad de la roca de caja en el problema natural no podrá ser menor que 345 Ω-m. Esto constituye una restricción importante, pues suele interesar el conocimiento de las anomalías cuando la roca de caja es relativamente conductora, por ejemplo, de resistividad $\rho_0 = 50$ Ω-m, ya que entonces su influencia es mayor.

Este inconveniente puede orillarse de varios modos. Puede, por una parte, sustituirse el aluminio por otro material de menor conductividad, con lo que disminuye el contraste con el agua salada. Cuando el cuerpo conductor es una capa relativamente delgada respecto de las demás longitudes que intervienen en el problema, pueden modificarse simultáneamente su resistividad y su espesor *s*, de modo que la relación s/ρ no se altere, con lo cual no cambia su efecto sobre el campo electromagnético, según se verá más abajo. Según esto, una disminución de espesor respecto del que correspondería por la escala de longitudes equivale a un aumento de resistividad, con lo que disminuye el contraste con el agua salada que representa la roca de caja. Esta propiedad se utiliza para imitar el efecto de capas de recubrimiento moderadamente conductor por medio de chapas metálicas horizontales.

Por último puede aprovecharse el efecto de saturación. Según se vio en el apartado VII, cuando el producto frecuencia × conductividad es muy grande, el efecto del cuerpo conductor difiere muy poco del que corresponde a frecuencia o conductividad infinitas (límite inductivo). Si las condiciones del problema lo permiten, puede dejar de tenerse en cuenta la resistividad del cuerpo que imita el filón, pues se la supone nula, mientras que la de la roca de caja puede tener el valor que le corresponda según las relaciones de escala.

Ejemplos de investigaciones sobre modelos reducidos pueden encontrarse en HEDSTRÖM y PARASNIS (1958), BOYD y ROBERTS (1961), LOWRIE y WEST (1965) y SARMA y MARU (1971).

VII.7 FACTORES DE INDUCCION

El comportamiento electromagnético de las heterogeneidades conductoras del subsuelo depende de un parámetro característico p, íntimamente relacionado con el monomio π_3 (apartado VII.6.1) y que se denomina *factor de inducción* o *número de inducción.*

Considérese, por ejemplo, una de las formas geométricas más interesantes en la práctica, que es la de una lámina de espesor constante, y cuya sección longitudinal es un semiplano, de modo que su extensión en profundidad y lateralmente es infinita. En este caso el monomio π_3 se denomina factor de respuesta, y se representa con la letra α. En la lámina sólo hay una longitud característica, que es su espesor s, de modo que se tiene $\alpha = \sigma\mu\omega sl$ donde l ha de representar una distancia correspondiente al emisor, como la que existe entre éste y la bobina receptora, o la altura de vuelo en la prospección aérea. Entonces puede escribirse

$$\alpha = (\sigma\mu\omega s)\, l = pl \qquad \text{(VII.40)}$$

y por lo tanto,

$$p = \sigma\mu\omega s = \mu\omega \frac{s}{\rho} = \mu\omega S \qquad \text{(VII.41)}$$

donde S, espesor de la lámina dividido por la resistividad de ésta, es la misma conductancia longitudinal unitaria que desempeñaba papel tan destacado en los SEV sobre medios estratificados (PGI). En la teoría de las CEM sobre cuerpos laminares, la magnitud S no es menos importante, y como en el caso del SEV, hay un fenómeno de equivalencia, que consiste en que cuando la lámina es "delgada", una CEM puede determinar el valor de su S, pero no los de ρ y s separadamente, según se verá más adelante. Esta circunstancia, si bien representa una limitación del método, constituye por otra parte una ventaja para los ensayos sobre modelos, ya que en estos, cuando no se dispone de láminas de una resistividad ρ puede sustituírselas por otras de resistividad diferente pero de la misma S.

VII.8 DIAGRAMAS VECTORIALES O FASORES

En la mayoría de los métodos CEM se mide la variación de las componentes real e imaginaria de un campo magnético oscilante en una dirección determinada a lo largo de un perfil. Los resultados de las observaciones pueden representarse, pues, por dos curvas, una para cada componente, en función de la distancia sobre el perfil. Sin embargo, existe otro modo de representar las observaciones, y también los resultados teóricos, que es muy útil para la interpretación. Se trata de los *diagramas de fase* o *fasores,* muy empleados por los geofísicos suecos.

Siendo en realidad compleja la magnitud observada, podrá representársela por medio de un diagrama de Argand o Gauss (fig. VII-6). Para una distancia determinada al emisor, y para una componente espacial dada (por ejemplo la vertical), el campo observado tendrá en dicho diagrama una representación en forma de vector simbólico, como aparece en la figura.

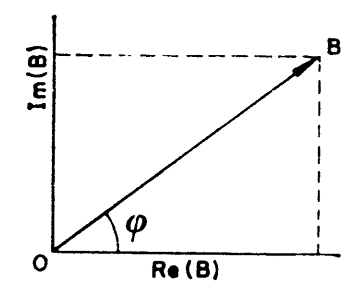


Fig. VII-6. Componentes real e imaginaria del campo magnético, B es el ángulo de fase.

Por tratarse de un campo magnético **B**, la unidad en que habrán de expresarse las escalas sobre ambos ejes, será el tesla. No obstante, a veces los resultados se expresan en tantos por ciento del campo primario, o se refieren a la intensidad de corriente que circula por el circuito emisor. En tal caso, los resultados se expresarían en tesla/A; no obstante, esta unidad es demasiado grande en la práctica para la pequeñez de los campos producidos, por lo que es preferible, dentro del SI, el empleo del nano-tesla, al que también puede denominarse *gamma* por *amperio* (γ/A). Es frecuente, sin embargo, en diagramas anteriores al establecimiento del SI, encontrar datos expresados en micro-gauss/Amperio, unidad diez veces menor que la γ/A.

Si lo que se estudia es, por ejemplo, la componente vertical del campo debida a un determinado emisor en presencia de una lámina conductora vertical, para distancias horizontales fijas entre emisor, receptor y lámina, el vector representado en la figura VII-6 será función de la profundidad del borde de la lámina y del vector de inducción de ésta. Puede trazarse, pues, sobre el diagrama, una familia de curvas que representan líneas de igual profundidad, y otras de líneas de igual factor de inducción, de tal modo que la intersección de dos de ellas de familias diferentes se produzca en el extremo del vector correspondiente a la profundidad y factor de inducción indicadas por dichas líneas.

Lo expuesto se aclara con un ejemplo. La fig. VII-7 debida a SUNDBERG y HEDSTRÖM (1934) representa un diagrama vectorial correspondiente a la componente vertical del campo magnético producido por un cable horizontal infinitamente largo en presencia de una capa conductora delgada también horizontal. La notación para las distancias y profundidades se indica en la figura auxiliar superior. El fasor reproducido co-

rresponde al caso particular $y = 100$ m y $h = Z$. P es el punto de observación. Las líneas de trazos corresponden a iguales valores del factor de inducción y las líneas continuas a valores constantes de la profundidad. Las cifras que acompañan a las líneas de trazos son las inversas del factor de inducción $1/p$ (*).

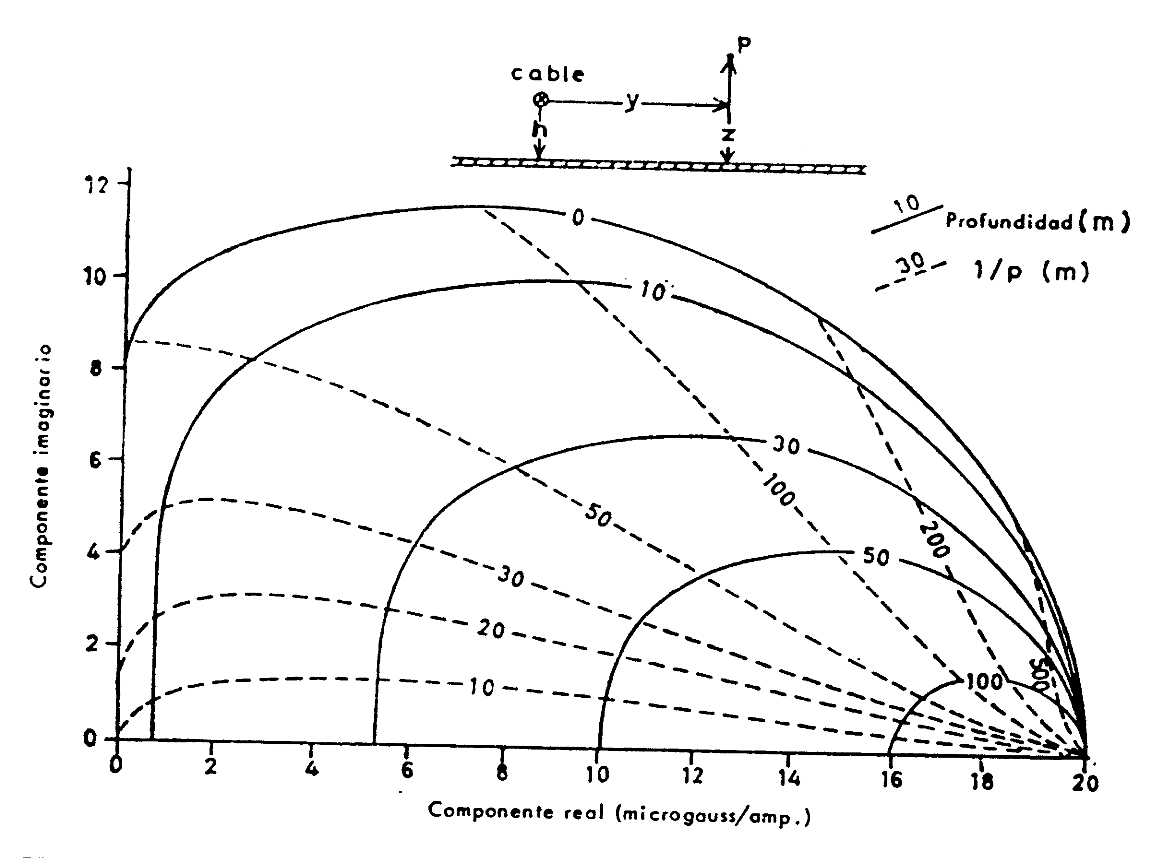


Fig. VII-7. Fasor del campo magnético vertical creado por un cable horizontal de longitud infinita y dispersado por una capa conductora horizontal. La distancia horizontal y es de 100 m. La altura Z del punto de observación es igual a h. Las líneas continuas corresponden a valores constantes de la profundidad, y las de trazos a valores constantes del factor de inducción p.

Si se desea conocer, por ejemplo, el campo magnético cuando la profundidad Z es de 30 m, y el factor de inducción $p = 10^{-2}$ m o sea $1/p = 100$ m^{-1}, el diagrama da la solución de 12,6 y 6,4 μ gauss/A para las componentes real e imaginaria respectivamente. Recíprocamente, si se hubiesen observado los valores de 12 y 3,5 respectivamente para dichas componentes, se deduciría que $z = 50$ m y $1/p = 50$ m.

(*) En realidad, por causa del sistema de unidades empleado por los autores del diagrama, los valores de $1/p$ en él indicados, son el doble de lo que corresponde según la expresión (VII.41) pero ello no afecta al uso del diagrama, que es lo que se trata de explicar.

La inspección del diagrama permite obtener además instructivas consecuencias. Obsérvese, por ejemplo, cómo el aumento de la profundidad de la capa hace crecer la componente real y disminuir la imaginaria, por predominio del campo primario, y también como al aumentar el factor de inducción de la capa (menores valores de $1/p$) manteniendo constantes la profundidad, la componente imaginaria crece, pasa por un máximo, y decrece, de acuerdo con lo dicho en el apartado VII.4.

VII.9 CALCULO DE CAMPOS PRIMARIOS

VII.9.1 Introducción

Si las mediciones se efectúan en el vacío o sobre un terreno aislante carente de heterogeneidades conductoras, el campo observado en cualquier punto sería exclusivamente el primario. La presencia de tales heterogeneidades produciría *anomalías,* esto es, desviaciones sobre el referido campo primario, que sería el *campo normal.*

No obstante, el terreno tiene casi siempre conductividad suficiente como para modificar el campo, añadiendo al primario el efecto de las corrientes inducidas en aquél. En este caso debe considerarse como normal el campo observado sobre un semiespacio conductor homogéneo. El campo normal, según esto, puede o no coincidir con el primario, en dependencia de la conductividad del terreno.

Hasta ahora, se solían considerar equivalentes el campo normal y el primario, despreciando el efecto del terreno. Aún en los casos en que esto no pueda hacerse, el conocimiento del campo primario debido a diversos tipos de fuentes es muy útil como primera aproximación. Se estudia a continuación el cálculo de los campos primarios para frecuencias bajas, por medio de los resultados de los apartados I.20 y I.21.

VII.9.2 Cable recto

En varios métodos, como el Turam, el de Sundberg, el semiaéreo del cable largo, etc., se utiliza como circuito primario un cable con sus extremos puestos a tierra, y recorrido por corriente alterna de baja frecuencia (varios centenares de Hz).

Para el cálculo del campo primario de tal circuito se utilizan las fórmulas obtenidas en el apartado I.20, en particular la (I.105). Al aplicarla, hay que tener en cuenta que los ángulos β_1 y β_2 tienen sentidos opuestos, por lo que si se toman en valor absoluto, que es lo más sencillo, dicha fórmula ha de escribirse

$$|\mathbf{B}| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} (y_0^2 + z_0^2)^{-1/2} (\operatorname{sen} \beta_1 + \operatorname{sen} \beta_2) \qquad \text{(VII.42)}$$

La intensidad I, que aparece en ella, puede ser tanto el valor instantáneo como el eficaz o medio cuadrático, y teniendo entonces el valor de **B** significado análogo. Si se expresa μ_0 en H/m, I en amperios, y las distancias en metros, el campo **B** vendrá expresado en teslas. Esta unidad resulta demasiado grande para la práctica, por lo que es preferible en empleo de la unidad gamma (γ) igual al nanotesta, para lo que debe introducirse un coeficiente 10^9 en la fórmula anterior. Si se efectúa esto, y se sustituye μ_0 por su valor numérico, resulta

$$|\mathbf{B}| = 100\, I\,(y_0^2 + z_0^2)^{-1/2}(\text{sen}\,\beta_1 + \text{sen}\,\beta_2) \qquad \text{(VII.43)}$$

que sustituidas en las (I.108) dan

$$B_y = 100\, I \frac{z_0}{(y_0^2 + z_0^2)}(\text{sen}\,\beta_1 + \text{sen}\,\beta_2)$$

$$B_z = 100\, I \frac{y_0}{(y_0^2 + z_0^2)}(\text{sen}\,\beta_1 + \text{sen}\,\beta_2) \qquad \text{(VII.44)}$$

Obsérvese que cuando el terreno es llano, de modo que la diferencia de nivel z_0 entre el cable y el punto de observación es despreciable, sólo existe componente vertical.

Como los ángulos β_1, β_2 no aparecen directamente en los datos de campo y sí las distancias, es preferible utilizar para el cálculo numérico la fórmula (I.107) después de efectuar en sus coeficientes las mismas sustituciones que en la (VII.43). Dicha fórmula puede programarse fácilmente para un ordenador. Si no se dispone de éste es preferible calcular por las distancias, las tangentes de los ángulos β_1 y β_2, y pasar de éstas a los senos por medio de una tabla de funciones trigonométricas naturales y aplicar entonces las fórmulas (VII.44).

Cuando la distancia del punto de observación al cable es pequeña respecto de la longitud de éste, o cuando no se requiere gran precisión, puede considerarse infinita la longitud del cable, y aplicar las (I.109) que, después de dar a μ_0 su valor y expresar el resultado en gammas, quedan así:

$$B_y = 200\, I \frac{z_0}{(y_0^2 + z_0^2)}$$

$$B_z = 200\, I \frac{y_0}{(y_0^2 + z_0^2)} \qquad \text{(VII.45)}$$

Si los puntos de observación están en el mismo plano horizontal que el cable, sólo existe componente vertical, de valor

$$B_z = \frac{200\, I}{y_0} \qquad \text{(VII.46)}$$

que decrece con el inverso de la distancia.

Las corrientes que penetran en el terreno a través de los tomatierras también producen campos magnéticos. Según se demostró en PGI (apartado IV.12.3) el efecto de la corriente de cada tomatierras es el mismo que el de un cable vertical que, comenzando desde el suelo, se extendiese indefinidamente hacia abajo. El cálculo de su campo puede hacerse por las fórmulas anteriores, cambiando en ellas x por z, y teniendo en cuenta que el campo ha de ser mitad que para cable infinito. Será, pues

$$B_x = 100\, I \frac{y_0}{x_0^2 + y_0^2}$$

$$B_y = 100\, I \frac{x_0}{x_0^2 + y_0^2}$$

$$B_z = 0 \qquad \text{(VII.47)}$$

donde el sistema de coordenadas está orientado como antes, pero con su origen en el tomatierras, y los valores de las magnitudes se expresan respectivamente en gammas, amperios y metros. Se supone en estas fórmulas que entre el punto de observación y el tomatierras no existe diferencia de altura; de no ser así, y si es z_0 dicha diferencia, las componentes del campo valen

$$B_x = \frac{100\, I\, y_0}{r}\left(1 - \frac{z_0}{(r^2 + z_0^2)^{1/2}}\right)$$

$$B_y = \frac{100\, I\, x_0}{r}\left(1 - \frac{z_0}{(r^2 + z_0^2)^{1/2}}\right) \qquad \text{(VII.48)}$$

con el mismo sistema de coordenadas, y siendo $r = (x_0^2 + y_0^2)^{1/2}$ la distancia horizontal al tomatierras.

Si, por efecto del relieve, el tendido del cable no fuese rectilíneo, sino quebrado, su campo normal puede determinarse considerando el cable como compuestos por una serie de trozos sensiblemente rectos, calculando el campo producido por cada uno de ellos, y sumando los resultados obtenidos. Estas operaciones son muy engorrosas, y deben evitarse si es posible.

A fin de fijar ideas, conviene dar algunos valores numéricos usuales. El campo magnético de un cable de 2 km de longitud, alimentado por corriente de frecuencia baja de 2,5 A, es de 2,45 γ en un punto del plano ecuatorial que diste 200 m del cable. Si la longitud del cable fuese infi-

nita, el campo sería algo mayor (2,5 γ). Si el punto de observación se desplaza paralelamente al cable finito hasta que sus distancias a los tomatierras, medidas en la dirección x, sean de 500 y 1500 m, el campo decrece a 2,40 γ.

VII.9.3 Cuadro horizontal

En algunos métodos de CEM puede emplearse como circuito emisor un cuadro rectangular, de una sola espira, cuyos lados tienen dimensiones, por lo general, de algunos centenares de metros o de uno o dos km.

El campo primario se calcula en este caso determinando separadamente el efecto de cada lado y sumando los resultados. Sin embargo, cuando las diferencias de nivel entre el cuadro y las estaciones de observación son lo suficientemente pequeñas para que tanto unas como otras puedan considerarse situadas en el mismo plano horizontal, lo que ocurre con frecuencia en la práctica, debe emplearse la sencilla fórmula que se demuestra a continuación.

Se puede comenzar con la suposición de que el punto de observación se encuentra en el interior del cuadro. Sea A un vértice de éste (figura VII-8); P el punto de observación; H y E, los pies de las perpendiculares a dos lados del rectángulo desde P y r_1 la distancia PA. El campo producido por el cable HAE será exclusivamente vertical, y para calcularlo llamaremos B_z' al debido al segmento HA, y B_z'' al producido por el AE. Entonces es aplicable la fórmula (VII.44), con $z_0 = 0$ y $\beta_1 = 0$ para ambos segmentos. Se tendrá, pues,

$$B_z' = \frac{100\,I}{\overline{HP}} \operatorname{sen} \beta_1 = \frac{100\,I}{\overline{HP}} \frac{\overline{AH}}{r_1}$$

$$B_z'' = \frac{100\,I}{\overline{EP}} \frac{\overline{AE}}{r_1} = \frac{100\,I}{\overline{AH}} \frac{\overline{PH}}{r_1}$$

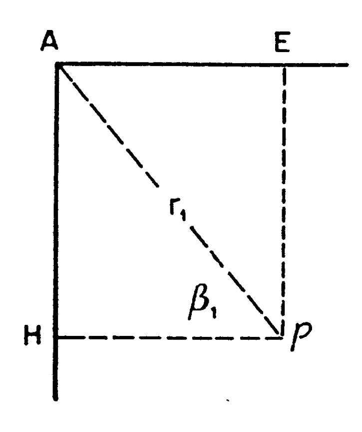


Fig. VII-8. Para el cálculo del campo magnético de un cuadro grande horizontal.

$$B_z = \frac{100\,I}{r_1}\left(\frac{\overline{AH}}{\overline{HP}} + \frac{\overline{PH}}{\overline{HA}}\right) = \frac{100\,I}{r_1}\,\frac{\overline{AH}^2 + \overline{PH}^2}{\overline{AH}\cdot\overline{HP}} =$$

que sumados, dan

$$= \frac{100\,I}{r_1}\,\frac{r_1^2}{A_1} = 100\,\frac{r_1}{A_1} \qquad \text{(VII.49)}$$

donde $A_1 = \overline{AH}\cdot\overline{PH}$ es el área en m² del rectángulo *AHPE.*

Si se aplica la (VII.49) a cada uno de los cuatro rectángulos parciales en que puede dividirse la superficie del cuadro *ABC* (fig. VII-9) resulta

$$B_z = 100\,I\sum_1^4 \frac{r_i}{A_i} \qquad \text{(VII.50)}$$

donde r_i y A_i representan las diagonales y áreas de los rectángulos parciales.

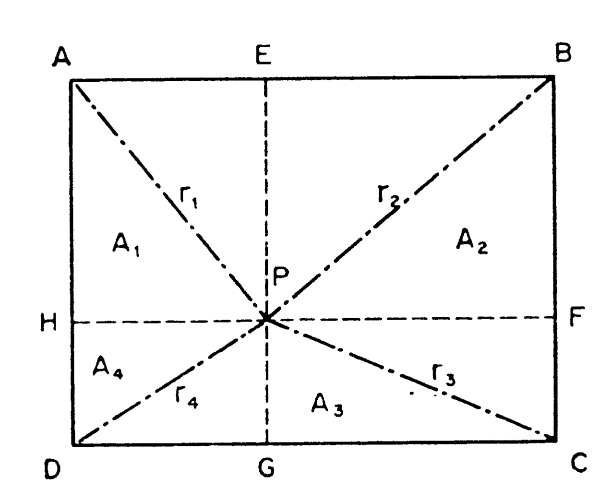


Fig. VII-9. Para ilustrar la aplicación de la fórmula (VII,50). Punto en el interior del cuadro.

Cuando el punto de observación *P* se encuentra en el exterior del cuadro, puede efectuarse un cálculo análogo al anterior, con lo que se llega a la misma fórmula (VII.50), pero en este caso los rectángulos *AEPH* y *HPGD* han de tomarse como negativos, es decir, que los términos r_i/A_i correspondientes a estos últimos, han de restarse de los que pertenecen a los primeros (fig. VII-10).

VII.9.4 Bobinas o dipolos magnéticos

El campo producido por bobinas pequeñas como las empleadas en el método Slingram, puede calcularse considerándolas como dipolos magnéticos elementales y oscilantes, de acuerdo con las fórmulas demostradas en el apartado I.21. Entre éstas, las de mayor valor práctico son las

(I.123) a I.129) cuyo margen de validez corresponde a distancias grandes respecto del diámetro de la bobina emisora y pequeñas comparadas con la longitud de onda.

Tales restricciones no representan en la práctica ningún inconveniente. El error de las referidas fórmulas, que proviene de despreciar los términos siguientes al segundo en el desarrollo en serie de la (I.119) es sólo de un 1 % cuando la distancia al centro de la bobina es de 5 diámetros de ésta, por lo que puede considerarse despreciable a partir de esta distancia. En cuanto a la cota superior, la longitud de onda en el vacío para $\nu = 2\,\text{kHz}$ es de 150 km, muy grande respecto a las distancias normales de trabajo, por lo que tampoco hay dificultades por esta parte, máxime cuando, como suele ocurrir, se emplean frecuencias inferiores a la indicada.

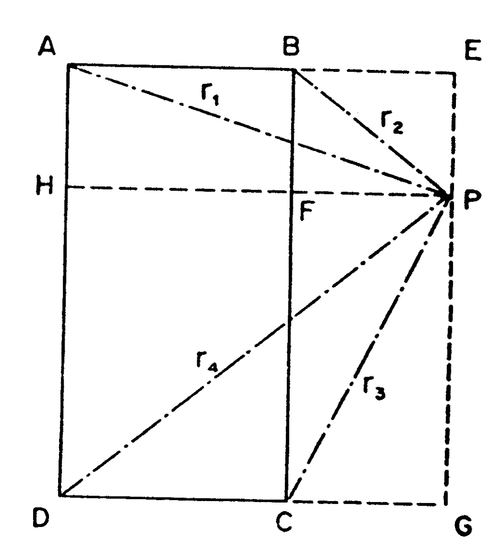


Fig. VII-10. Para ilustrar la aplicación de la fórmula (VII.50). Punto en el exterior del cuadro.

Para su uso práctico, las mencionadas fórmulas (I.123) y siguientes, deben transformarse del mismo modo que en apartado VII.9.2, de modo que los campos se expresan en gammas. Se obtiene así,

$$B_r = 300\,m \frac{rz}{(r^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{300\,m}{R^3} \operatorname{sen}\theta \cos\theta$$

$$B_z = 100\,m \frac{2\,z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} = \frac{100\,m}{R^3} (3 \operatorname{sen}^2\theta - 1)$$

$$B_R = \frac{200\,m}{R^3} \cos\theta \qquad \text{(VII.51)}$$

$$B_\theta = \frac{100\,m}{R^3} \operatorname{sen}\theta$$

$$|\mathbf{B}| = \frac{100\,m}{R^3} (1 + 3\cos^2\theta)^{1/2} = 100\,m\,(r^2 + z^2)^{-3/2} \left(1 + \frac{3\,z^2}{z^2 + r^2}\right)^{1/2}$$

donde las distancias habrán de expresarse en metros, y los momentos magnéticos en amperios × m^2.

VII.10 CAMPOS NORMALES SOBRE TERRENO HOMOGENEO

VII.10.1 Introducción

Cuando el efecto de las corrientes inducidas en el terreno por el campo primario es despreciable, pueden utilizarse en la práctica los campos normales propios del vacío, cuyo cálculo se indica en el apartado anterior. Sin embargo, esta aproximación es insuficiente en muchos casos, puesto que aún la presencia de conductividad moderada en el subsuelo modifica grandemente el campo "normal". Si en tales condiciones se toma como referencia el campo que se habría de observar en el vacío, las anomalías encontradas pueden atribuirse erróneamente a la presencia de metalizaciones u otros cuerpos conductores localizados, cuando en realidad se deben a la conductividad difusa del terreno. No debe olvidarse, sin embargo, que el terreno es heterogéneo, por lo que la consideración de un semiespacio homogéneo sólo representa una aproximación, aunque notablemente más exacta que la del vacío. A pesar de la importancia del efecto del terreno, este sólo ha entrado en la literatura geofísica occidental en fecha reciente, y no es estudiado prácticamente en ninguna de las obras sobre el tema hasta ahora publicadas, en relación con las CEM.

Para el cálculo del efecto del terreno se utilizan los resultados matemáticos expuestos en el capítulo I. Los ensayos sobre modelos reducidos también están suministrando información interesante.

VII.10.2 Campo de un cable largo

El efecto de la conductividad de un semiespacio homogéneo sólo ha sido estudiado para el caso de que el circuito primario esté constituido por un cable recto de longitud infinita. Los resultados correspondientes pueden aplicarse sin grave error a los cables de longitud finita empleados en la práctica, ya que en ésta las distancias de los puntos de observación al cable suelen ser inferiores a la longitud de éste.

El campo normal observado en la superficie plana de un terreno aislante es, como se ha visto, exclusivamente vertical, y de fase constante en el espacio (esto último, para las frecuencias y distancias utilizadas en la práctica). Los efectos de la conductividad del terreno consisten en la aparición de desfases y de una componente horizontal, así como en la rápida atenuación del campo causada por la absorción de energía por el

subsuelo. La presencia de la componente horizontal produce una inclinación del campo normal, la cual crece con la distancia al cable.

Las consideraciones teóricas se simplifican mucho si las distancias se miden, no en metros, sino como "distancias efectivas" $\xi = |\gamma r|$ según la definición dada en el apartado I.16. Ahora bien, como en las CEM que emplean un cable largo como fuente, suele trabajarse a distancias pequeñas comparadas con la longitud de onda en el aire, será $\xi_0 = |\gamma_0 y| \ll 1$. En tal circunstancia, puede tomarse como válida que

$$K_0(-i\gamma_0 y) \simeq \frac{1}{-i\gamma_0 y} \qquad \text{(VII.52)}$$

con lo que la ecuación (I.147) toma la forma simplificada

$$B_z' = -\frac{\mu_0 I}{\pi \gamma_1^2 y^3}[2 - 2i\gamma_1 y K_1(-i\gamma_1 y) + \gamma_1^2 y^2 K_0(-i\gamma_1 y)] \qquad \text{(VII.53)}$$

donde se han despreciado los términos con $\gamma_0^2 y^2$ y se ha añadido un acento al símbolo del campo, para diferenciarlo del B_z que corresponde al vacío, y que conviene tomar como referencia. Este último vale

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{1}{y} \qquad \text{(VII.54)}$$

según se deduce de la (I.109) con $z_0 = 0$. Dividiendo por esta expresión la (VII.53) resulta

$$\frac{B_z'}{B_z} = -\frac{2}{\gamma_1^2 y^2}[2 - 2i\gamma_1 y K_1(-i\gamma_1 y) + \gamma_1^2 y^2 K_0(-i\gamma_1 y)] \qquad \text{(VII.55)}$$

Ahora bien, en la aproximación casi-estática que es la que estamos considerando, es

$$\gamma_1 y = i^{1/2}(\omega\mu\sigma) = y^{1/2}\xi_1 \qquad \text{(VII.56)}$$

según las (I.48) y (I.79). Por lo tanto, para el cálculo numérico de la (VII.55) pueden utilizarse las conocidas relaciones

$$\begin{aligned} K_0(\sqrt{-i}\,\xi_1) &= \mathrm{ker}_0(\xi_1) - i\,\mathrm{kei}_0(\xi_1) \\ K_1(\sqrt{-i}\,\xi) &= -kei_1(\xi_1) - i\,\mathrm{kei}_1(\xi_1) \end{aligned} \qquad \text{(VII.57)}$$

de las que resulta

$$\begin{aligned} \frac{B_z'}{B_z} &= \frac{2}{\xi_1}[\xi_1 \mathrm{ker}_0(\xi_1) + \sqrt{2}\,\mathrm{ker}_1(\xi_1) + \sqrt{2}\,\mathrm{kei}_1(\xi_1)] \\ &- \frac{2i}{\xi_1}\left[\frac{2}{\xi_1} + \xi_1 \mathrm{kei}_0(\xi_1) + \sqrt{2}\,\mathrm{ker}_1(\xi_1) - \sqrt{2}\,\mathrm{kei}_1(\xi_1)\right] \end{aligned} \qquad \text{(VII.58)}$$

por sustitución de las (VII.56 y VII.57) en la (VII.55). Obsérvese que ξ_1, variable independiente de estas fórmulas, es la distancia efectiva en el semiespacio inferior y no en el vacío. Para valores grandes de ξ_1 pueden utilizarse los desarrollos asintóticos (WATSON, 1963, pág. 202).

$$K_0(-i\,\gamma_1\,y) \sim \left(\frac{\pi i}{2\,\gamma_1\,y}\right)^{1/2} e^{i\gamma_1 y}$$
$$K_1(-i\,\gamma_1\,y) \sim \left(\frac{\pi i}{2\,\gamma_1\,y}\right)^{1/2} e^{i\gamma_1 y} \tag{VII.59}$$

que, sustituidos en la (VII.55) dan

$$\frac{B_z'}{B_z} = -\frac{2}{\gamma_1^2\,y^2}\left[2 - i^{3/2}\,(2\pi\,\gamma_1\,y)^{1/2}\,e^{i\gamma_1 y} - \left(\frac{\pi i}{2}\right)^{1/2}(\gamma_1\,y)^{3/2}\,e^{\gamma_1 y}\right] =$$
$$= -\frac{4}{\gamma_1^2\,y^2} + (2\pi i)^{1/2}\,(\gamma_1\,y)^{-1/2}\,e^{i\gamma_1 y}\,[1 + 2i\,(\gamma_1\,y)^{-1}] \tag{VII.60}$$

que para distancias efectivas grandes puede simplificarse aún más en la fórmula aproximada

$$\frac{B_z'}{B_z} \simeq -\frac{4}{\gamma_1^2\,y^2} = \frac{4i}{\xi_1^2} \tag{VII.61}$$

La componente horizontal puede calcularse mediante la fórmula (I.151).

Si no se requiere gran precisión, ambas componentes, con sus partes real e imaginaria, pueden determinarse fácilmente mediante los adjuntos ábacos (fig. VII-11) debidos a BURSIAN (1936) y reproducidos en el manual de TARKHOV (1963). Se trata de dos diagramas de tipo fasor, el superior para la componente vertical y el inferior para la horizontal. Como de costumbre, las abscisas representan la parte real y las ordenadas, la imaginaria. Los valores representados son relativos, pues se toma como unidad el campo vertical en el vacío. Las escalas curvas indican distancias efectivas y señalan el extremo del vector correspondiente a cada una de ellas. Por ejemplo, para la distancia efectiva unidad, la componente vertical tiene 0,84 de parte real, y —0,23 de parte imaginaria. Esta, sin embargo, debe cambiarse de signo para ponerla de acuerdo con el sistema de referencia utilizado en esta obra, y lo mismo ocurre para la componente horizontal.

Es muy conveniente que el lector obtenga una imagen mental clara de la variación del campo magnético en función de la distancia. Para

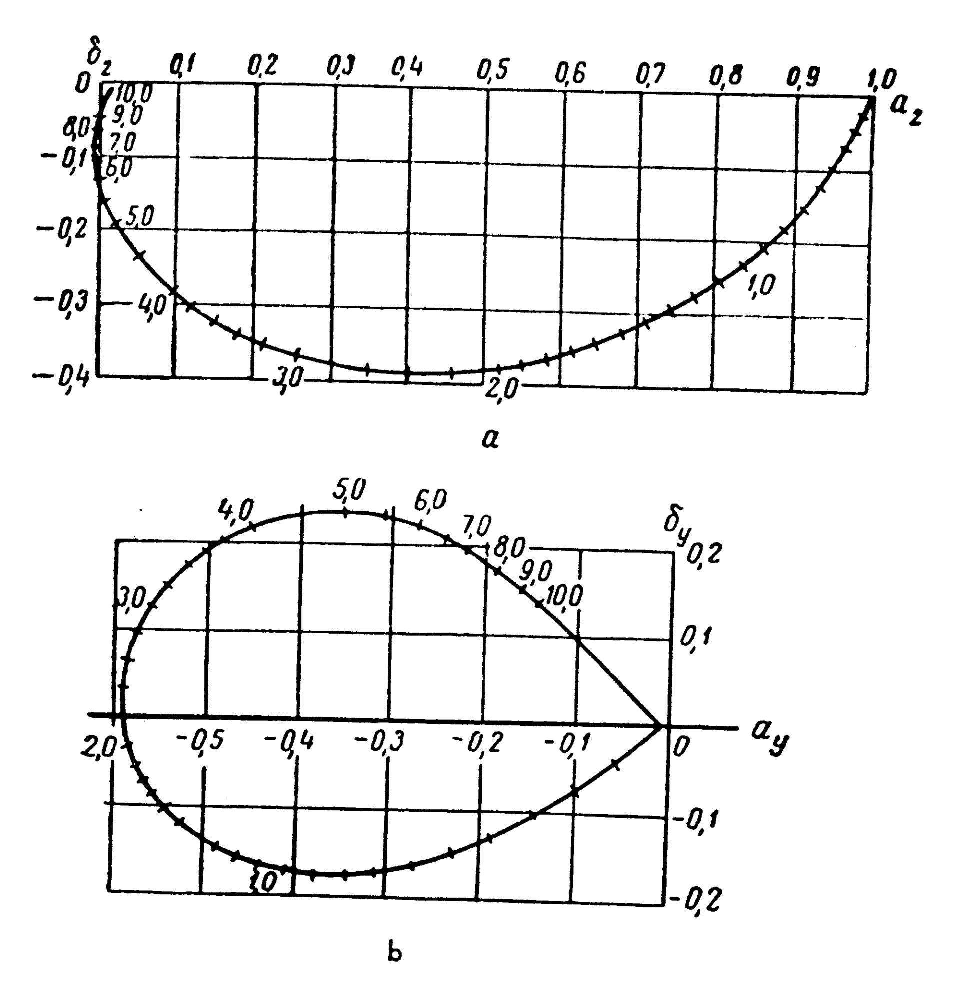


Fig. VII-11. Abacos de Bursian para el cálculo del campo electromagnético de un cable largo situado en la superficie de un medio homogéneo e isótropo. Las escalas dibujadas sobre la curva representan distancias efectivas. La figura superior corresponde a la componente vertical relativa B_z/B_{zo} y la inferior a B_y/B_{zo}, siendo B_{zo} el campo observado en el vacío. Según TARKHOV.

ello debe considerar los dos ábacos que se acaban de describir, así como las figuras VII-12 a VII-13 trazadas con los datos de estos.

Las consecuencias principales que de ellas se deducen son las siguientes:

a) La componente vertical B_z decrece mucho más rápidamente sobre el medio conductor homogéneo que en el vacío, por causa de la absorción de energía por el primero.

b) Dicha componente vertical está desfasada respecto de la corriente primaria. El desfase crece con la distancia efectiva ξ_1 y llega a ser de 90° para $\xi_1 \simeq 6$.

c) La parte imaginaria de la componente vertical crece (relativamente) hasta un máximo para $\xi_1 \simeq 2{,}3$, y decrece luego con el aumento de la distancia efectiva.

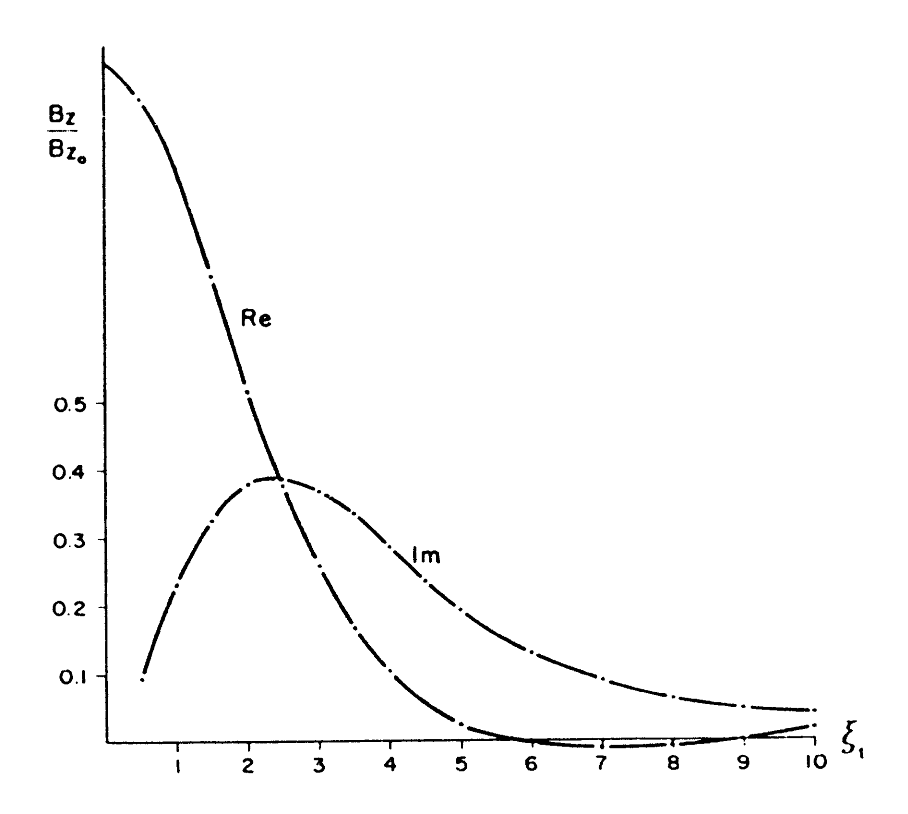


Fig. VII-12. Campo electromagnético de un cable largo en la superficie de un terreno homogéneo e isótropo. Variación de las partes real e imaginaria de la componente vertical en función de la distancia efectiva ξ_1. Se toma como unidad el campo en el vacío.

d) Las corrientes inducidas en el semiespacio conductor originan una componente horizontal B_y, cuyo módulo y fase varían con la distancia efectiva ξ_1.

e) Esta componente horizontal B_y crece, en relación con el campo vertical en el vacío, hasta $\xi_1 \simeq 2{,}5$ y disminuye a partir de este valor.

f) La fase de B_y es $< 0°$ para $\xi_1 < 2{,}2$ y $> 0°$ para $\xi_1 > 2{,}2$.

g) Dado el desfase existentes entre B_z y B_y, su resultante está elípticamente polarizada. El eje menor de la elipse no llega nunca a la quinta parte del eje mayor, y para casi todos los valores de ξ_1 la relación entre ellos es mucho menor. Dicho máximo de relación se produce para $\xi_1 \simeq 2{,}2$. Fuera de la zona $1 < \xi_1 < 4$, el campo puede considerarse, desde el punto de vista práctico, como polarizado linealmente.

En la fig. VII-14 se representa el valor, en módulo e inclinación, del eje mayor de la elipse de polarización, en función de la distancia efectiva ξ_1.

El caso más complicado de que el terreno se componga de dos capas homogéneas de diversa resistividad, ha sido estudiado por DIZIOGLU (1967) y por BEZVODA y SEGETH (1970) en relación con el método Turam.

Los resultados obtenidos no difieren cualitativamente de los correspondientes a terreno homogéneo dadas más arriba.

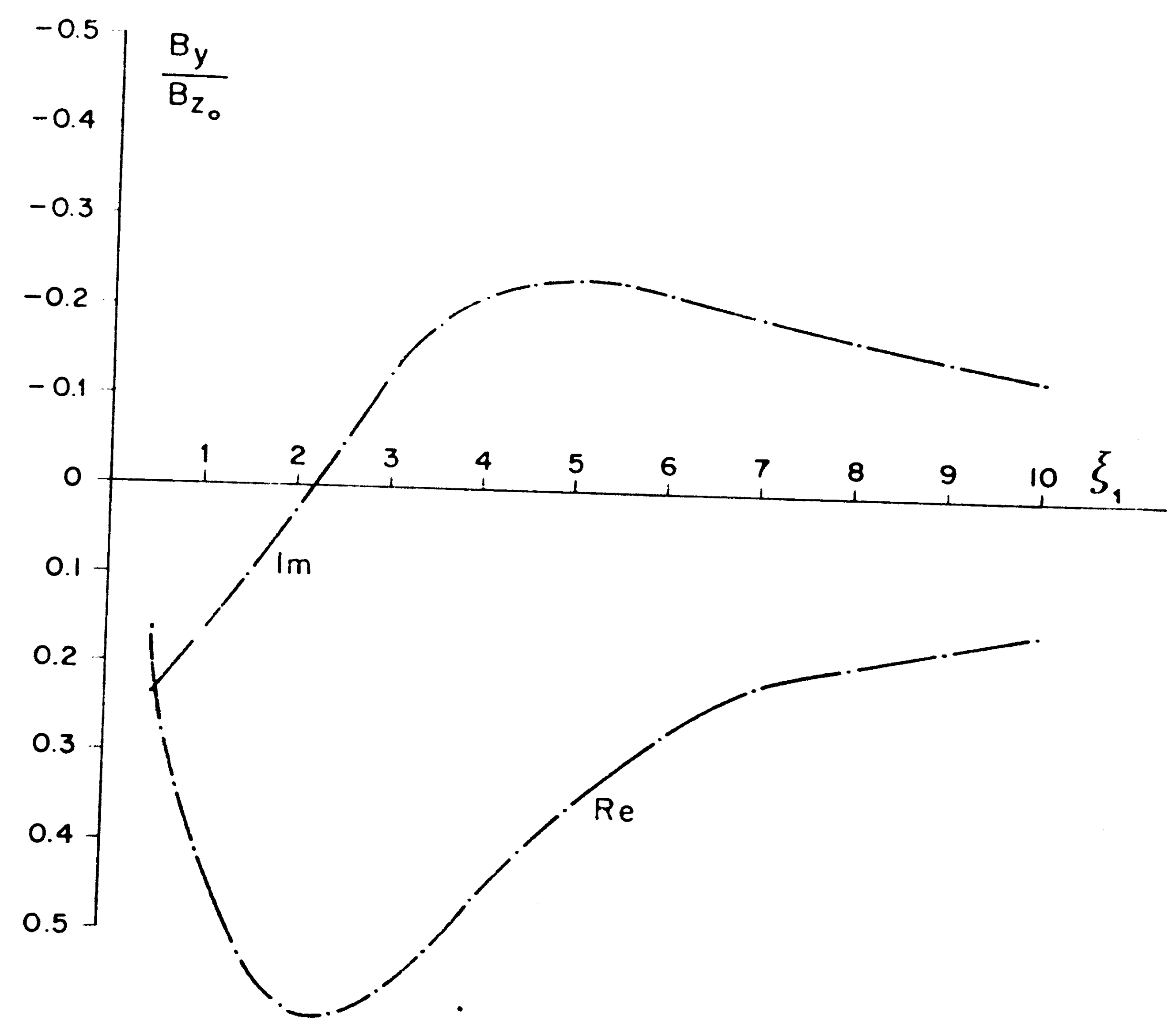


Fig. VII-13. Campo electromagnético de un cable largo en la superficie de un terreno homogéneo e isótropo. Variación de las partes real (cambiada de signo) e imaginaria de la componente horizontal en función de la distancia efectiva ξ_1. Se toma como unidad el campo en el vacío.

VII.10.3 Campo de un dipolo magnético vertical (bobina de espiras horizontales)

En diversos métodos de calicatas electromagnético se emplea como circuito emisor una bobina de muchas espiras y diámetro inferior a un metro, con su eje situado perpendicularmente al suelo. Pueden conside-

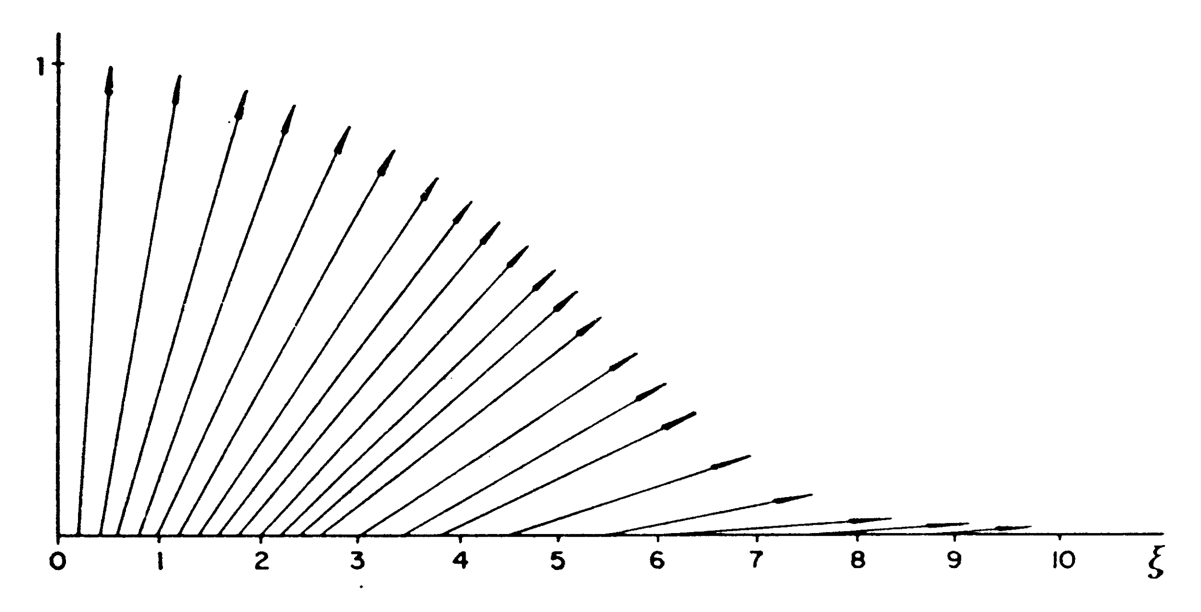


Fig. VII-14. Módulo e inclinación del semi-eje mayor de polarización del campo electromagnético de un cable largo en la superficie de un terreno homogéneo e isótropo, en función de la distancia efectiva ξ_1. El sentido de los semiejes corresponde a la semionda negativa de la corriente.

rarse, pues, como un dipolo magnético vertical, según lo dicho en el apartado I.23.2.

Por lo tanto, las componente magnéticas y eléctricas del campo se calculan mediante las fórmulas (I.153) a (I.154). El trabajo se simplifica mucho si se utilizan las relaciones Z/Z_0 calculadas y publicadas por FRISCHKNECHT (1967). Para ello basta calcular el campo primario en los puntos que interesen y multiplicar los resultados por los correspondientes Z/Z_0 ya que evidentemente

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{B_z}{B_z^p}$$

En esta operación puede tenerse en cuenta la resistividad del recubrimiento.

En la figura VII-15 se representan los valores de las distintas componentes comparados con los valores homólogos en el vacío, en función de la distancia efectiva. Se deduce de ella que, dentro de ciertos límites de distancia, las componentes magnéticas observadas sobre un terreno conductor son más intensas que los valores correspondientes al vacío. El máximo de B_r se produce aproximadamente para $\xi_1 \simeq 5$ y el de B_z para $\xi_1 \simeq 2{,}5$.

Puede deducirse también de la figura que, de modo análogo a lo que ocurre en el campo de un cable recto, la componente radial B_r, inexistente en el vacío, supera a la vertical B_z para $\xi_1 > 4$, y la relación entre

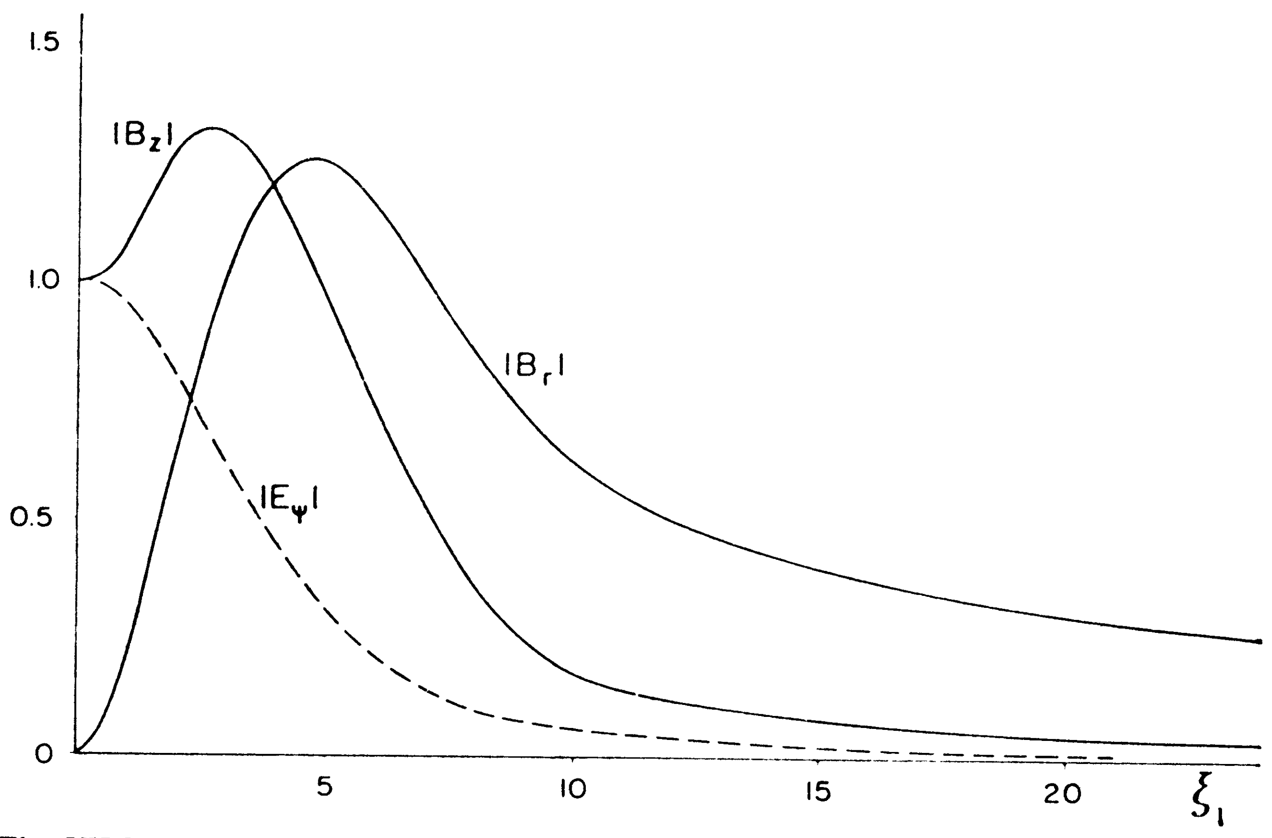


Fig. VII-15. Módulos de las componentes magnética y eléctrica del campo de un dipolo magnético vertical (bobina horizontal) colocado en la superficie de un terreno homogéneo e isótropo, en función de la distancia efectiva ξ_1. Se toma como unidad el campo en el vacío a la misma distancia. Según YAKUBOVSKIY.

ambas crece con ξ_1. El resultado de ello es que el campo magnético total va inclinándose cada vez más conforme aumenta ξ_1, acercándose paulatinamente a la horizontal. Pero las fases de ambas componentes no coinciden, por lo que el campo total está polarizado elípticamente. La inclinación del eje mayor de polarización, medida respecto de la vertical, crece con ξ_1; para $\xi_1 \simeq 4$, la inclinación es de 45°, para $\xi_1 \simeq 9$, es de 80°, es decir, casi horizontal.

VII.10.4 Campo de un dipolo magnético horizontal (bobina de espiras verticales)

En el apartado I.23.3 se dan las fórmulas que pueden utilizarse para el cálculo de las componentes cartesianas de los campos magnéticos y eléctricos producidos por una bobina de eje horizontal, esto es, de espiras verticales.

Para las CEM usuales sólo interesan las componentes del campo magnético a distancias superiores a varios diámetros de las bobinas, pero pequeñas frente a la longitud de onda. Las fórmulas aplicables son, pues,

las (I.159) y (I.160), pero es más sencillo utilizar las tablas de Frischknecht, del modo indicado en el apartado anterior.

Se deduce de tales fórmulas que, en el eje del dipolo que representa a la bobina ($y = 0$) el campo se halla en el plano vertical que pasa por dicho eje, pues $B_y = 0$. En cambio si el punto de observación se halla sobre el terreno, en el plano de las espiras ($x = 0$), no existe componente vertical B_z, y también es nula B_y, por lo que el campo está dirigido horizontalmente en dirección paralela al eje de la bobina.

Como en el caso del dipolo vertical, es conveniente comparar el campo observado sobre terreno homogéneo con el correspondiente al vacío. La figura VII-16, tomada de la obra de Yakuboskiy-Liakhov, representa la variación de dicho campo relativo en función de la distancia efectiva ξ_1, para las componentes vertical B_z y tangencial (horizontal) B_φ. En el citado gráfico aparecen curvas para $\varphi = 0$ o sea sobre el eje del dipolo y para $\varphi = 90°$, es decir, en su plano ecuatorial, referentes tanto a la componente real como a la imaginaria. La desviación respecto del campo en el vacío es máxima para $2 < \xi_1 < 8$, mientras que es pequeña para $\xi_1 < 1$. Cuando se desea obtener información sobre la resistividad del subsuelo (cartografía geológica) deben preferirse frecuencias que den lugar al cumplimiento de la primera condición. Cuando se trata de aplicar las CEM para su finalidad clásica de detectar cuerpos conductores, la condición que debe cumplirse es la segunda, pues entonces el campo normal discrepa muy poco del primario (no más del 5 % para $\xi_1 < 0{,}9$).

VII.10.5 Campo de un dipolo eléctrico

Los dipolos eléctricos no suelen utilizarse como circuito emisor en las CEM, aunque su empleo es teóricamente posible. El campo sobre terreno homogéneo puede calcularse mediante las expresiones del apartado I.23.4. También puede hacerse uso, para la componente vertical magnética B_z, de las tablas de FRISCHKNECHT (1967), del modo que se indicó para el dipolo vertical.

VII.11 ANOMALIAS DE CUERPOS REGULARES (en el vacío)

VII.11.1 Generalidades

Con objeto de tener base para la interpretación de las anomalías observadas en las CEM, diversos autores han calculado las correspondientes a cuerpos de forma geométrica regular, homogéneos y conductores, sumergidos en medio aislante. El caso, más real, de medio encajante con alguna conductividad, será tratado en el próximo apartado.

Los cuerpos preferidos para estos estudios son la esfera, el cilindro

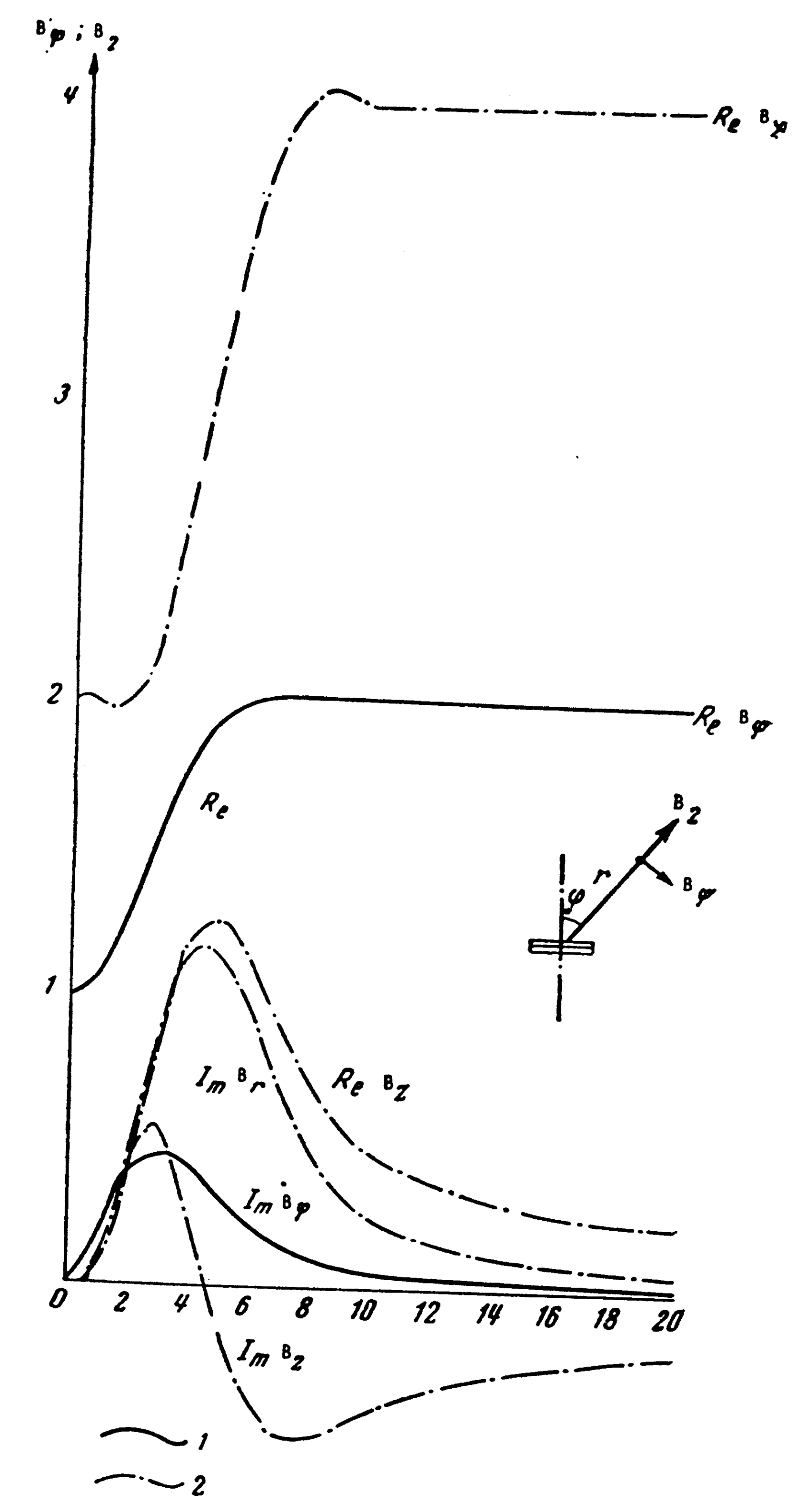


Fig. VII-16. Dipolo magnético horizontal (bobina vertical). Partes real e imaginaria de las componentes magnéticas, en función de la distancia efectiva ξ_1, correspondiente al terreno homogéneo e isótropo sobre el cual se supone colocado el dipolo. Se toma como unidad el campo en el vacío a la misma distancia. Según YAKUBOVSKIY.

y la lámina plana, que presentan evidentes ventajas para el cálculo, en especial la posibilidad de resolver las ecuaciones diferenciales correspondientes por el método de separación de variables. Además, la esfera constituye una estilización de los yacimientos en forma de bolsada más o menos isométrica, mientras que la lámina puede representar un filón de espesor aproximadamente uniforme.

VII.11.2 Anomalía de una esfera

El problema de una esfera conductora homogénea sometida a un campo magnético oscilante fue estudiado de una manera muy general por Debye, en 1909. Mucho más detallado, y efectuado desde el punto de vista de la Prospección, es el trabajo de WAIT (1951). Este investigador canadiense, cuya aportación a la teoría de la prospección por campos variables es de gran importancia, estudia en el citado artículo la anomalía producida por la esfera, tanto en el dominio de tiempos como en el de frecuencias.

El campo excitador se supone uniforme, y de poder imanador $\mathbf{H}_0$. Los parámetros de la esfera son su radio a, y sus constantes electromagnéticas, σ_1, μ_1 ε_1. Las del medio, supuesto aislante, se distinguen por el subíndice 2. Wait utiliza un sistema de coordenadas esféricas, con su eje polar z paralelo al campo inductor (fig. VII-17). En estas condiciones el factor de respuesta de la esfera es

$$\alpha = (i\,\omega\,\mu_1\,\sigma_1)^{1/2}\,a \qquad \text{(VII.62)}$$

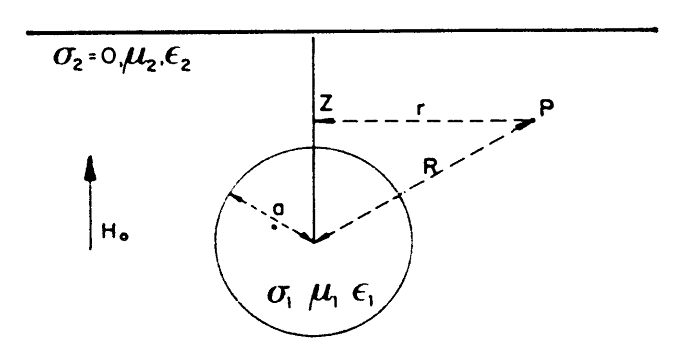


Fig. VII-17. Para el cálculo de la anomalía producida por un cuerpo esférico conductor situado en un medio homogéneo e isótropo y sometido a un campo magnético sinusoidal con poder imanador de amplitud H_0.

que como se ve es la raíz cuadrada del monomio π_3 correspondiente (ecuación VII.30).

En estas condiciones, Wait resuelve el problema por el procedimiento

de separación de variables y consideración de las condiciones de contorno, llegando, dentro de la aproximación casi estática, a las igualdades

$$B_z^s = -\frac{3}{2}\mu_2 a^3 H_0 (M + iN)\left(\frac{1}{R^3} - \frac{3z^2}{R^5}\right)$$
$$B_r^s = -\frac{3}{2}\mu_2 a^3 H_0 (M + iN)\frac{3zr}{R^5} \qquad \text{(VII.63)}$$

donde r es la distancia al eje z y R la distancia al centro de la esfera (fig. VII-17) y

$$M + iN = -\frac{2}{3}\left(\frac{2\mu_1(\text{Sh}\,\alpha - \alpha\,\text{Ch}\,\alpha) + \mu_2(\text{Sh}\,\alpha - \alpha\,\text{Ch}\,\alpha + \alpha^2\,\text{Sh}\,\alpha)}{2\mu_1(\text{Sh}\,\alpha - \alpha\,\text{Ch}\,\alpha) - 2\mu_2(\text{Sh}\,\alpha - \alpha\,\text{Ch}\,\alpha + \alpha^2\,\text{Sh}\,\alpha)}\right) \qquad \text{(VII.64)}$$

Si se pone

$$m = -6\pi a^3 H_0 (M + iN) \qquad \text{(VII.65)}$$

y se tiene en cuenta que $R^2 = r^2 + z^2$ la ecuación (VII.63) se transforma en

$$B_z^s = \frac{\mu_2 m}{4\pi}\,\frac{2z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \qquad \text{(VII.66)}$$

y análogamente,

$$B_r^s = \frac{\mu_2 m}{4\pi}\,\frac{3zr}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \qquad \text{(VII.67)}$$

Las dos ecuaciones anteriores son idénticas a dos de las (I.123). Quiere esto decir que la esfera se comporta como un dipolo de eje paralelo al campo inductor, de momento proporcional a este y al volumen de la esfera. Existe, sin embargo, un desfase respecto del campo inductor, expresado por el carácter complejo de $M + iN$. La variación de M y N en función de α, se representa en la figura VII-18 donde puede observarse la presencia de un máximo de N para cada μ_2/μ_1, mientras que M crece con α aproximándose a un valor asintótico. M y N dependen de la relación de permeabilidades μ_2/μ_1. Cuando, como suele ocurrir, $\mu_2 = \mu_1 = \mu_0$ la (VII.64) toma la forma, más simple,

$$M + iN = \frac{1}{3} + \frac{1}{\alpha^2} - \frac{\text{Cth}\,\alpha}{\alpha} \qquad \text{(VII.68)}$$

Se deduce de las ecuaciones anteriores que todos los parámetros de la esfera, incluyendo su permeabilidad magnética, pueden determinarse si se efectúan mediciones del campo anómalo a dos frecuencias, una de

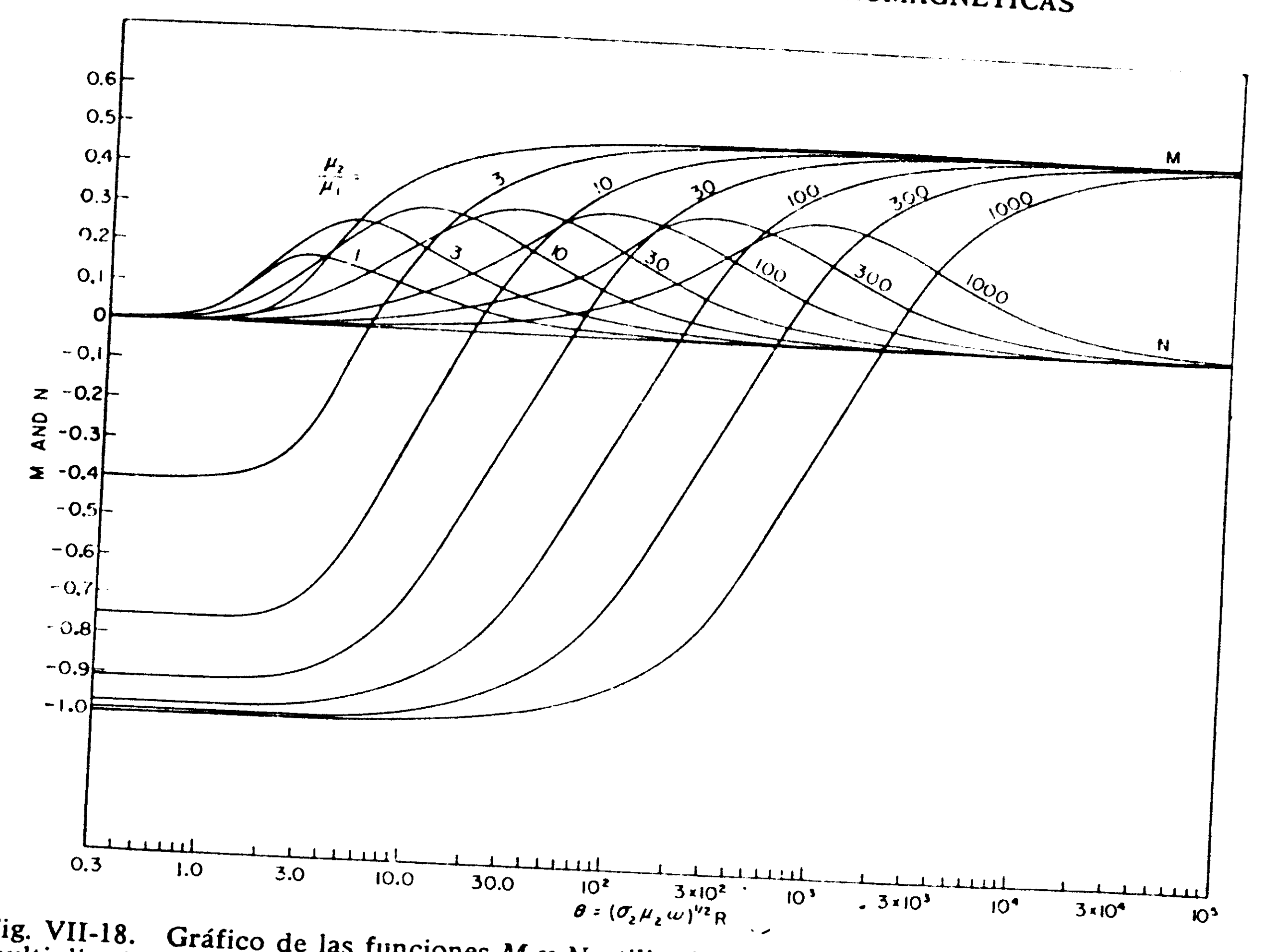


Fig. VII-18. Gráfico de las funciones M y N utilizadas en el apartado VII-11.2, según Ward, multiplicadas por 3/2. La definición de μ_1 y μ_2 es inversa a la del texto. (Cortesía de la SEG.)

ellas tal que $\alpha \simeq 0$ y la otra lo suficientemente alta para que pueda considerarse que $\alpha \to \infty$ ya que

$$\lim_{\alpha \to 0} M + i N = -\frac{1}{3} \frac{2\mu_1 + \mu_2}{\mu_1 - \mu_2} \qquad \text{(VII.69)}$$

$$\lim_{\alpha \to \infty} M + i N = \frac{1}{3}.$$

La teoría que se acaba de exponer supone que el campo inductor es homogéneo, lo que obliga a admitir que la fuente está muy alejada. El caso en que el campo está producido por un dipolo magnético fue resuelto simultánea e independientemente, por MARCH (1953) y por WAIT (1953), aunque ya Mie y Debye se habían ocupado, a principios de siglo, del mismo problema.

VII.11.3 Anomalía de un cilindro

Wait resolvió, en 1952, el problema del campo de un cable recto infinitamente largo recorrido por una corriente sinusoidal, en presencia de

un conductor cilíndrico homogéneo, paralelo a él, y también de longitud indefinida.

Se utiliza un sistema de coordenadas cilíndricas cuyo eje x coincide con el del cilindro (fig. VII-19). Las coordenadas del cable son r_0, φ_0 y las del punto de observación p, r y φ_0. La resistividad y la permeabilidad del cilindro son respectivamente ρ_1 y μ_1 mientras que el terreno se supone aislante y con permeabilidad μ_0 lo que equivale a decir que fuente y objeto se consideran situados en el vacío. El radio del cilindro es a.

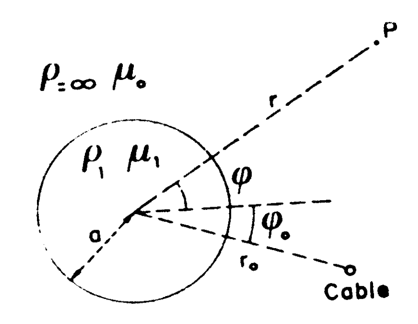


Fig. VII-19. Para el cálculo de la anomalía producida por un cilindro conductor en el campo magnético de un cable largo paralelo a él y recorrido por una corriente sinusoidal.

Si $a \ll r$ o bien $a \ll r_0$ las componentes del campo magnético secundario en la superficie del terreno son, aproximadamente,

$$B_y = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} q_1 \frac{a^2}{r^2} [\operatorname{sen}(\varphi - \varphi_0) \operatorname{sen} \varphi - \cos(\varphi - \varphi_0) \cos \varphi]$$
$$B_z = -\frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} q_1 \frac{a^2}{r^2} [\operatorname{sen}(\varphi - \varphi_0) \cos \varphi + \cos(\varphi - \varphi_0) \operatorname{sen} \varphi] \qquad \text{(VII.70)}$$

donde

$$q_1 = \frac{\left(\frac{\mu_1}{\mu_0} + 1\right) I_1(\alpha) - \alpha I_0(\alpha)}{\left(\frac{\mu_1}{\mu_0} - 1\right) I_1(\alpha) + \alpha I_0(\alpha)} \qquad \text{(VII.71)}$$

$$\alpha = \gamma_1 a = \left(\frac{i\omega\mu_1}{2\rho}\right)^{1/2} a \qquad \text{(VII.72)}$$

Como de costumbre I_0 e I_1 son las funciones de Bessel de segundo género y órdenes cero y uno respectivamente. La función q_1 representa, para el cilindro, el mismo papel que la $(M + iN)$ para la esfera.

La anomalía de B_z, esto es la relación entre el campo secundario B_z^s y el primario B_z^p tiene la forma de un mínimo acompañado por dos máximos laterales más pequeños.

Las fórmulas exactas (en aproximación casi-estática) son

$$B_r = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{a^{2n}}{r_0{}^n r^{n+1}} \operatorname{sen} n(\varphi - \varphi_0)$$

$$B_\varphi = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} q_n \frac{a^{2n}}{r_0{}^n r^{n+1}} \cos n(\varphi - \varphi_0) \qquad \text{(VII.73)}$$

donde es

$$q_n = \frac{n\left(\dfrac{\mu_1}{\mu_0} + 1\right) I_n(\alpha) - \alpha I_{n-1}(\alpha)}{n\left(\dfrac{\mu_1}{\mu_0} - 1\right) I_n(\alpha) + \alpha I_{n-1}(\alpha)} \qquad \text{(VII.74)}$$

Las fórmulas aproximadas (VII.10) provienen de tomar sólo el primer término de los desarrollos en serie de las (VII.73).

VII.11.4 Anomalía de una lámina plana

Una lámina plana, delgada y conductora puede tomarse como modelo estilizado de un filón metálico. Como es obvio, las características de la anomalía dependen de la fuente empleada, y de la posición de la lámina.

Cuando la lámina es horizontal, el cálculo puede efectuarse partiendo de las fórmulas para medios estratificados estudiados en el capítulo II, dando resistividad infinita a todas las capas menos a la que representa la metalización. SUNDBERG (1931) y SUNDBERG y HEDSTROM (1934) han hallado directamente fórmulas para capas delgadas o gruesas cuando la fuente es un cable recto de longitud infinita. La figura VII-7 representa un fasor calculado mediante la teoría de estos autores, sobre la que se hallará más información en el apartado VIII.4.

Más interesantes para la minería son las láminas verticales o subverticales, en forma de semiplanos. La dificultad del problema cambia mucho según que se atribuya a la lámina resistividad nula o finita. El primer caso, que es el más sencillo, fue resuelto en 1897 por Sommerfeld para una fuente dipolar. A pesar de las simplificaciones introducidas, como la de suponer infinita la conductividad, o lo que es lo mismo, que se trabaja en el límite inductivo, el problema es muy difícil, y su solución muy complicada, hasta el punto de que GRANT y WEST (1965) al ocuparse de este problema, indican que lleva a "álgebra formidable".

No obstante, los citados autores aluden a un caso particular en el que el problema se simplifica "dramáticamente" y es aquel en que tanto el emisor como el receptor son bobinas pequeñas coplanares con la lámina. Entonces el campo anómalo vale

$$B'_u = \frac{\mu_0 m}{2\pi^2 r^3} \left[\mathrm{tg}^{-1} \left(\frac{r}{2h} \right) - \frac{r}{2h} \right] =$$

$$= \frac{\mu_0 m}{16 \pi^2 h^3} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \left(\frac{r}{2h} \right)^2 + \frac{1}{7} \left(\frac{r}{2h} \right)^4 + \ldots \right] \qquad \text{(VII.75)}$$

con $r \leqslant 2h$. En esta fórmula, r es la distancia entre bobinas, m el momento de la emisora, y h la distancia de cada una de ellas al borde superior de la lámina, o sea la profundidad de ésta.

Como es lógico, si la resistividad de la lámina no es nula, el problema es aún más complicado. WESLEY (1958) dio una solución aproximada, pero WAIT (1959) hizo ver que su validez no era general ni se extendía a todas las distancias. No obstante, KOEFOED y KEGGE (1968) han utilizado los resultados de Wesley para determinar las líneas de corriente en una lámina delgada semi-infinita de resistividad muy pequeña.

VII.11.5 Anomalías de bandas, discos y rectángulos

Las soluciones halladas para cuerpos en forma de semiplanos presentan el inconveniente de no ser directamente aplicables a la realidad, pues los cuerpos encontrados en la práctica suelen tener dimensiones finitas, sobre todo cuando se trata de metalizaciones (*). Por esta causa, se han estudiado las anomalías producidas por cuerpos delgados de extensión lateral limitada, cuya forma se preste al cálculo. Siguiendo estas ideas, se han considerado cuerpos en forma de bandas, discos y rectángulos.

La banda sólo tiene finita una dimensión lateral, que es su anchura o extensión en profundidad. La anomalía correspondiente ha sido estudiada por L. Martín en una tesis de la Universidad de Toronto, no publicada, y mencionada por GRANT y WEST (1965). El método utilizado es el de las imágenes, y se considera nula la resistividad de la banda. Uno de los resultados del referido trabajo es que, cuando se emplea un sistema Slingram de bobinas horizontales y separación r, la anomalía de la banda discrepa muy poco de la que corresponde a lámina semi-infinita, siempre que su anchura (extensión en profundidad) sea, por lo menos, algo superior a r.

La anomalía correspondiente a un disco elipsoidal achatado de resistividad nula, ha sido investigada por DOULOFF (1961) para un campo dipolar. Cuando el diámetro del disco es igual a la separación entre bobinas (Slingram) la anomalía es aproximadamente la mitad de la producida por una lámina semi-infinita. En la citada solución a este problema, las funciones propias son las de Mathieu, en un sistema de coordenadas cilíndricas elípticas.

(*) Cuando se trata de fallas con relleno conductor, la condición de infinitud lateral es más aceptable.

Los cuerpos en forma de placa rectangular han sido estudiados recientemente por LAMONTAGNE y WEST (1971) quienes han calculado las anomalías y la pauta de las corrientes secundarias cuando el emisor es un bucle grande horizontal (Turam). El cálculo, basado en una aproximación por diferencias finitas, se reduce a la resolución de un numeroso sistema de ecuaciones. Como en los casos anteriores, no se tiene en cuenta la resistividad de las rocas circundantes.

VII.12 EFECTO DE LA CONDUCTIVIDAD DEL TERRENO SOBRE LAS ANOMALIAS

En la teoría clásica de las anomalías electromagnéticas producidas por heterogeneidades conductoras, de las que hay abundantes ejemplos en los apartados anteriores, no se tenía en cuenta el efecto de la conductividad del terreno, que da lugar a un campo secundario disperso.

No ha de creerse, sin embargo, que el efecto de las corrientes secundarias que circulan en el terreno sea el de producir un fondo que puede ocultar más o menos el efecto de las heterogeneidades, ni que unos y tros campos se sumen simplemente. La situación real es bastante más compleja.

Supóngase que el terreno es aislante; entonces el único campo existente y observable será el campo primario, igual al calculado para el vacío. Si el terreno es conductor y homogéneo, aparecen en todo él corrientes de Foucault, cuya intensidad disminuye con la distancia a la fuente; el campo de tales corrientes se suma al primario, produciendo un nuevo campo normal, que diferirá en dirección, módulo y fase del anterior. Si se vuelve a considerar el medio aislante, pero ahora con alguna heterogeneidad o inclusión conductora, resulta que también esta será sede de corrientes inducidas, en este caso localizadas, pues sólo circularán a través de la heterogeneidad, y no fuera de ella. Estas corrientes producen una anomalía, o sea un campo distinto del primario y que se suman a éste.

El caso más general es el que suele darse en la práctica con más frecuencia, y es también el más complicado. Consiste en que la heterogeidad conductora está sumergida en un terreno de conductividad apreciable, aunque generalmente menor. Se tienen entonces, el campo "normal" debido a la conductividad homogénea del terreno, y el "anómalo" debido a la heterogeneidad. Es erróneo pensar que el campo total resultante se obtiene mediante suma o superposición de dicho campo normal con el calculado para la heterogeneidad en medio aislante, pues al proceder así se supone que unas y otras corrientes no se influyen entre sí, al contra-

rio de lo que ocurre realmente. Esta interacción se debe a las causas siguientes:

a) Las corrientes inducidas en la heterogeneidad inducen otras, a su vez, en el terreno circundante, con la consiguiente modificación del campo.

b) Las corrientes que circulan en el terreno que rodea a la heterogeneidad inducen otras en ella, de modo análogo.

c) Las corrientes que circulan a través del terreno pueden modificar sus trayectorias, por causa de la heterogeneidad, cerrando sus circuitos a través de ésta.

d) De modo análogo, las corrientes inducidas en la heterogeneidad pueden completar sus trayectorias a través del terreno que la rodea.

Como se ve el problema no es sencillo, y para resolverlo se hace necesario recurrir a complicados procedimientos matemáticos de aproximación numérica, o a mediciones sobre modelos reducidos. Tales métodos pueden aplicarse también a otro problema relacionado con el anterior, que es el del efecto que produce sobre las anomalías la presencia de una zona medianamente conductora que envuelve la heterogeneidad, y que representa el halo de diseminación que rodea a muchas metalizaciones.

Entre los trabajos que se ocupan de las cuestiones aludidas, y que forman una serie numerosa y reciente, cabe mencionar los de LOWRIE y WEST (1965), NEGI (1969) y en particular los incluidos en un número especial, dedicado a este tema, de la revista americana "Geophysics" (febrero de 1971). En él se encuentra una excelente visión de conjunto del estado de la cuestión, redactada por Stanley H. Ward, director del número.

Los métodos matemáticos utilizados son diversos; cuando el problema presenta simetría cilíndrica o esférica, puede recurrirse al método clásico de integración de ecuaciones diferenciales por separación de variables; en otros casos se utiliza la resolución de ecuaciones integrales por medio de aproximaciones numéricas, o el método de elementos finitos, que en el fondo consiste en la resolución aproximada de un problema variacional mediante la descomposición del espacio en una red de volúmenes elementales pequeños, pero de tamaño finito.

Los resultados de tales trabajos, concordantes entre sí, echan por tierra muchos de los principios comúnmente aceptados sobre las anomalías electromagnéticas, que se habían establecido olvidándose de la conductividad del medio encajante o del recubrimiento.

En general, la presencia de recubrimiento o de terreno conductor hace girar el vector (temporal) que representa la anomalía, con lo que desaparece la idea de que los cuerpos perfectamente conductores no producen anomalía imaginaria. Otra idea que resulta falsa es la de que la pre-

sencia de un semiespacio conductor, al disminuir el contraste de resistividades entre la heterogeneidad y el terreno, daría lugar a un decrecimiento de la anomalía, lo que se describía como un efecto de apantallamiento. En general no es así, pues la conductividad del medio circundante puede reforzar la anomalía, efecto al que se ha dado el nombre de *apantallamiento negativo*. Esta denominación ha sido discutida; en el caso de que se deba a un halo de diseminación, es evidentemente inadecuada, pues lo que ocurre es que aumenta el tamaño del objetivo. También quedan en entredicho las reglas prácticas empleadas tradicionalmente para determinar la profundidad y factor de inducción de los cuerpos detectados, pues se basaban en fórmulas o diagramas calculados para medios aislantes.

Se ha mencionado más arriba la influencia que ejerce sobre la anomalía la modificación que sufren las corrientes inducidas en el terreno por causa de la heterogeneidad. Este efecto ha sido analizado por SARMA y MARU (1971) apoyándose en sus experimentos sobre modelos. Estos autores concluyen que el aumento en amplitud de la anomalía sólo se produce cuando la heterogeneidad está en contacto galvánico con el medio circundante y precisamente cuando las corrientes inducidas en este completan su circuito a través de aquella o, en algún caso, sin ocurrir esto, las trayectorias se modifican favorablemente. De no ser así, el vector anómalo sufre un giro (en el tiempo) y pierde amplitud. Todo esto se refiere al caso usual de que la heterogeneidad es más conductora que el medio. En caso contrario, esto es, cuando el medio es más conductor que la heterogeneidad, la anomalía puede ser más intensa que la que observaría sobre el mismo cuerpo en medio aislante, tanto si existe contacto galvánico con el medio como si no. Esto abre la posibilidad de detectar cuerpos que hasta ahora se suponían fuera del alcance de las CEM.

Por último, no debe olvidarse que las conductividades suelen intervenir a través de las constantes de propagación casi estáticas $\gamma_i = (i\omega\mu_i\sigma_i)^{1/2}$ por lo que las condiciones del problema, y el comportamiento de los cuerpos pueden modificarse en sentido conveniente cambiando la frecuencia del emisor. En general, al disminuir ω decrece el efecto de los conductores que rodean al cuerpo, por disminución de las distancias efectivas, pero al mismo tiempo decrece también la intensidad de los campos observados.

VII.13 METODO DE TRANSITORIOS

VII.13.1 Principios teóricos

Según la teoría expuesta en el capítulo IV, a cada método de CEM cuyo campo primario oscila sinusoidalmente, corresponde otro en el dominio de tiempos.

Estos últimos métodos presentan la ventaja de que su empleo equivale al de un espectro continuo de frecuencias, mientras que en las CEM usuales de campo sinusoidal no suelen emplearse más de dos. Aparte de ello, aunque los métodos de uno y otro dominio sean equivalentes teóricamente, los de dominio de tiempos pueden presentar ventajas desde el punto de vista práctico en lo que atañe al aspecto instrumental, a la eliminación de perturbaciones, etc., con el resultado de que la información obtenida puede ser más amplia o más confiable, al menos en ciertos casos.

Una de las dificultades experimentales en las CEM de dominio de frecuencias es que el campo secundario ha de medirse en presencia de otro, el primario, generalmente mucho más intenso. Este inconveniente desaparece en los métodos de transitorios, donde la medición del campo secundario puede efectuarse después de suprimido el impulso primario.

Los fenómenos físicos que tienen lugar en las CEM de dominio de tiempos pueden describirse, a grandes rasgos, del modo siguiente: La producción del impulso origina, en los cuerpos conductores del subsuelo, la circulación de corrientes de torbellino, que crean un campo magnético secundario. Una vez extinguida la variación de flujo debida al impulso, tales corrientes van amortiguándose, pues su energía se transforma en calor por efecto Joule, y este amortiguamiento es tanto más rápido cuanto mayor sea la resistividad del cuerpo donde se producen las corrientes. Por lo tanto, si se registra la variación del campo secundario, comenzando en el momento de cesación de impulso, la primera parte del registro señalará el efecto de los conductores mediocres presentes, como el recubrimiento, mientras que las etapas finales reflejarán la presencia, en su caso, de cuerpos muy conductores, como metalizaciones de sulfuros. La duración del proceso de registro no es necesario que sobrepase unas pocas decenas de ms, dada la rápida extinción de las corrientes.

Estos métodos, según los ensayos realizados en la Unión Soviética, poseen mayor poder resolvente y son más sensibles a los cuerpos conductores profundos que los de una sola frecuencia sinusoidal.

En principio, la forma del impulso puede ser cualquiera. Pueden emplearse impulsos rectangulares de duración finita, en forma de medio ciclo de sinusoide, o impulsos en escalón que se obtienen simplemente abriendo o cerrando un interruptor.

En este último caso, para determinar la respuesta de un conductor subterráneo, pueden utilizarse los resultados del capítulo IV, y aplicar la transformación de Fourier a los resultados del apartado VII.2.

Según se vio en éste, la tensión alterna inducida en la bobina receptora por el campo primario vale

$$U_{2p} = i\,\omega\, M_{12}\, I_{10}\, e^{-i\omega t} \tag{VII.5}$$

mientras que la debida al cuerpo conductor es

$$U_{2s} = -\frac{M_{13} M_{32}}{L} \frac{Q^2 - i Q}{1 + Q^2} i \omega I_{10} e^{-i\omega t} \qquad \text{(VII.76)}$$

que se deduce multiplicando la (VII.10) por la mencionada (VII.5).

La función respuesta $\Phi(\omega)$ de la bobina receptora, en ausencia del conductor subterráneo, será

$$\frac{U_{2p}}{I_{10} e^{-i\omega t}} = i \omega M_{12} \qquad \text{(VII.77)}$$

La intensidad primaria es un impulso de Heaviside $I_1 H(t)$ cuyo espectro, según se vio en el capítulo IV, es

$$\frac{i I_1}{\sqrt{2\pi}\, \omega} \qquad \text{(VII.78)}$$

El espectro de frecuencia de la tensión inducida en el receptor como consecuencia del impulso será, por lo tanto,

$$G(\omega) = -\frac{M_{12} I_1}{\sqrt{2\pi}} \qquad \text{(VII.79)}$$

El transcurso temporal $U(t)$ de la tensión en el receptor vendrá dado por la transformada de Fourier de $G(\omega)$ que es

$$U_{2p}(t) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M_{12} I_1}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\omega t} d\omega =$$

$$= -\frac{M_{12} I_1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} d\omega =$$

$$= -\frac{M_{12} I_1}{2\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \cos \omega t \, d\omega - i \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sen} \omega t \, d\omega \right] \qquad \text{(VII.80)}$$

La segunda integral es nula, por ser el integrando función impar, mientras que la primera sólo tiene sentido en la teoría de las distribuciones, y vale (PAPOULIS, 1962).

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos \omega t \, d\omega = 2\pi \, \delta(t) \qquad \text{(VII.81)}$$

por lo que resulta

$$U(t) = -M_{12} I_1 \, \delta(t)$$

donde $\delta(t)$ es, como de costumbre, la función (distribución) de Dirac.

El significado de esta ecuación es que si no existen cuerpos conductores en el subsuelo, en la bobina receptora sólo se registra un impulso de sentido opuesto al primario y de duración breve (fig. VII-20 b).

Para el cálculo de la tensión debida al conductor subterráneo, se procede de modo semejante.

En la (VII.76) la fracción que contiene la magnitud $Q = \omega L/R$ vale

$$\frac{Q^2 - i\,Q}{1 + Q^2} = \frac{\omega^2 L^2 - i\,\omega\,L\,R}{R^2 + \omega^2 L^2} \qquad \text{(VII.82)}$$

por lo que el espectro de frecuencias de U_{2s} será

$$G_{2s}(\omega) = \frac{M_{13}\,M_{32}}{\sqrt{2\pi}\,L}\;\frac{\omega^2 L^2 - i\,\omega\,L\,R}{R^2 + \omega^2 L^2}\,I_1 \qquad \text{(VII.83)}$$

y, por aplicación de la transformación de Fourier, se deduce

$$U_{2s}(t) = \frac{M_{13}\,M_{32}}{2\pi\,L}\,I_1 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2 L^2 - i\,\omega\,L\,R}{R^2 + \omega^2 L^2}\,e^{-i\omega t}\,d\omega \qquad \text{(VII.84)}$$

La integral que figura en esta expresión puede descomponerse en las dos

$$A_1 = L^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2}{R^2 + \omega^2 L^2}\,e^{-i\omega t}\,d\omega$$

$$A_2 = -\,i\,L\,R \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega}{R^2 + \omega^2 L^2}\,e^{-i\omega t}\,d\omega \qquad \text{(VII.85)}$$

La fracción que aparece en la integral A_1 es función par de ω mientras que la que figura en A_2 es impar. Por lo tanto, al desarrollar la exponencial imaginaria en forma de suma de un coseno y un seno, se anulará en cada caso una de las dos integrales resultantes, por lo que se tiene

$$A_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2}{\omega^2 + \dfrac{R^2}{L^2}} \cos \omega t \cdot d\omega = 2\pi\,\delta(t)$$

$$\text{(VII.86)}$$

$$A_2 = -\,\frac{R}{L} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega}{\omega^2 + \dfrac{R^2}{L^2}} \operatorname{sen} \omega t\,d\omega = -\,\pi\,\frac{R}{L}\,e^{-\frac{R}{L}t}$$

y resulta, finalmente,

$$U_{2s}(t) = \frac{M_{13}\,M_{32}}{L}\,I_1 \left[\delta(t) - \frac{R}{2L}\,e^{-\frac{R}{L}t}\right] \qquad \text{(VII.87)}$$

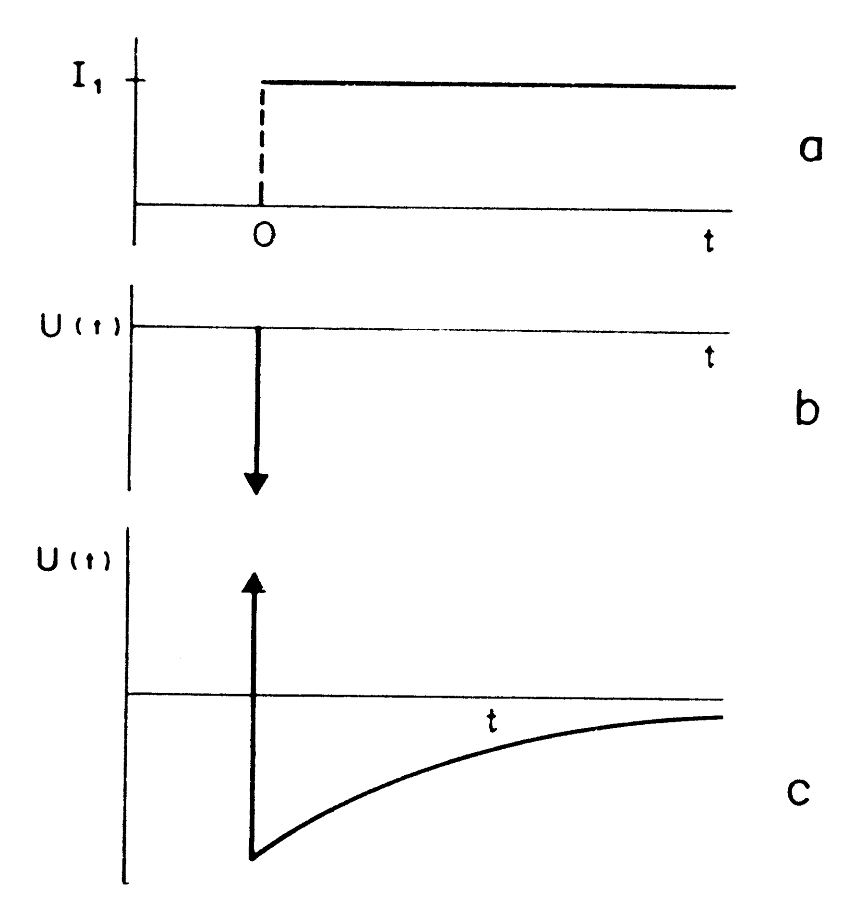


Fig. VII-20. Método de transitorios. a) Impulso primario. b) Impulso en el receptor, en ausencia de cuerpos conductores. c) Impulso en presencia de un cuerpo conductor.

Esta ecuación indica que la tensión en el circuito receptor experimenta un brusco impulso instantáneo positivo en el momento de producirse el impulso primario y toma en seguida un valor negativo, que tiende exponencialmente a cero con el transcurso del tiempo. Este decrecimiento es tanto más lento cuanto mayor sea R, es decir, cuanto más conductivo sea el cuerpo subterráneo (fig. VII-20 c).

Diversos autores han estudiado detalladamente el comportamiento de cuerpos conductores de formas diversas, especialmente la esférica, ante diferentes tipos de transitorios. Entre ellos figuran WAIT (1951), KHOMENYUK (1963 a y b), NELSON y MORRIS (1969), WAIT y SPIES (1969), NABIGHIAN (1970 y 1971) y VERMA y SINGH (1970).

VII.13.2 Ensayos sobre modelos

Las mediciones sobre modelos reducidos descritas para el dominio de frecuencias pueden aplicarse de modo análogo al de tiempos si se uti-

liza una fuente emisora adecuada y se conecta a la salida del receptor un registrador o un oscilógrafo.

Las relaciones de semejanza establecidas en el apartado VII.6.1 han de sustituirse por las que corresponden al dominio de tiempos. Para establecer estas no es preciso efectuar todo el proceso desde el principio, pues las magnitudes que intervienen en el nuevo caso son las mismas que en el ya resuelto, salvo en lo que respecta a ω que debe sustituirse por t, de dimensión inversa. Los monomios en el dominio de tiempos π_i'' serán, pues, los mismos que en el de frecuencias si en estos se trueca ν por t^{-1}. Se tiene, por lo tanto,

$$\pi_1'' = \pi_1$$

$$\pi_2'' = \frac{\varepsilon \mu d^2}{t^2} \qquad \text{(VII.88)}$$

$$\pi_2'' = \frac{\rho t}{d^2 \mu}$$

Las condiciones de trabajo corresponden casi siempre a la aproximación casi-estática, por lo que $\varepsilon = 0$ y el segundo monomio no interviene. En cuanto al tercero, si se utiliza la misma notación que en el referido apartado VII.6.1, se tiene, para $\mu_N = \mu_M = \mu_0$

$$\frac{\rho_N t_N}{d_N^2} = \frac{\rho_M t_M}{d_M^2} \frac{r\tau}{l^2} \qquad \text{(VII.89)}$$

con

$$t_N = \tau t_M$$

Si se trabaja en "tiempo real", $\tau = 1$ y por lo tanto, para que π_3 alcance el mismo valor en el modelo y en la naturaleza habrá de ser

$$r = l^2 \qquad \text{(VII.90)}$$

Obsérvese que d puede representar el producto de dos longitudes distintas. Si el emisor es un cuadro de lado a y el objetivo o "blanco" una lámina de espesor e el monomio π_3'' puede escribirse en la forma

$$\frac{\rho_M t_M}{a_M e_M} = \frac{t_M}{a_M S_M} \qquad \text{(VII.91)}$$

siendo, como de costumbre,

$$S_M = \frac{e_M}{\rho_M}$$

Se deduce de ello que cuando el cuerpo conductor es una lámina,

puede ésta trocarse por otra de la misma conductancia sin que cambien los resultados del experimento.

VII.14 CUERPOS FERROMAGNETICOS

En general, puede suponerse que los cuerpos conductores detectados por las CEM tienen permeabilidad magnética μ poco diferente de la μ_0 del vacío.

Esta hipótesis no es válida cuando la heterogeneidad conductora contiene minerales ferromagnéticos. (Véase el capítulo II de PGI), sobre todo magnetita. En tal caso la anomalía obtenida por cualquier método de CEM puede diferir mucho, tanto en amplitud como en forma, de la que se observaría en igualdad de las demás condiciones, si la permeabilidad del cuerpo fuese μ_0.

En efecto, al ser $\mu > \mu_0$, el cuerpo conductor, además de ser sede de corrientes inducidas se comporta como un imán, cuyo momento varía cíclicamente al mismo tiempo que el campo inductor. Se tiene, pues, un campo secundario magnético, que actúa sobre la bobina receptora, y que en general no dependerá de la frecuencia y será opuesto al originado por las corrientes inducidas en el cuerpo. Como estas crecen con la frecuencia, ocurrirá que, para frecuencias bajas, predominará el campo magnético de imanación, mientras que en la respuesta para frecuencias superiores a un valor crítico, será el campo de las corrientes inducidas el que destaque.

Aparte de ello, el cuerpo se comportará como más conductor de lo que es en realidad si su permeabilidad μ es mayor que μ_0. Esto se deduce de la igualdad (VIII.30), que indica que si se multiplica μ por m, el efecto es el mismo que si se dividiera ρ por el mismo número.

Como consecuencia de lo dicho, en el caso de predominio magnético se obtienen curvas de anomalía de forma distinta a las que corresponden al caso puramente inductivo. Así, en los métodos aéreos, el máximo que suele caracterizar a los cuerpos conductores se transforma en un mínimo cuando en estos prepondera su ferromagnetismo. En los procedimientos prospectivos de inclinación de campo, la posición del "cruce" se desplaza, mientras que en otros métodos, las anomalías asimétricas pasan a simétricas, e inversamente, de modo que en vez de obtener un máximo, resulta un punto de inflexión y al revés. En general estos efectos sólo se producen con intensidad en las curvas de amplitud, y son poco importantes en las de fase.

WARD (1961) ha estudiado experimentalmente la anomalías de una metalización ferromagnética para frecuencias diferentes.

Capítulo VIII

CALICATAS ELECTROMAGNETICAS TERRESTRES

VIII.0 NOTA PREVIA SOBRE NOMENCLATURA

En este capítulo se estudian los tipos principales de CEM terrestres, mientras que los que se realizan desde vehículos aéreos se describen en el capítulo X.

No existe nomenclatura única para designar los distintos tipos de CEM terrestres. Por una parte, se utilizan denominaciones comerciales que, si bien tienen la ventaja de ser breves, suelen presentar el inconveniente de que para un mismo método pueden existir tantos nombres como compañías fabricantes de instrumentos. También se utilizan expresiones descriptivas que, generalmente, son demasiado largas, como por ejemplo, "método del emisor y receptor móviles". Otros métodos se designan por los nombres de sus autores.

Aquí se seguirá un sistema ecléctico, buscando las denominaciones más cortas y expresivas, dentro de las de uso más difundido. En más de una ocasión se utilizarán denominaciones de origen sueco que, aunque comerciales, se han internacionalizado.

WINKLER (1966) y PARASNIS (1970) han propuesto sistemas de símbolos para distinguir entre sí los diferentes tipos de CEM y expresar las características concretas de cada equipo (véase el apartado X.2).

VIII.1 EL METODO DE INCLINACION DE CAMPO

VIII.1.1 Esencia del método

En el método de inclinación de campo, la magnitud que se mide es la dirección del campo magnético producido por el emisor. La presencia en

el subsuelo de cuerpos conductores se deduce de la existencia de diferencias significativas entre las direcciones observadas y las correspondientes a medio homogéneo. Tales diferencias constituyen las anomalías o indicaciones que sirven de base a la interpretación.

Aunque existen muchas modalidades de aplicación, y se fabrican equipos muy diferentes, en todos los casos el receptor está constituido por una bobina exploradora, cuya salida va acoplada a unos receptores telefónicos a través de un amplificador, y la dirección del campo se determina por el procedimiento indicado en el apartado VII-3.

En este método no se miden desfases, por lo que no es posible, en general, obtener consecuencias sobre la conductividad relativa de los cuerpos detectados, salvo por el empleo de dos frecuencias o, de modo bastante impreciso, por la agudeza de los mínimos. La presencia de componentes en cuadratura hace frecuentemente inexacta la medida de la inclinación del campo.

Otro inconveniente del método es su poca sensibilidad. Por el contrario, es de aplicación sencilla y rápida, salvo en zonas de mala visibilidad por vegetación abundante y otras causas. Se emplea sobre todo para trabajos de reconocimiento, y para la comprobación terrestre de las anomalías obtenidas por CEM realizadas desde avión.

VIII.1.2 Circuito primario. Receptor

En el método de inclinación de campo pueden utilizarse circuitos primarios muy variados, tales como un cable largo con sus extremos puestos a tierra; un bucle grande de una sola espira circular o rectangular, tendida sobre el suelo; una bobina cuadrada vertical rígida y grande, un cuadro triangular y vertical cuyo vértice superior es el extremo de un mástil y por último, una bobina circular y plana de muchas espiras (del orden de un millar) y de medio metro de diámetro, mantenida a mano en la posición adecuada (fig. VIII-1). En modelos recientes, la bobina, con núcleo de ferrita, tiene forma de cilindro alargado, y se mantiene en la posición deseada, bien en un trípode, bien a mano. Estos dos últimos tipos de circuito primario son los más difundidos actualmente en la práctica.

La fuente de alimentación, que proporciona corriente sinusoidal de baja frecuencia (500 a 2000 Hz) está constituida por un grupo motor-generador en los modelos grandes, y por un oscilador de estado sólido en los pequeños. En los primeros es posible efectuar lecturas hasta 750 m de distancia al emisor, mientras que en los segundos, de menos potencia, es raro sobrepasar 250-300 m.

El circuito receptor consta de una bobina exploradora provista de clinómetro, y acoplada, a través de un amplificador, a un par de recep-

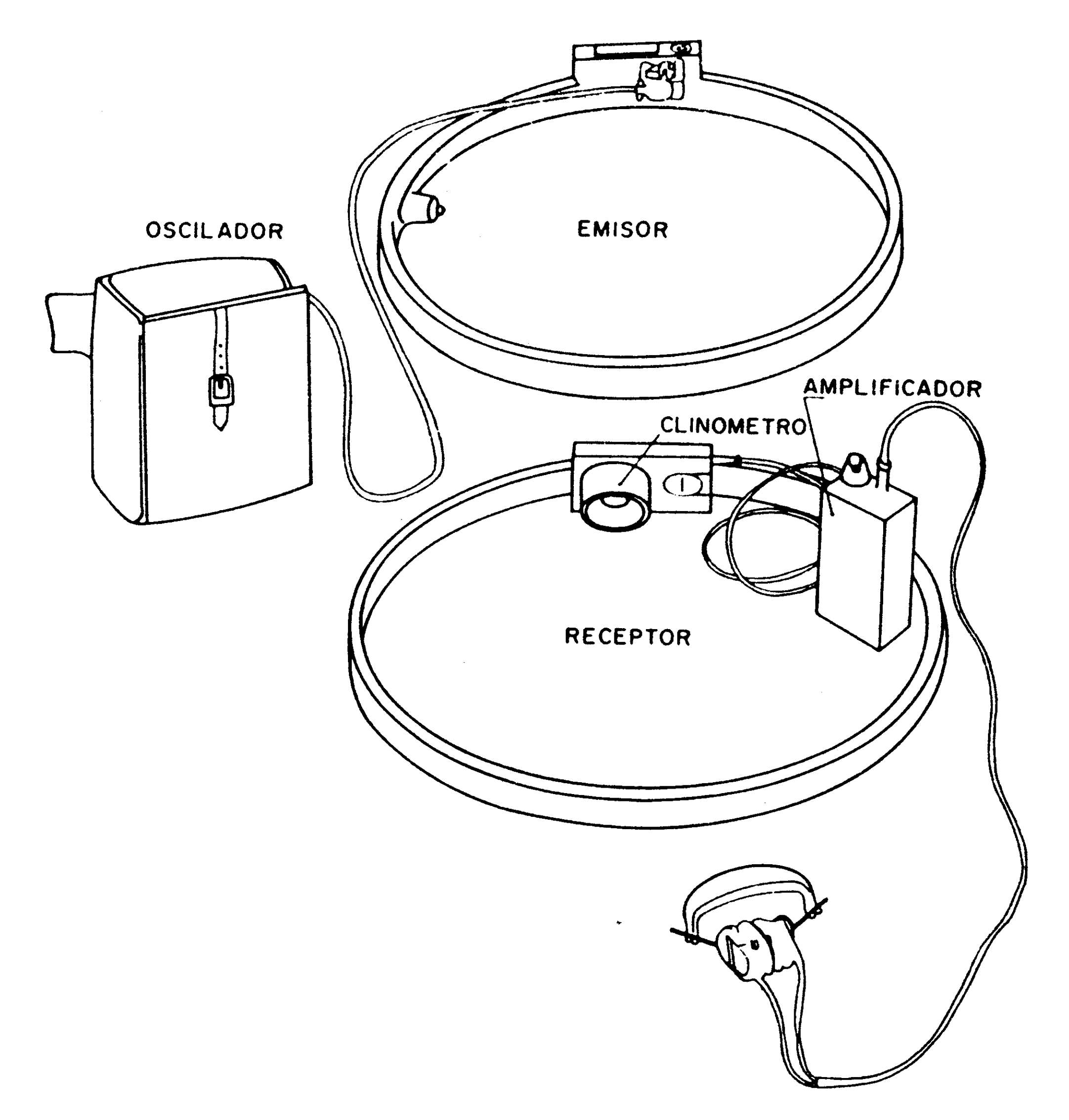


Fig. VIII-1. Equipo clásico de inclinación de campo.

tores telefónicos, y en algunos modelos, además, a un instrumento de cero.

Muchos aparatos comerciales pueden trabajar en dos o tres frecuencias diferentes.

Algunos equipos constan de dos transceptores, que pueden emplearse indistintamente como emisor o receptor, lo que se utiliza en el método denominado *de rebote* ("Shot-back").

Los emisores van provistos de un interruptor pulsador, que puede emplearse para hacer llegar mensajes e instrucciones al operador de la bobina exploradora, de acuerdo con un código previamente convenido, utilizando la propia señal.

VIII.1.3 Modos de operar

Son posibles muchos modos diferentes de efectuar las mediciones en el método de inclinación de campo. En lo que respecta al desplazamiento mutuo de emisor y receptor, las modalidades más empleadas son las siguientes :

a) Emisor fijo y receptor móvil. Este último puede moverse sobre un

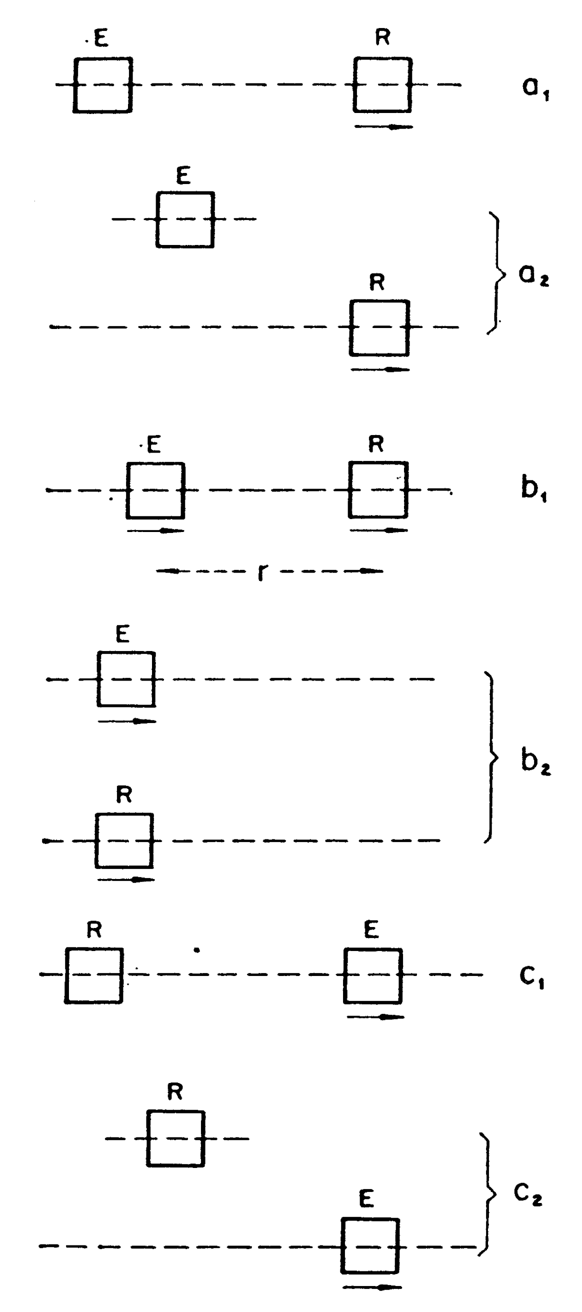


Fig. VIII-2. Modalidades del desplazamiento sobre el terreno del emisor (E) y del receptor (R) en el método de inclinación de campo. La explicación y nomenclatura, en el texto.

perfil que pase por el emisor (fig. VIII-2 a_1) o bien sobre otro diferente (fig. VIII-2 a_2).

b) El emisor y el receptor se mueven simultáneamente, manteniendo fija su separación. El avance puede efectuarse de dos modos distintos:

b_1) Avance *en fila.* El emisor y el receptor se mueven sobre el mismo perfil. Generalmente el receptor precede al emisor (figura VIII-8 b_1).

b_2) Avance *de frente* ("broadside"). El emisor y el receptor se mueven sobre dos perfiles paralelos, perpendiculares a la línea E-R (fig. VIII-2 b_2).

c) Emisor móvil y receptor fijo. Caben las mismas modalidades que en *a*) y a_1).

Cada una de las modalidades descritas puede aplicarse con distintas orientaciones de las bobinas, pero siempre con éstas en posición de acoplo mínimo, o sea colocadas perpendicularmente entre sí. Si en estas condiciones, el sonido percibido no fuese mínimo, se busca la posición en que esto ocurra, tomando como referencia para la medida del ángulo girado la mencionada posición perpendicular.

Ahora bien, para una determinada colocación de la bobina emisora, existen infinitas posiciones de silencio respecto del campo primario, las cuales se obtienen haciendo girar la bobina exploradora alrededor de un diámetro suyo que coincide con la dirección de dicho campo. De estas configuraciones posibles, las tres más empleadas son las indicadas en la figura VIII-3 y designadas con las letras *A, B* y *C*.

En la *A* se busca la posición de mínimo de la bobina exploradora partiendo de la colocación horizontal de ésta. La posición vertical de la bobina emisora establece un buen acoplamiento con los cuerpos conductores de fuerte buzamiento (más de 30°), mientras que los conductores horizontales quedan muy poco acoplados. Esta configuración no debe utilizarse pues, para la búsqueda de conductores de buzamiento débil. Como entre éstos figura el recubrimiento, se tiene la ventaja adicional de que las perturbaciones debidas a éste quedan muy disminuidas en el caso de que se investiguen conductores de inclinación grande. Otra propiedad favorable de esta configuración es que las lecturas son independientes de las diferencias de nivel entre las dos bobinas, lo que no ocurre en otras configuraciones, con la consiguiente complicación para el trabajo de campo y su interpretación.

En la configuración *B,* la bobina transmisora es vertical, como en la *A,* pero en vez de estar situada en el mismo plano vertical que el receptor, está colocada perpendicularmente a la dirección en que se encuentra éste. La posición normal de la bobina exploradora es horizontal. La configura-

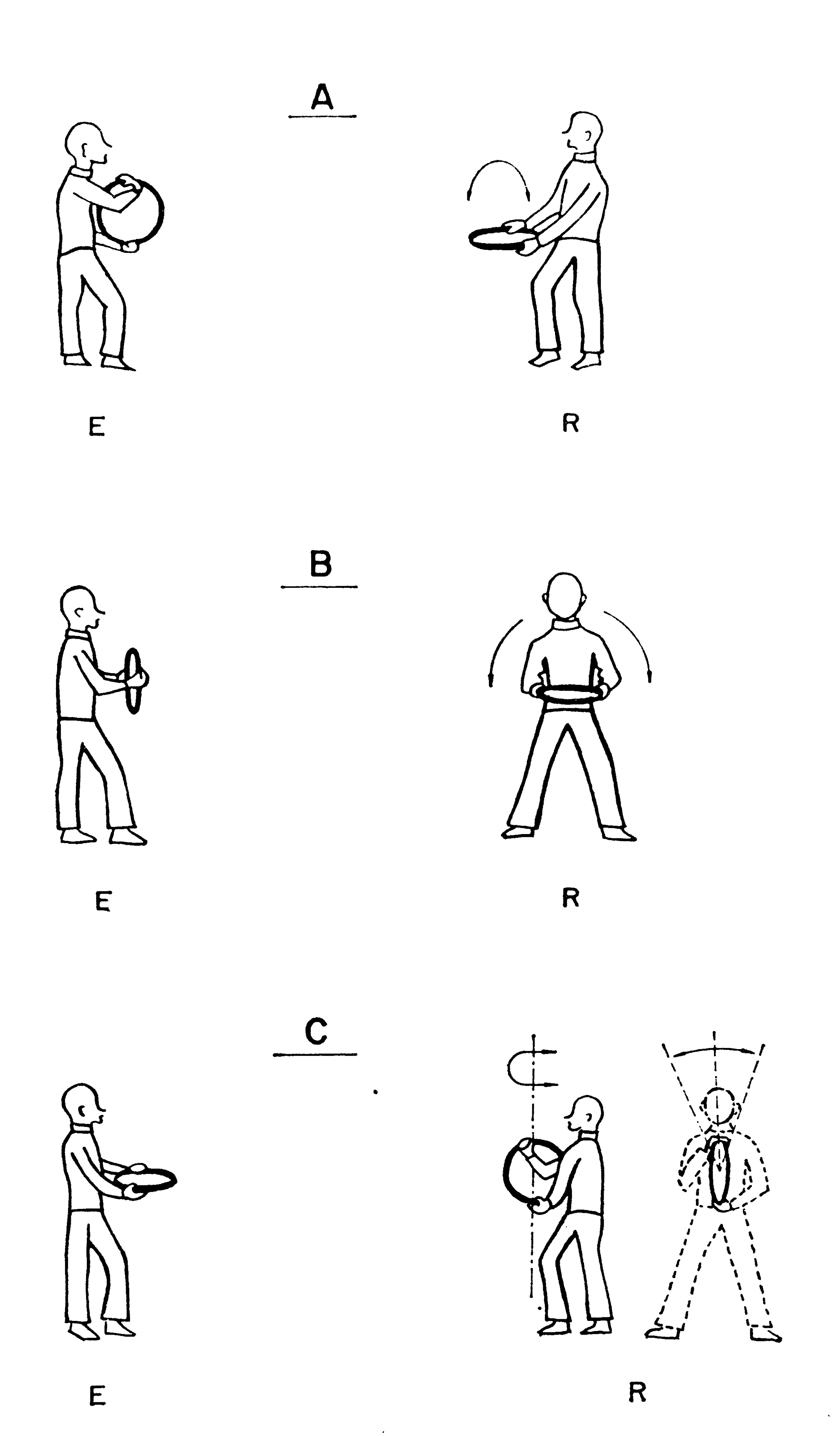


Fig. VIII-3. Posiciones mutuas de las bobinas en el método de inclinación de campo.

ción *B* presenta, sobre la *A*, la ventaja de que el campo primario captado por el receptor es doble que en ella (apartado I.22), de modo que pueden hacerse lecturas con separaciones mayores entre emisor y receptor. Además, se consigue mejor acoplo con los conductores subhorizontales. Estas ventajas están contrarrestadas por su sensibilidad a los campos inducidos por el recubrimiento, y por el hecho de que la posición de mínimo depende de la diferencia de alturas entre emisor y receptor.

En la configuración *C*, la bobina emisora se coloca en posición horizontal, y la posición de mínimo en la bobina exploradora se determina en dos etapas sucesivas. Primeramente se establece el azimut, girando la bobina receptora alrededor de la vertical, hasta hallar la posición de mínimo; entonces se gira la bobina 90° alrededor del mismo eje, partiendo de dicha posición. Se busca ahora un nuevo mínimo, rotando la bobina alrededor de un eje horizontal. Es decir, que se procede del modo descrito en el apartado VII.3. Se toma nota en cada estación de los dos ángulos de azimut e inclinación. Esta configuración, como la *B*, es sensible a los efectos del recubrimiento y de desnivel, y de operación más complicada, pero puede ser aplicada por un solo operador, manteniendo fija en el suelo la bobina emisora.

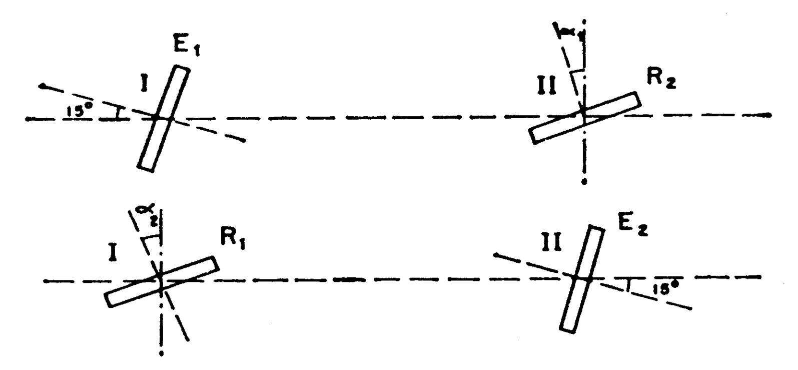


Fig. VIII-4. Modalidad "de rebote" en el método de inclinación de campo. El emisor E_1 actúa también como receptor R_1; análogamente el receptor R_2 es el mismo instrumento E_2.

Cuando se trabaja según el sistema *a* (emisor fijo) puede emplearse la configuración *C*, con un operador, o la *A*, con dos. Para el avance conjunto "en fila" (b_1), suele emplearse la configuración *A* o la *B*, mientras que, para el avance "de frente", suele preferirse la *A*.

Un método de trabajo diferente de los expuestos es el denominado "de rebote" ("Shot-back"). Como se dijo más arriba, este procedimiento exige que en ambas bobinas puedan funcionar indistintamente como emisoras o como receptoras. El modo de operar es el siguiente; una de las bobinas, que designaremos por *I*, trabajando como emisora, se coloca sobre el perfil, inclinándola 15° en dirección de la bobina II, situada sobre el mismo perfil a unos 50 a 60 m de distancia. Se determina entonces la posición de mínimo de la bobina II haciéndola girar alrededor de un

eje horizontal perpendicular al perfil, anotándose la inclinación α_1 correspondiente (fig. VIII-4). En la segunda lectura, ambas bobinas se encuentran en los mismos puntos que en la primera, pero la bobina II actúa como emisora, inclinada 15° respecto del perfil hacia el lado opuesto a la situación de la bobina I. Se busca entonces la posición de mínimo de ésta y se anota su inclinación α_2. Se toma como anomalía la diferencia $\alpha_1 - \alpha_2$ la cual diferirá poco de cero en ausencia de cuerpos conductores. Este método se debe a J. D. CRONE (1966). El valor indicado de 15° se ha elegido por ser el que, en general, produce mejor acoplo con los cuerpos buscados, pero, en principio, puede tomarse cualquier valor. El hecho de que la diferencia $\alpha_1 - \alpha_2$ ha de ser cero en ausencia de cuerpos conductores, se deduce de sencillas consideraciones de simetría. En el equipo utilizado por Crone se utilizaban dos frecuencias, 480 y 1800 Hz.

VIII.1.4 Planteamiento y ejecución del trabajo de campo

El trabajo de campo se efectúa cubriendo la zona por investigar con una serie de perfiles paralelos, cuya separación mutua depende del grado de detalle de la investigación y del tamaño de los objetivos, pero que oscila entre 25 y 200 m.

La regla general en las prospecciones geofísicas de que el rumbo de los perfiles debe ser perpendicular al de los objetos buscados, no se aplica para algunas modalidades del método descrito, en las cuales el proceder de este modo puede implicar que las anomalías observadas sean nulas. Hay que tener en cuenta que, a diferencia de otros métodos, la magnitud observada en el de inclinación de campo tiene carácter vectorial, y depende de las posiciones mutuas del emisor, el receptor y el objetivo. Como generalmente no se miden las tres componentes espaciales de la magnitud estudiada, sino tan sólo la dirección de su proyección sobre un plano determinado (generalmente vertical) cabe que la anomalía no se refleje en éste.

Los estudios teóricos, y los ensayos sobre modelos indican que cuando el emisor y el receptor se mueven conjuntamente avanzando "en fila" (b_1) con la configuración *A*, los perfiles deben formar un ángulo de unos 35° con el rumbo de los cuerpos buscados. Los valores límites son 15 y 60°. Análogamente, cuando se trabaja con emisor fijo vertical y receptor móvil, el ángulo entre los rumbos del perfil y del cuerpo esperado deben formar un ángulo de 45°. La regla de perpendicularidad se aplica, sin embargo, para el avance en fila cuando se emplea la configuración *B*, y también para el avance "de frente" (b_2). Todo ello para cuerpos alargados.

En los métodos de movimiento conjunto de ambas bobinas, la distancia entre éstas suele ser un valor fijo comprendido entre 50 y 120 m. La distancia entre estaciones sucesivas o paso suele ser de 25 m.

En la elección de métodos han de tenerse en cuenta, además de las características de los cuerpos buscados, las condiciones de desplazamiento sobre el terreno, que dependen de la topografía y de la vegetación, entre otros factores.

Por ejemplo, en zonas de vegetación abundante, el avance "de frente" presenta dificultades mayores que el avance "en fila", el cual puede aplicarse a lo largo de caminos y cortafuegos. En casos de topografía ondulada, deben preferirse configuraciones como la *A* que sean insensibles a la diferencia de nivel entre las bobinas. De no ser así, la altura de cada estación ha de ser conocida con alguna exactitud, a fin de aplicar la corrección correspondiente.

Aunque lo ideal sería estaquillar previamente los perfiles, no se procede así en muchos casos, sobre todo en trabajos de reconocimiento, en los que frecuentemente las distancias se miden por pasos. Cuando ambas bobinas son móviles, el operador que lleva la bobina exploradora suele preceder al portador del emisor, y sitúa las estaciones por medio de la brújula, y las distancias por pasos. En las modalidades en que la bobina emisora debe orientarse hacia la receptora pueden surgir dificultades si hay entre ambas vegetación u otros obstáculos que impiden la visibilidad. Si la vegetación no es alta, puede llevarse con la bobina exploradora una banderola que sobresalga de ella. Otro procedimiento consiste en determinar, sobre un mapa detallado, la orientación que debe darse a la bobina emisora para cada estación de la receptora, lo que puede hacerse directamente con una plancheta. Esta técnica requiere que el operador del emisor sepa en cada momento en qué estación se encuentra su compañero, lo que en ciertas ocasiones se ha resuelto preparando un horario, en el que queda determinado en qué momento se observará cada estación. Tal modo de proceder no está exento de inconvenientes, pues limita la productividad del trabajo, si los operadores se desplazan con más rapidez de la esperada, mientras que no prevé los retrasos. Parece mucho más efectiva la comunicación por radio-teléfono entre ambos operadores.

Las zonas donde se han encontrado anomalías son objeto de ulteriores investigaciones de detalle, las cuales suelen efectuarse por el método de emisor fijo o por el de avance "de frente".

En las hojas de campo se van anotando los ángulos leídos en las correspondientes estaciones, junto con datos de situación, relieve, geológicos, etc., que puedan ser útiles para la interpretación. Como en los demás métodos prospectivos, el operador debe tener en cuenta que muchas circunstancias que parecen obvias en el campo, no lo son en el gabinete. En particular las inclinaciones y azimutes deben referirse a los puntos cardinales, y nunca han de emplearse expresiones ambiguas, como "a la derecha" o "hacia atrás".

VIII.1.5 Representación y exactitud de los datos

Los ángulos de inclinación leídos se representan en forma de curva en función de la distancia sobre el perfil, guardando una regla fija de signos según que la posición de mínimo se encuentre a un lado o a otro de la de referencia. Como es obvio, en los equipos provistos de dos frecuencias se obtienen dos curvas.

La precisión de los datos observados es limitada. Influyen en ello la polarización elíptica, y los errores de orientación en las bobinas. En general, las anomalías inferiores a 3° deben considerarse como no significativas y atribuibles a errores accidentales. Como en otros métodos de lectura de mínimos, si estos no son puntuales, deben anotarse los ángulos correspondientes a los extremos. Cuando la bobina receptora está demasiado alejada del emisor, el sonido es débil, y la zona de mínimo demasiado ancha, con la consiguiente pérdida de precisión.

Cuando la configuración empleada es sensible a las diferencias de nivel entre ambas bobinas, las anomalías deben medirse tomando como cero la inclinación que corresponde teóricamente a dicho desnivel. Si la bobina emisora está colocada verticalmente, y bien orientada de modo que su eje se encuentre en el plano vertical que pasa por los centros de ambas bobinas, la inclinación teórica α que debiera observarse en ausencia de cuerpos conductores vale

$$\alpha = \mathrm{tg}^{-1} \frac{3\,\mathrm{tg}\,\theta}{2 - \mathrm{tg}^2\,\theta} \qquad \text{(VIII.1)}$$

donde α se mide tomando como origen la vertical, y θ es la pendiente de la línea que une los dos centros. Con los mismos símbolos, si la bobina emisora es horizontal, se tiene

$$\alpha = \mathrm{tg}^{-1} \frac{2\,\mathrm{tg}^2\,\theta - 1}{3\,\mathrm{tg}\,\theta} \qquad \text{(VIII.2)}$$

tomando ahora como origen de inclinación la horizontal. Ambas fórmulas se deducen fácilmente considerando la bobina emisora como un dipolo.

VIII.1.6 Interpretación

Como es usual en prospección, el proceso interpretativo se basa en el conocimiento de las soluciones de una serie de problemas directos, que pueden ser resueltos, bien por medio de cálculos, bien por mediciones sobre modelos reducidos.

Consideremos, siguiendo en líneas generales a Keller y Frischknecht (1956), un caso teórico simplificado. Sumergido en un terreno

aislante, existe un cuerpo conductor delgado y muy largo cuya cima se encuentra a la profundidad z_1 (fig. VIII-5). La presencia de un campo inductor horizontal y uniforme hace que el cuerpo esté recorrido por corrientes inducidas, las cuales pueden representarse por una "concentración de corriente", rectilínea y horizontal, perpendicular al plano del perfil (véase el apartado VII-9.2). Si el cuerpo es suficientemente largo, puede considerarse dicha corriente como de longitud indefinida. Si es I su intensidad, el campo secundario observado en el punto P de la superficie del terreno, de abscisa x, valdrá

$$B^s = \frac{\mu_0}{2\pi r^2}(I \times \mathbf{r}) \qquad \text{(VIII.3)}$$

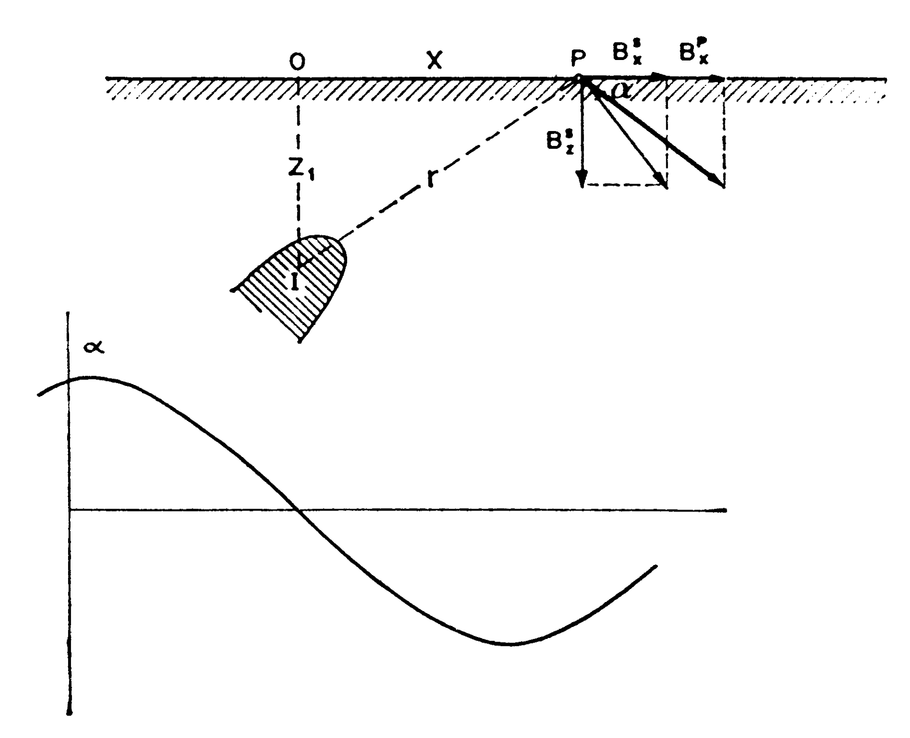


Fig. VIII-5. Cálculo del ángulo de inclinación para una concentración rectilínea de corriente. En la parte inferior, curva de inclinación de campo, a la misma escala horizontal.

donde $\mathbf{r}$ es el vector de posición de P respecto del eje de la corriente. Las componentes de B^s serán, de acuerdo con las (I.109)

$$B_x^s = \frac{\mu_0 I z_1}{2\pi (x^2 + z_1^2)}$$

$$B_y^s = 0 \qquad \text{(VIII.4)}$$

$$B_z^s = \frac{\mu_0 I x}{2\pi (x^2 + z_1^2)}$$

Ahora bien, la corriente I está producida por el campo primario B^p y será proporcional a éste:

$$I = K_1 B^p_x \qquad \text{(VIII.5)}$$

cuyo factor de proporcionalidad K_1 puede descomponerse, por razones de comodidad, en la forma

$$K_1 = \frac{2\pi z_1}{\mu_0} K$$

o sea

$$I = \frac{2\pi z_1}{\mu_0} K B^p_x \qquad \text{(VIII.6)}$$

que llevada a las (VIII.4) da

$$\begin{aligned} B^s_x &= K B^p_x \frac{z_1^2}{x^2 + z_1^2} \\ B^s_y &= 0 \\ B^s_z &= K B^p_x \frac{z_1 x}{x^2 + z_1^2} \end{aligned} \qquad \text{(VIII.7)}$$

que expresan las componentes del campo secundario en la superficie del terreno, que sumadas con el campo primario, dan las del campo total:

$$\begin{aligned} B_x &= B^p_x \left(1 + \frac{K z_1^2}{x^2 + z_1^2}\right) \\ B_y &= 0 \\ B_z &= B^p_x \frac{K z_1 x}{x^2 + z_1^2} \end{aligned} \qquad \text{(VIII.8)}$$

Según esto, el ángulo de inclinación α valdrá

$$\alpha = \mathrm{tg}^{-1} \frac{B_z}{B_x} = \mathrm{tg}^{-1} \frac{K x z_1}{x^2 + z_1^2 (1 + K)} \qquad \text{(VIII.9)}$$

La variación del ángulo α a lo largo del perfil sigue la marcha indicada en la figura VIII-5. En la curva aparecen tres puntos característicos:

a) Un cero, que se encuentra precisamente en la vertical de la concentración de corriente ($x = 0$). Este punto, en el que el ángulo de inclinación cambia de signo, se denomina "cruce" ("crossover") (*).

(*) No debe confundirse este cruce con el eje de abscisas, con los cruces entre curvas que se observan en las calicatas de corriente continua (PGI, apartado VII.7).

b) Un máximo y un mínimo. Como

$$\frac{\partial}{\partial x} \operatorname{tg} \alpha = \frac{[z_1^2 (1 + K) - x^2] K z_1}{[x^2 + z_1^2 (1 + K)]^2 + K^2 x^2 z_1^2} \quad . \qquad \text{(VIII.10)}$$

las abscisas de estos dos extremos serán las raíces de la ecuación

$$z_1^2 (1 + K) - x^2 = 0$$

o sea

$$x_m = \pm z_1 (1 + K)^{1/2} \qquad \text{(VIII.11)}$$

es decir, que las abscisas del máximo y del mínimo son simétricas respecto del cruce, por lo que pueden emplearse también para determinar la posición en planta de la concentración de corriente.

Si se conociese K podría determinarse fácilmente z_1 a partir de la abscisa del máximo o la del mínimo, haciendo uso de la (VIII.11). El valor de K puede deducirse del valor máximo o mínimo de la inclinación α, ya que sustituyendo en la (VIII.9) el valor de X por el X_m dado por la (VIII.11) resulta

$$(\operatorname{tg} \alpha)_{max} = \frac{K}{2 (1 + K)^{1/2}} \qquad \text{(VIII.12)}$$

de donde puede despejarse K. A causa de las hipótesis simplificatorias efectuadas, los resultados obtenidos en la práctica no serán muy exactos. En todo caso, cuando el coeficiente K es pequeño, la profundidad es aproximadamente igual a la semidistancia entre el máximo y el mínimo. Esta regla da profundidades demasiado grandes cuando K no es despreciable.

El cálculo anterior supone un campo inductor uniforme, por lo que es aplicable a mediciones con emisor fijo. Tanto para éstas como para las modalidades de emisor móvil, se han determinado curvas de inclinación de campo por diversos autores y se ha estudiado la influencia que sobre ellas ejercen diversas variables, tales como el buzamiento del cuerpo, casi siempre laminar, el factor de inducción de éste, su profundidad, el rumbo del perfil, etc. Ejemplos de estas curvas pueden encontrarse en GRANT y WEST (1965) y WARD (1967 b). Las principales regularidades a que obedecen son las siguientes:

a) Para todas las modalidades de aplicación, la curva de inclinación de campo presenta casi siempre forma semejante a la representación en la figura VII-5, con un cruce que se encuentra aproximadamente sobre la cima del cuerpo conductor. Si este presenta buzamiento suave, el cruce se desplaza moderadamente en la dirección del buzamiento.

b) Frecuentemente, las curvas son asimétricas (fig. VIII-6). Esto puede deberse, tanto a que el cuerpo conductor no sea vertical, como a la oblicuidad del perfil respecto del rumbo de la mayor extensión del cuer-

po. Por lo tanto, la interpretación debe comenzar por la determinación de dicho rumbo, que se efectúa uniendo en el plano los puntos de cruces de diferentes perfiles. De este modo queda fijado el ángulo con que los perfiles se aproximan al cuerpo y pueden aplicarse las curvas teóricas correspondientes a dicho ángulo.

c) La amplitud de la anomalía, esto es, la diferencia entre el máximo y el mínimo de la inclinación, depende, para cuerpos conductores delgados, del factor de inducción, de la profundidad de la cima del cuerpo y de su corrida y extensión en profundidad no siendo fácil, en general, separar unos efectos de otros. Por otra parte, cambios substanciales en dichos parámetros (excepto la profundidad) no modifican la amplitud de la anomalía sino moderadamente.

d) El valor absoluto de cada extremo de una anomalía no suele exceder de 10° ó 20°. Sólo en casos de cuerpos inclinados aflorantes, o láminas conductoras horizontales y muy próximas a la superficie, pueden conseguirse máximos (o mínimos) próximos a 45°.

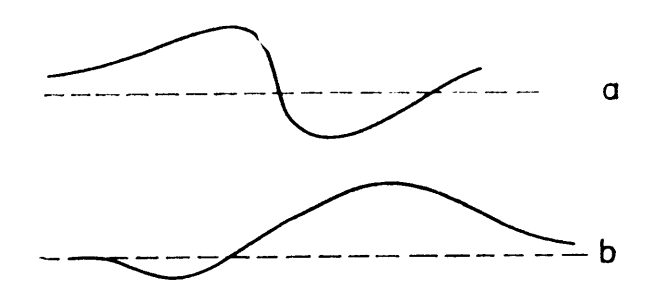


Fig. VIII-6. Curvas asimétricas de inclinación de campo. a) Curva obtenida sobre una capa conductora que buza 30° a la derecha, por medio del dispositivo *a*, de la figura VIII-2. b) Curva obtenida por el sistema *b*, de dicha figura, sobre un perfil oblicuo al rumbo del cuerpo conductor. En esta figura y en las dos siguientes la bobina emisora se supone vertical (eje horizontal). La traza de la capa se halla bajo el cruce.

e) En los métodos de emisor fijo, y debido al efecto superficial (apartado I.13) sólo se detecta, si el cuerpo es ancho, su borde más próximo al emisor, por lo que es necesario repetir la medición con el emisor al otro lado del cuerpo, con objeto de determinar el borde opuesto. En cambio, cuando el emisor y el receptor son móviles y avanzan "de frente", el aumento de la anchura del cuerpo produce un distanciamiento entre el máximo y el mínimo, acompañada por dos inflexiones a los lados del cruce. Para anchuras aún mayores, las inflexiones se convierten en sendos cruces separados por uno inverso (fig. VIII-7). Debe tenerse en cuenta que *la anchura que cuenta es la relativa,* esto es, la real del cuerpo dividida por la distancia entre bobinas.

f) En los métodos de emisor fijo, la amplitud y forma de la anomalía dependen en gran medida de la posición del emisor respecto del cuerpo conductor. Si éste es horizontal, poco profundo y el emisor se halla

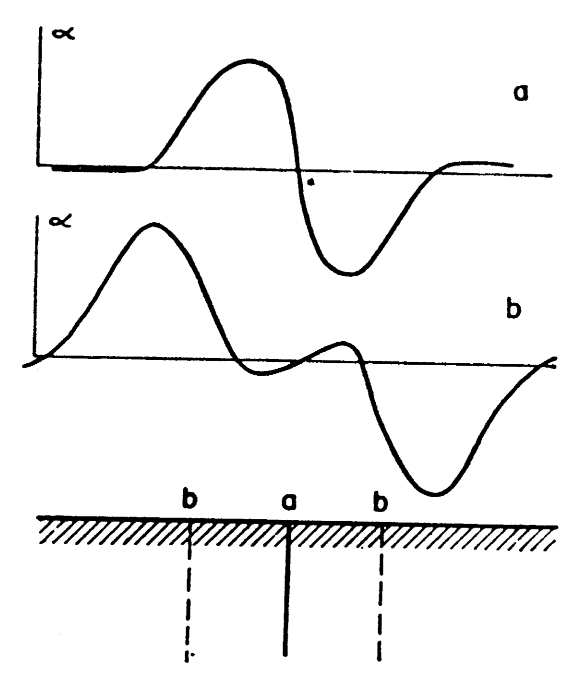


Fig. VIII-7. Curvas de inclinación de campo obtenidas con avance "de frente": *a*, sobre capa conductora vertical delgada; *b*, sobre capa vertical gruesa (de bordes *b*). Perfil perpendicular al rumbo de la capa.

próximo a su borde, la curva de inclinaciones puede tomar forma anómala, con dos máximos muy fuertes separados por una zona ancha, de inclinaciones pequeñas y negativas (fig. VIII-8). Esta sensibilidad a la posición del emisor puede utilizarse en estudios de detalle, colocando el emisor sobre el cuerpo detectado, con lo que se hace más intensa la anomalía registrada por el receptor al pasar sobre el cuerpo en un perfil transversal.

g) En los mismos métodos, la aplicación de la regla de que la profundidad de la cima del cuerpo conductor es la mitad que la distancia

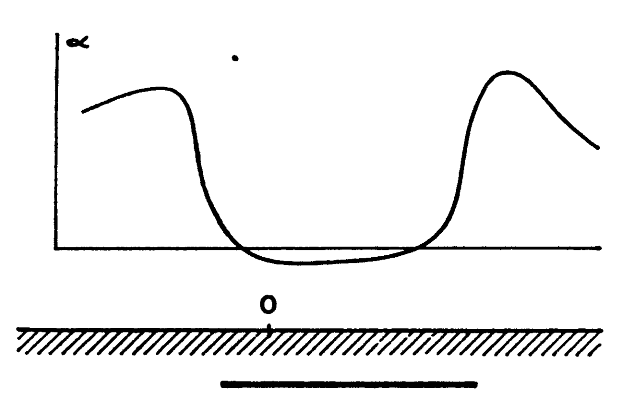


Fig. VIII-8. Curva de inclinación de campo, sobre conductor horizontal. El emisor, fijo, se halla en una línea perpendicular al perfil, que pasa por O. Según la empresa Mc Phar, en Ward.

entre el máximo y el mínimo puede dar resultados hasta tres veces superiores a la realidad. Sobre zonas muy anisótropas y conductoras (pizarras grafitosas, ciertas rocas metamórficas) se registran ángulos de inclinación constante, siempre que la línea emisor-receptor no sea paralela al rumbo de la esquistosidad. Si se truecan entre sí las posiciones de emisor y receptor, la inclinación cambia de signo, lo que puede utilizarse para comprobar la presencia de anisotropía (KELLER y FRISCHKNECHT, 1966).

h) En el caso de que existan varios conductores próximos entre sí, en comparación con la distancia emisor-receptor, pueden dar anomalía única, sin que puedan distinguirse individualmente. En general, sólo son separables aquellos conductores cuya distancia sea grande respecto de su profundidad. Las mediciones con avance "de frente", tienen a este respecto mayor poder resolutivo que las efectuadas con emisor fijo.

En resumen, el método de inclinación de campo puede emplearse eficazmente para la localización de cuerpos conductores poco profundos (algunas decenas de metros) pero los resultados que suministra sobre profundidad, factor de inclinación, buzamiento, etc., deben considerarse sólo como orientativos o semicuantitativos. Si se emplean dos frecuencias, la relación entre las amplitudes de las anomalías en baja y alta frecuencia puede utilizarse para clasificar los cuerpos detectados por su factor de inducción, ya que el cociente *Baja/Alta* será tanto mayor y más próximo a la unidad cuanto más grande sea el factor de inducción del cuerpo, o sea cuanto más próximo se halle éste, en las condiciones de medición, al límite inductivo.

El efecto de la conductividad del recubrimiento y de la roca de caja ha sido estudiado poco hasta ahora. Parece que el efecto es, en general, de disminuir la amplitud de las anomalías, pero no debe desecharse la posibilidad de fenómenos de "apantallamiento negativo".

VIII.1.7 Emisor de cable largo

Muy recientemente, ANDERSON y SUTHERLAND (1971) han dado a conocer una nueva modalidad del método de inclinación de campo, a la que denominan DPM-1. El circuito emisor es un cable recto de gran longitud (de 1,5 a 7,5 km) con sus extremos opuestos a tierra. El generador es, en proporción, de escasa potencia, pues consiste en un oscilador de 20 vatios y 500 Hz alimentado por una batería de automóvil. Las mediciones de inclinación se efectúan por medio de un par de bobinas ortogonales, por el mismo procedimiento empleado en el método Afmag (apartado IX.4.3) con lo que, según los referidos autores, aumenta considerablemente la precisión. Las observaciones se hacen a lo largo de perfiles perpendiculares al cable.

Se han llegado a hacer mediciones confiables, en los ensayos realizados

en Canadá, hasta distancias al cable de 3,6 km. Por causa de la conductividad del terreno, el vector **B** va inclinándose gradualmente a medida que el punto de observación va alejándose del cable. La presencia de cuerpos conductores en el subsuelo se manifiesta por un brusco aumento en la pendiente de la curva de inclinaciones (fig. VIII-9). Para que resalten más las anomalías, los inventores del método representan también dos magnitudes δ y $\bar{\delta}$, definidas por

$$\delta_{i+3/2} = \alpha_{i+1} - \alpha_{i+2}$$

$$\bar{\delta}_{i+3/2} = \frac{1}{2}(\alpha_i + \alpha_{i+1} - \alpha_{i+2} - \alpha_{i+3}) \qquad \text{(VIII.13)}$$

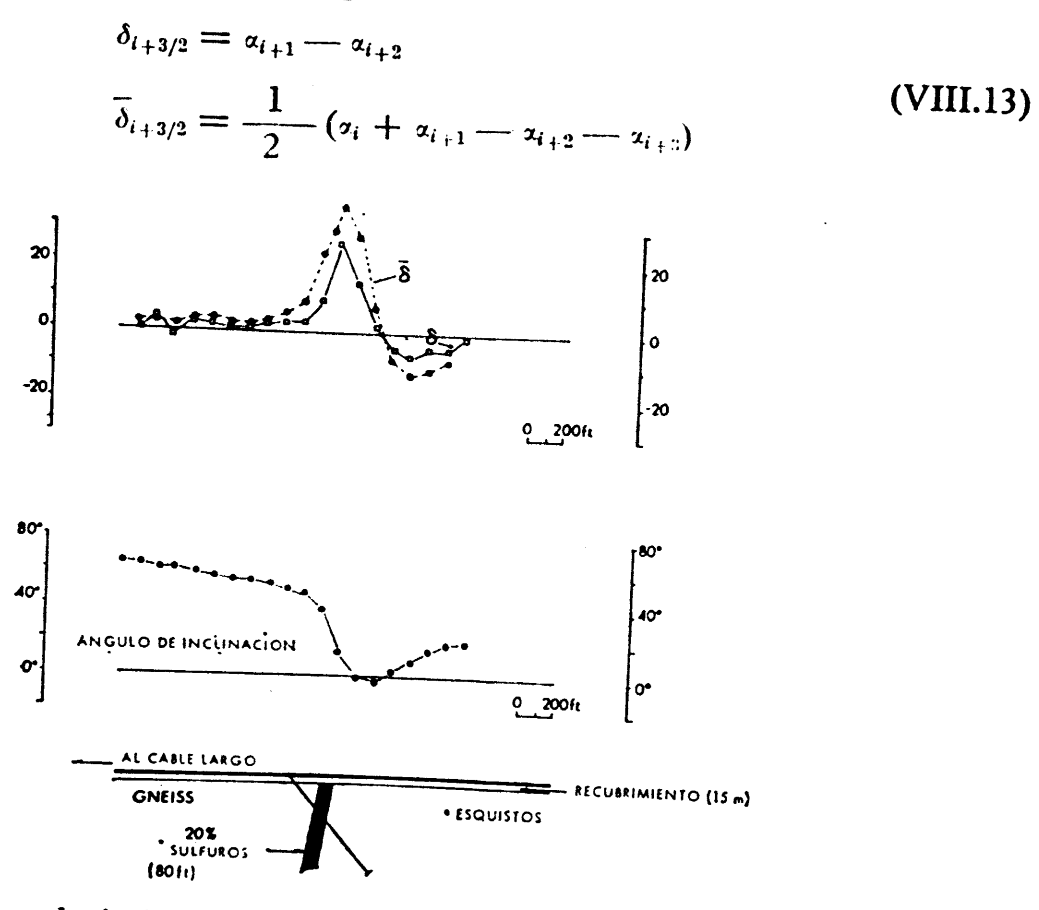


Fig. VIII-9. Curvas de inclinación de campo en el método del cable largo, sobre un filón continuo de sulfuros que armą en esquistos anfibólicos y neis, según Anderson y Sutherland. (Cortesía de la SEG.)

donde α_j representa la inclinación de campo observada en la estación de índice j. Este "filtrado" de las observaciones hace que los cuerpos conductores se revelen por máximos en las magnitudes δ y $\bar{\delta}$. Estas, además de curvas que representan su variación a lo largo de cada perfil, puede llevarse a un mapa, en forma de isolíneas.

El método descrito ha sido capaz de detectar metalizaciones conductoras situadas a 45 m de profundidad. Cabe preguntarse, no obstante, si una vez instalado el cable primario, no sería preferible utilizarlo para el método Turam, más sensible y de mayor penetración, según se indica a continuación.

VIII.2 EL METODO TURAM

VIII.2.1 Generalidades

El método Turam es una modalidad de calicata electromagnética caracterizada porque las mediciones consisten en comparar, en amplitud y fase, los campos magnéticos existentes en pares de puntos próximos situados sobre el perfil de medición. El circuito emisor es un cable largo o un bucle grande horizontal.

Este método se debe al sueco Helmer Hedström que, según parece, inició sus ensayos en 1932, con la compañía ABEM. El primer artículo sobre el tema se publicó cinco años más tarde (HEDSTRÖM, 1937). La palabra *Turam* significa "dos bobinas" (o dos cuadros), y en ella la partícula "tu" corresponde a "dos" en sueco antiguo.

El receptor del Turam consta de dos bobinas idénticas orientadas paralelamente, en general de modo que reciban la componente vertical, y separadas entre sí por una distancia del orden de 20 m. El campo alterno captado por una de ellas se compara con el recibido por otra por medio de un puente especial, que determina la relación

$$R_i = \frac{|B_i|}{|B_{i+1}|} \qquad \text{(VIII.14)}$$

entre las amplitudes de dichos campos, así como la diferencia

$$\Delta \varphi_i = \varphi_{i+1} - \varphi_i \qquad \text{(VIII.15)}$$

que existe entre sus fases respectivas.

Las mediciones se van realizando a lo largo de perfiles paralelos entre sí y perpendiculares al cable o cuadro inductor. Los datos obtenidos permiten establecer la distorsión del campo observado respecto del que existiría sobre un subsuelo homogéneo y aislante. Las distorsiones o anomalías atribuibles a la presencia en el subsuelo de cuerpos conductores se denominan también *indicaciones*, y pueden manifestarse tanto en los valores de relación como en los de fase.

VIII.2.2 Elección del circuito emisor

En el Turam, como se ha dicho, el campo inductor o primario puede crearse de modo puramente inductivo —por medio de un cable tendido en el suelo formando un rectángulo, y cuyo circuito se cierra a través del generador, quedando por lo tanto aislado del terreno— o bien de modo galvánico-inductivo. En este segundo caso, el generador va conectado a un cable rectilíneo, con sus extremos puestos a tierra, con lo cual el circuito se cierra a través del terreno.

Cuando el primario es del último tipo, a las corrientes inducidas por él en los cuerpos conductores se suman las que atraviesan el terreno procedentes de los tomatierras, que circulan preferentemente a través de aquéllos en razón de su mayor conductividad. De este modo, las anomalías se hacen más intensas, pero también más complicadas, pues el cuerpo conductor está recorrido tanto por corrientes inducidas más o menos desfasadas respecto de las primarias, como por corrientes de este último tipo, en las cuales, como es obvio, no hay desfase.

En tales circunstancias no pueden aplicarse las consideraciones y reglas interpretativas basadas en la suposición de que todas las corrientes que recorren el cuerpo conductor son inducidas. Por ejemplo, la componente real resultará reforzada en general por la parte galvánica de la corriente, lo que puede hacer aparecer al cuerpo como mejor conductor de lo que es en realidad. Incluso puede ocurrir que la corriente galvánica que atraviesa el cuerpo vaya adelantada de fase respecto de la tensión en el cable, si la inductancia de éste es mayor que la del cuerpo. En formaciones monoclinales subverticales, la corriente puede concentrarse en algún estrato más conductor que los demás, lo que en general no es conveniente, a menos que dicho estrato esté relacionado con los objetivos de la investigación. Este efecto puede evitarse tendiendo el cable con rumbo perpendicular al de la estratificación, y procurando que los tomatierras no estén próximos al estrato conductor.

Otras veces, para estudiar una metalización aflorante en algún punto, se establece en ella una de las tomas de tierra, lo que viene a ser una versión electromagnética del método del cuerpo cargado (véase PGI, capítulo VIII). De este modo, la respuesta de la parte oculta de la metalización conductora suele quedar notablemente reforzada (salvo si la corriente encuentra mejor camino por la superficie del terreno, lo que ocurre a veces) aunque con las dificultades para la interpretación cuantitativa indicadas anteriormente.

La aplicación puramente inductiva, esto es, por medio de un primario aislado del terreno en forma de bucle rectangular está libre de los inconvenientes (y ventajas) indicadas más arriba, ya que con ella se tiene la seguridad de que todas las corrientes que atraviesan el terreno son inducidas.

Antes de efectuar una prospección por Turam hay que decidir si se utilizará la aplicación galvánica, o la inductiva. En el primer caso, las operaciones de tendido del primario son más rápidas y sencillas, y lo mismo ocurre con el cálculo de los valores normales. La sensibilidad es mayor, como se ha dicho, especialmente cuando los cuerpos que se buscan no son muy conductores, o dan anomalías inductivas poco intensas a causa de su forma o posición. PARASNIS (1966) señala el caso de una metalización en la zona de Akulla (Norte de Suecia) cuya anomalía de

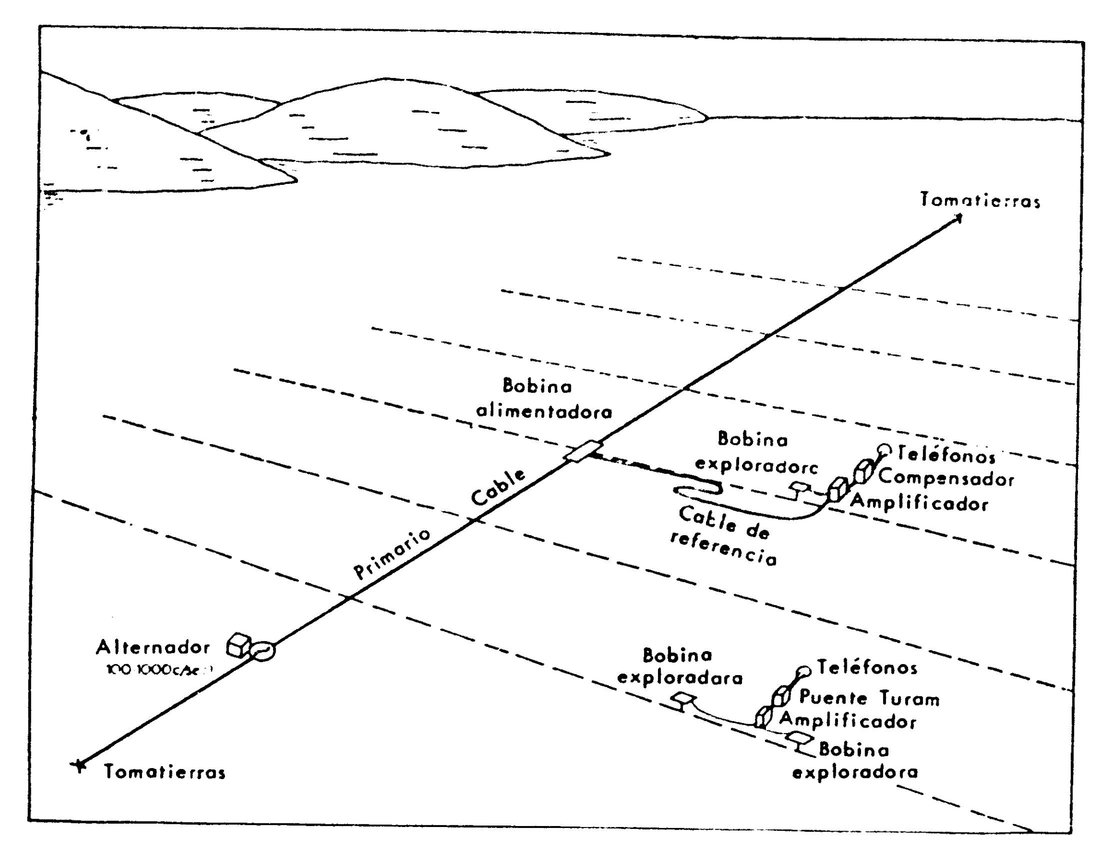


Fig. VIII-10. Dispositivo de medición en los métodos Turam y compensador Sundberg, con emisor en forma de cable largo. Según PARASNIS.

relación, prácticamente indistinguible en el caso de excitación inductiva, se hizo claramente visible (cinco veces mayor) al pasar a excitación galvánica. En algunos casos, sin embargo, el aumento de sensibilidad se traduce en un incremento del número e intensidad de las anomalías "espú-

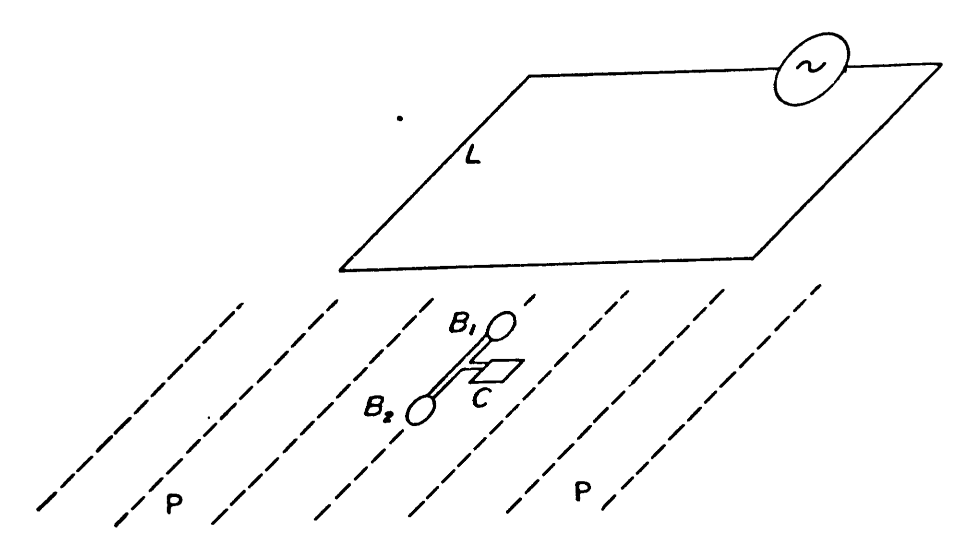


Fig. VIII-11. Esquema del dispositivo de medida en el Turam, con emisor de cuadro.

reas" producidas por heterogeneidades sin interés. Según Bosschart (1967) los primarios muy largos tienden a reforzar las anomalías de los cuerpos de mayor tamaño, efecto que se incrementa notablemente, como es lógico, en la aplicación galvánica, llegando a predominar el efecto del tamaño sobre el de la conductividad. Las ventajas de la aplicación inductiva se han indicado ya, así como sus inconvenientes relativos. En zonas de malos contactos, esta aplicación evita los problemas inherentes al establecimiento de buenas tomas de tierra.

Las consideraciones anteriores pueden servir de orientación para decidir el empleo de una u otra clase de circuito primario. En general, resulta conveniente el cable recto para los trabajos de reconocimiento, y el cuadro para el estudio de detalle e interpretación cuantitativa de las anomalías encontradas.

Las longitudes más usadas para el cable recto oscilan entre 2 y 4 km. En este último caso, si los perfiles arrancan de los dos km centrales del cable, y su longitud es de 1 km, se obtiene una zona de 2 km² de campo primario relativamente uniforme, poco diferente del creado por un cable de longitud infinita. En las mediciones debe evitarse la proximidad de los tomatierras, no sólo por la rápida variación del campo en esta zona, sino por la componente horizontal del campo producido por la corriente que sale de los tomatierras y penetra en el terreno (véase el apartado IV.12.3 de PGI). La orientación del cable debe ser la misma que la atribuida a la mayor longitud de los cuerpos que se buscan. De este modo, el acoplo es máximo y los perfiles resultan perpendiculares a los objetivos.

Los cuadros rectangulares más usados constan de una sola espira, de dimensiones del orden de 400 × 1200 m, aunque a veces se emplean bucles más pequeños (hasta 200 × 200 m) o más grandes (hasta 3000 × × 5000 m). El lado mayor del rectángulo debe tener la orientación indicada más arriba para el cable recto. Las mediciones pueden hacerse tanto en el exterior como en el interior del bucle. Por razones geométricas de acoplo, lo primero es preferible para la detección de cuerpos con buzamiento fuerte, y lo segundo para cuerpos subhorizontales.

En ciertos casos, para estudios de detalle, o para comprobar el funcionamiento del equipo, puede utilizarse como circuito primario un bucle de varias espiras, y superficie pequeña (25 m de diámetro, si es circular, o de lado, si es cuadrado). El equipo descrito en el apartado siguiente, lleva una toma especial en la caja de control, donde pueden enchufarse los extremos de un cable de 12 conductores, con lo que se consigue un bucle de este número de espiras con una sola vuelta de cable.

De la acertada elección del circuito primario y de su orientación puede depender el éxito o fracaso de una investigación por Turam.

VIII.2.3 Instrumental

El instrumental necesario para la aplicación del método Turam consta por una parte del generador y del cable para el emisor, y, por otra, de las bobinas receptoras y del puente de medición, el cual incluye también un amplificador sintonizado y dos instrumentos de cero (micro-amperímetro y teléfonos).

Desde su invención, el instrumental Turam ha evolucionado, tanto como consecuencia de la experiencia adquirida, como del progreso de la electrónica. Son varias las casas que construyen equipos Turam para su venta. Describiremos el de la casa ABEM de Estocolmo, a quien se debe el método, y es de los más difundido (fig. VIII-12 y 13 en lámina aparte).

a) *Generador.*

Es muy simple y robusto, y carece de contactos móviles, tales como escobillas o anillos rozantes. El rotor e inductor consta de dos series de imanes permanentes, mientras que el inducido (estator) está formado por dos arrollamientos monofásicos de salida directa a la caja de control; se obtienen así dos frecuencias (220 y 660 Hz). La caja de control permite comprobar si la frecuencia se mantiene dentro de los límites tolerados, y adecuar la salida del generador a la carga, de modo que la intensidad sea máxima. Esta caja va provista además de un dispositivo disyuntor, tradicional en los equipos de este fabricante, que corta la corriente siempre que ésta desciende por debajo de 0,25 A, lo que evita accidentes a personas o animales en caso de rotura de la línea.

El grupo motor-generador puede dividirse en dos partes, transportables separadamente mediante sendas espalderas.

b) *Cable.*

Puede utilizarse cualquier clase de cable aislado, generalmente del tipo con forro de plástico, con sección mínima de un mm^2.

c) *Bobinas receptoras.*

En los modelos más antiguos, las bobinas tenían forma de aro, que se colocaba alrededor de la cintura del operador, colgada de sus hombros. En el equipo que describimos se utilizan bobinas con núcleos de ferrita en forma de cilindro alargado, de 50 cm de longitud y 3,9 kg de peso. Cada una lleva dos arrollamientos, uno por frecuencia. Estas bobinas reciben el nombre de "staffs" o sea *báculos,* aunque es más exacto y expresivo, a nivel coloquial, el de *chuzos,* dada la forma en que van colgadas. En el modelo más reciente, que es el representado en las fotografías, una de las bobinas es solidaria, mecánicamente, del puente de medición.

d) *Puente o compensador.*

Su finalidad, según se indicó más arriba, es determinar la relación entres las amplitudes de los campos captados por las dos bobinas y la di-

ferencia de fase entre ellos. La figura VIII-14 representa el esquema de principio. Las bobinas 1 y 2 se conectan respectivamente a la entradas b_1 y b_2. La salida del puente va a la entrada de un amplificador de transistores, conectado a un receptor telefónico que se utiliza como instrumento de cero. Para el caso de existir ruidos exteriores, el aparato lleva un micro-amperímetro, conectado de modo permanente y que también puede utilizarse como instrumento de cero auxiliar cuando se emplean los teléfonos. La medida se hace moviendo los mandos que actúan sobre los potenciómetros *R* y *F* hasta conseguir sonido mínimo en los teléfonos. Conseguido el equilibrio del puente, la relación de amplitudes de los campos y su diferencia de fase pueden leerse directamente en sendas escalas, ya que estos valores son funciones independientes, aunque no lineales, de la posición respectiva de las tomas móviles de los potenciómetros *R* y *F*. Cuando el primero emite dos frecuencias simultáneamente, la separación entre una y otra se efectúa por medio de circuitos sintonizados. Más detalles sobre el esquema pueden verse en PARASNIS (1966). En el modelo representado en las fotografías pueden determinarse relaciones de amplitudes comprendidas entre 0,5 y 2,0 con error inferior al 0,5 % y diferencias de fase de —21° a 21°, con error menor que 0,1°. El compensador, el amplificador y el microamperímetro van montados en la misma caja metálica. Estos circuitos, los cables de conexión, y las bobinas llevan un blindaje electrostático común.

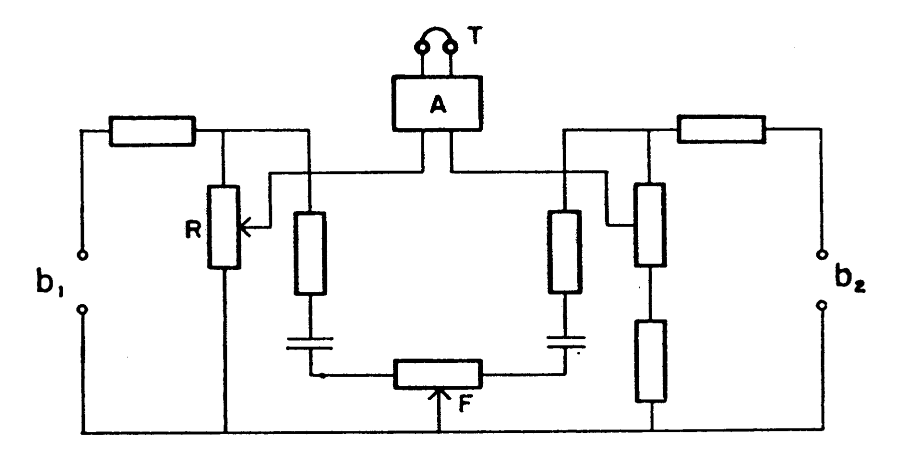


Fig. VIII-14. Esquema teórico del compensador Turam.

VIII.2.4 Trabajo de campo

a) *Instalación del emisor.*

Una vez decididos el tipo, tamaño y emplazamiento del circuito emisor, de acuerdo con lo expuesto más arriba, se procede a efectuar el trabajo topográfico, colocando sobre el terreno estacas que señalen el tendido del cable primario. Estas estacas deben fijar las posiciones de los

tomatierras, en el caso de utilizarse cable largo, o de los vértices del rectángulo, cuando el emisor vaya a ser un cuadro horizontal, además de una serie de puntos intermedios. Después, o simultáneamente, se estaquillan los perfiles clavando estacas numeradas, claramente visibles, en los puntos en que hayan de situarse sucesivamente las bobinas de medición. En trabajos de reconocimiento puede evitarse el estaquillado de los perfiles, empleando como cinta métrica el cable que une las bobinas al compensador.

Conviene que la corriente en el circuito emisor sea lo más intensa posible, a fin de poder explorar mayor superficie con el mismo tendido de cable. Cuando se emplea emisor de bucle, la resistencia del circuito se reduce a la del cable, que es pequeña, por lo que pueden conseguirse sin dificultad intensidades de 2 ó 3 amperios. No ocurre lo mismo con los emisores de cable largo, en los que influyen de modo predominante las resistencias de las tomas de tierra. Para disminuir esta resistencia, cada toma de tierra debe formarse clavando en el terreno muchos electrodos, separados entre sí por distancias al menos de cuatro veces la longitud que están introducidos en el terreno (véase el apartado V.11 de PGI). Como es obvio, todos estos electrodos deben conectarse entre sí y al cable principal. Para disminuir más la resistencia de contacto, debe regarse abundantemente con agua salada el terreno próximo a los electrodos. Esta operación puede evitarse instalando la toma de tierra en paraje húmedo o en una charca. Es muy conveniente colocar avisos de peligro en la proximidad del tomatierras, y cuando éste se instala en una charca, advertir a las personas residentes en las cercanías del peligro que representa para los animales beber en ella. El autor es parcialmente responsable de la muerte de varios cerdos por esta causa.

El tendido de cable debe ajustarse lo más exactamente posible a las dimensiones geométricas para las que se ha calculado el campo normal. Es muy conveniente el estudio previo de la zona, en un buen mapa o fotografía aérea, de modo que el cable emisor se coloque en terreno lo más llano y despejado posible. Los obstáculos pequeños pueden sortearse con ingenio, procurando que la desviación sea mínima.

Terminado el tendido del cable, se conecta éste al generador. Una vez puesto éste en marcha, encontrada la toma del estator que da lugar a mayor intensidad, y alcanzada la velocidad de régimen, pueden comenzarse las mediciones.

Estas incluyen como operación previa la comprobación del cero del instrumento, que se efectúa del modo siguiente. Conectadas las bobinas al puente, se colocan verticalmente a unos 3 m de distancia mutua y a unos 50 ó 100 m del cable primario, en un lugar que se sepa o suponga carente de perturbación o lectura anómala. Se compensa el puente, y si la lectura de relación no fuese 1,00 y la fase 0°, se mueven los tornillos

de ajuste, situados en la parte frontal del instrumento, hasta que en la posición de equilibrio (mínimo sonido en los teléfonos y cero en el instrumento de medida) se lean dichos valores. Se comprueba luego si se obtienen las mismas lecturas después de actuar sobre los mandos de "simetría" que sirven para comprobar el buen estado de los cables de conexión y del blindaje.

Esta operación de ajuste del cero debe efectuarse para las dos frecuencias, para lo que existen cuatro tornillos, uno de relación y otro de fase para cada una de ellas, y debe repetirse varias veces a lo largo de la jornada de trabajo.

La medición sobre el primer perfil puede comenzar entonces. El equipo está previsto de modo que el operador pueda llevar una de las bobinas colgadas de su cintura, y el puente sujeto al pecho, de modo que pueda manejarse con soltura. Un ayudante lleva colgada la segunda bobina. Sin embargo, la experiencia del autor indica que en muchos casos es preferible que el puente y la primera bobina las lleve un segundo ayudante, con lo que el operador tiene plena libertad de movimientos para reconocer el terreno, buscar las estacas, desplazarse hasta el generador, etc. En los últimos modelos, el puente y una de las bobinas son solidarios (figura VIII-18 en láminas aparte, y VIII-15).

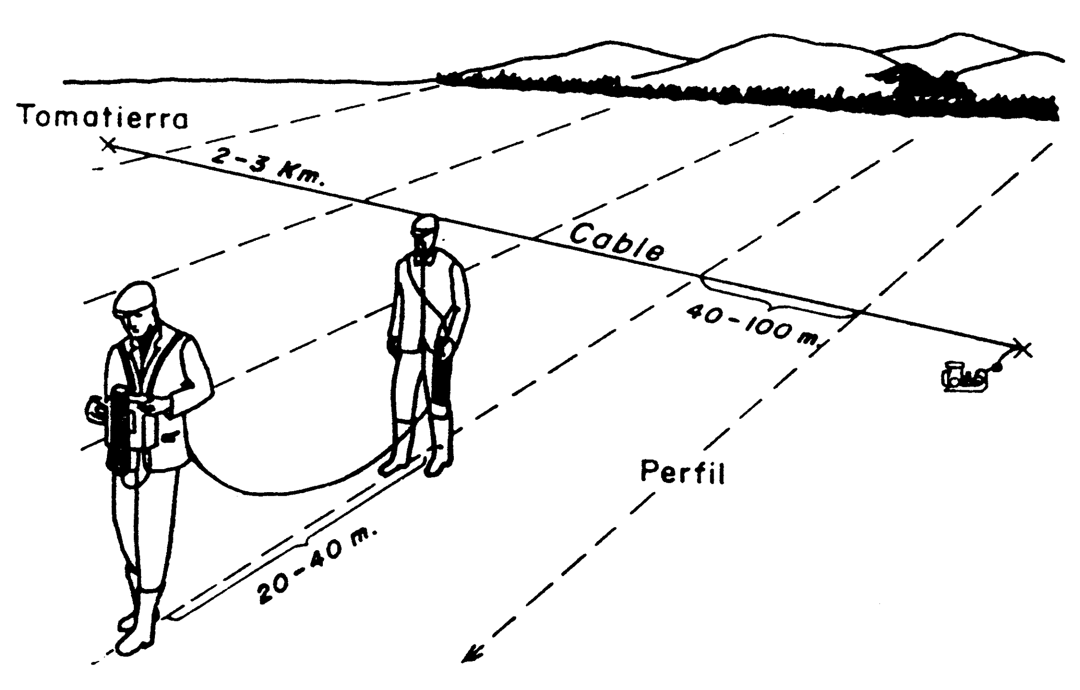


Fig. VIII-15. Método Turam. Colocación sobre un perfil de operadores e instrumentos.

Aunque el grupo motor-generador puede funcionar sin vigilancia, es conveniente que haya una persona cuidando de él y de la línea, provista de radio-teléfono para comunicar con el operador.

Durante la medición del primer perfil la posición mutua de las bobinas debe ser la misma, es decir, que la persona que lleva el puente y la primera bobina debe ser siempre la más alejada del cable. En cada estación, cada bobina debe situarse sobre la estaca correspondiente, en posición vertical, para lo cual debe hacerse uso del nivel de burbuja de que va provista cada una de ellas. El operador lee la relación y la diferencia de fase correspondientes, comprobando que los resultados son idénticos, o casi idénticos, después de invertir los mandos de simetría. De no ocurrir así, deben comprobarse los cables de conexión de las bobinas al puente y, en caso necesario, el resto del circuito.

Se va procediendo de este modo en las sucesivas estaciones del perfil, anotando las lecturas en la hoja de campo, hasta llegar al final de aquél. A medida que aumenta la distancia al cable, el campo es más débil, y la lectura más imprecisa, por ensancharse la zona de mínimo. Ordinariamente pueden obtenerse lecturas confiables hasta distancias de un km del cable primario. Si las lecturas se volviesen inseguras, debe suspenderse la medición del perfil, pasando al siguiente.

En el segundo perfil se procede del mismo modo que en el primero, con las bobinas en el mismo orden respecto del cable, es decir, que la persona que lleva el puente y la primera bobina debe ahora marchar *detrás* de la que lleva la segunda bobina, a fin de seguir siendo la más alejada del cable. De no proceder así, las lecturas de relación obtenidas serán recíprocas de las verdaderas, y las diferencias de fase estarán cambiadas de signo.

En zonas de fuerte anomalía puede ocurrir que no sea posible equilibrar el puente, por quedar fuera de escala la posición de compensación. En tal caso, debe subdividirse la estación en dos o cuatro partes. Por ejemplo, si la separación entre bobinas con la que se trabaja es de 20 m, la estación puede subdividirse en dos intervalos de 10 m, o cuatro de 5 m, colocando las bobinas en los puntos intermedios correspondientes. Los valores totales, esto es, los que han de atribuirse a la separación de 20 m, se obtienen multiplicando en cadena las relaciones "parciales" obtenidas y sumando algebraicamente los desfases.

Aunque todas las estaciones pueden medirse en las dos frecuencias producidas simultáneamente por el generador, se gana tiempo utilizando sólo la más alta, reservando la lectura en ambas para las zonas donde aparezcan anomalías.

Es costumbre medir sólo la componente vertical, pero si el campo total está desviado más de 60° en dicha dirección, la lectura se hace insegura, pues depende críticamente de la verticalidad de las bobinas. Este inconveniente puede obviarse pasando a medir la componente horizontal, para lo que debe efectuarse una estación de enlace, en la que se compara el campo vertical en un punto con el horizontal en otro que diste de él

unos 5 m, situados ambos sobre el perfil. En las mediciones de componente horizontal, las bobinas deben colocarse en esta posición, y con su eje en la dirección del perfil, lo que siempre es menos exacto que la posición para la componente vertical, que sólo requiere atender a esta dirección, fácilmente determinable mediante el nivel de burbuja.

La medida de la dirección del campo, necesaria para decidir la conveniencia de pasar a la componente horizontal, se realiza del modo descrito en el apartado VII.4 para bobinas circulares. Antes debe desconectarse una de las bobinas, colocando para ello el mando de simetría correspondiente en su posición central. A la otra bobina debe adaptarse un clinómetro incluido en el equipo.

El operador debe anotar en las hojas de campo, además de las lecturas, frecuencias, componente observada, etc., todos los datos que pueden ser útiles al interpretador, tales como accidentes topográficos, afloramientos, etc. Para evitar confusiones, cada medición debe ser designada por los números de las *dos* estacas sobre las cuales se hallaban situadas las bobinas.

VIII.2.5 Elaboración de los datos

Una vez anotadas las lecturas

$$R_1 = \frac{|B_1|}{|B_2|}; \qquad R_2 = \frac{|B_2|}{|B_3|}; \; \ldots \; R_i = \frac{|B_i|}{|B_{i+1}|}; \; \ldots \qquad \text{(VIII.16)}$$

$$\Delta \varphi_1 = \varphi_2 - \varphi_1; \qquad \Delta \varphi_2 = \varphi_3 - \varphi_2; \; \ldots \qquad \Delta \varphi_i = \varphi_{i+1} - \varphi_i; \; \ldots$$

correspondiente a un perfil, puede calcularse fácilmente la variación sobre él de la componente estudiada. Para ello suele atribuirse el valor arbitrario 100 al punto más próximo al cable, esto es, al 1. Entonces

$$\begin{aligned} |B_1| &= 100 \\ |B_2| &= \frac{100}{R_1} \\ |B_3| &= \frac{|B_2|}{R_2} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ |B_i| &= \frac{|B_{i-1}|}{R_{i-1}} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \qquad \text{(VIII.17)}$$

Si se toma como origen de desfases al referido punto 1, se tendrá análogamente

$$\begin{aligned}
&\varphi_1 = 0 \\
&\varphi_2 = \Delta\,\varphi_1 \\
&\varphi_3 = \Delta\,\varphi_1 + \Delta\,\varphi_2 = \varphi_3 + \Delta\,\varphi_2 \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
&\varphi_i = \sum_{j=1}^{i-1} \Delta\,\varphi_j = \varphi_{i-1} + \Delta\,\varphi_{i-1}
\end{aligned} \qquad \text{(VIII.18)}$$

Todos los desfases diferentes de cero deben considerarse como anómalos, ya que el desfase normal (en la hipótesis de subsuelo aislante) es nulo. En cambio, los campos obtenidos por medio de las (VIII.17) no demuestran directamente su carácter normal o anómalo. Para evitarlo, la práctica usual es dividir cada relación observada R_i por la *relación normal* R_{ni} esto es, la correspondiente a subsuelo aislante. Se obtienen así las llamadas *relaciones reducidas* R_i'

$$R_i' = \frac{R_i}{R_{ni}} \qquad \text{(VIII.19)}$$

que sustituyen en las (VIII.17) resultando

$$\begin{aligned}
&|B_1'| = 100 \\
&|B_2'| = \frac{100}{R_1'} \\
&|B_3'| = \frac{|B_2'|}{R_2'} \\
&\dots\dots\dots\dots \\
&|B_i'| = \frac{|B'_{i-1}|}{R'_{i-1}} \\
&\dots\dots\dots\dots
\end{aligned} \qquad \text{(VIII.20)}$$

que son los *campos reducidos,* esto es, los campos observados expresados en porcentaje del campo normal.

Tales campos pueden descomponerse en sus partes real e imaginaria, según las fórmulas

$$\begin{aligned}
\mathrm{Re}\, B_i' &= |B_i'| \cos \varphi_i \\
\mathrm{Im}\, B_i' &= |B_i'| \operatorname{sen} \varphi_i
\end{aligned} \qquad \text{(VIII.21)}$$

Los datos así obtenidos pueden expresarse gráficamente en diversas formas, tales como curvas de relaciones reducidas, de campos reducidos,

de desfases, etc. La variable independiente es siempre la distancia sobre el perfil. También pueden representarse en planta en forma de mapas de líneas isofásicas, de líneas de igual valor del campo, o de igual relación reducida. Los dos primeros exigen el enlace de los diferentes perfiles entre sí, lo que suele efectuarse midiendo un perfil paralelo al cable; por ejemplo, uniendo entre sí las primeras estacas de todos los perfiles, con lo que pueden ser referidos a un origen de desfases y de intensidad de campo. Si se mide además un perfil semejante que enlace las últimas estaciones de todos los perfiles, se dispone de una comprobación de las mediciones efectuadas pues, por ejemplo, la suma de desfases desde una estaca cualquiera hasta ella misma debe ser cero. De los mapas posibles indicados se utilizan casi exclusivamente los de líneas equifásicas.

Debe tenerse en cuenta que los mapas de anomalías de Turam no reflejan directamente la distribución de cuerpos conductores en el subsuelo, sino que aquéllas dependen también de la posición del circuito emisor respecto de los cuerpos. En particular, los muy buenos conductores hacen de pantalla para otros cuerpos próximos que están situados detrás de ellos con relación al cable. Incluso el borde más próximo al cable de un conductor ancho apantalla al borde más alejado. Estos efectos sólo pueden evitarse efectuando dos series de mediciones, con el circuito emisor situado a uno y otro lado de la anomalía.

VIII.2.6 Bases de la interpretación clásica del Turam

El método interpretativo empleado para el Turam, hasta hace poco, se basaba en los principios siguientes:

a) La conductividad del terreno (roca de caja o ambiente) se considera despreciable.

b) Como consecuencia de ello, la existencia de desfases (componente imaginaria) es síntoma inequívoco de la presencia en el subsuelo de cuerpos conductores, y nunca puede deberse a efectos topográficos.

c) Por causa del efecto superficial, las corrientes inducidas en un cuerpo conductor se localizan dentro de éste, cerca del borde, constituyendo una *concentración de corriente* que produce la anomalía.

Estos principios sólo son aplicables, como es obvio, cuando la roca de caja y el recubrimiento presentan resistividad muy grande. No obstante, conviene estudiar sus consecuencias con algún detalle, puesto que constituyen una primera aproximación al caso general.

Considérese un cuerpo conductor C, sumergido en un terreno de conductividad nula. A la distancia d de él, existe un circuito emisor, recorrido por una corriente sinusoidal de intensidad eficaz I y frecuencia angular ω. Por efecto de la corriente en el borde del cuerpo más próximo al emisor se produce una concentración de corriente inducida de in-

tensidad I' de la misma frecuencia que I y proporcional a ésta. Se tendrá, pues,

$$I' = K\, I \tag{VIII.22}$$

donde K es un coeficiente complejo.

Para mayor sencillez, puede considerarse que la concentración o eje de corriente es rectilínea, perpendicular al plano del dibujo (que es el vertical que pasa por el perfil de medición) y que su longitud es suficiente para que pueda considerarse, sin grave error, como infinita.

En estas circunstancias, pueden aplicarse las expresiones (I.109) tomando como origen de coordenadas la intersección del eje de corriente con el plano del perfil. Si es z_1 la profundidad de dicha concentración de corriente, las componentes del campo secundario observado en la superficie del terreno serán:

$$\begin{aligned} B^s_y &= \frac{\mu_0 I'}{2\pi} \frac{z_1}{y^2 + z_1^2} \\ B^s_z &= \frac{\mu_0 I'}{2\pi} \frac{y}{y^2 + z_1^2} \end{aligned} \tag{VIII.23}$$

De ellas se deducen las siguientes propiedades de las componentes del campo secundario:

a) La componente horizontal B^s_y tiene siempre el mismo sentido (*)

b) Dicha componente B^s_y alcanza un máximo sobre la concentración de corriente ($y = 0$) cuyo valor es

$$B^s_y = \frac{\mu_0 I'}{2\pi} \frac{1}{z_1} \tag{VIII.24}$$

c) La componente vertical B^s_z se anula y cambia de signo sobre la concentración de corriente.

d) B^s_z presenta un máximo y un mínimo a distancias respectivas horizontales $-z_1$ y $+z_1$ de la concentración de corriente, según se deduce de que

$$\frac{\partial B_z^s}{\partial y} = \frac{\mu_0 I'}{2\pi} \frac{z_1^2 - y^2}{(y^2 + z_1^2)^2} \tag{VIII.25}$$

Estos resultados pueden utilizarse para determinar la profundidad z_1

(*) Al hablar aquí de sentidos de las componentes, se supone que se habla con referencia a las que se observarían a lo largo del perfil en un instante determinado, ya que en rigor, se trata de campos sinusoidales, que cambian de sentido cada medio ciclo.

de la concentración de corriente. En la práctica, sin embargo, lo que se mide es la superposición del campo secundario con el primario, por lo que hay que tener en cuenta a éste. Si el circuito emisor es un cable muy largo, el campo primario será

$$B^p_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi (y + d)}$$

$$B^p_y = 0 \qquad \text{(VIII.26)}$$

Por otra parte, si es

$$I' = K I = (K_1 + i K_2) I \qquad \text{(VIII.27)}$$

el campo vertical observado, según las (VIII.23), (VIII.26) y (VIII.27) será

$$B_z = B^p_z + B^s_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi (y + d)} + \frac{\mu_0 (K_1 + i K_2) I}{2\pi} \frac{y}{y^2 + z_1^2} =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{y + d} + \frac{K_1 y}{y^2 + z_1^2}\right) + i \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{K_2 y}{y^2 + z_1^2} \qquad \text{(VIII.28)}$$

Como se ve, la parte imaginaria, o sea secundaria, de la componente vertical sigue la ley (VIII.23) como era de esperar. En cambio, a la parte real contribuyen tanto el campo primario como el secundario. Si d no es pequeña, la variación del campo primario, gradualmente decreciente, es lenta a lo largo de la anomalía, por lo que modifica poco la marcha general de ésta, y en particular, la posición del máximo y del mínimo.

La anomalía relativa B_z' esto es, medida con relación al campo normal, es

$$Re\,(B_z') = 1 + K_1 \frac{y(y + d)}{y^2 + z_1^2}$$

$$Im\,(B_z') = K_2 \frac{y(y + d)}{y^2 + z_1^2} \qquad \text{(VIII.29)}$$

La componente horizontal B_y, debida exclusivamente al campo secundario, expresada en función de la intensidad primaria I, vale

$$B'_y = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{K_1 z_1}{y^2 + z_1^2} + i \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{K_2 z_1}{y^2 + z_1^2} \qquad \text{(VIII.30)}$$

Como no existe componente horizontal primaria al nivel del cable, su anomalía reducida B'_y se calcula tomando como término de comparación del campo vertical primario en el mismo punto. Se tiene así,

$$\mathrm{Re}(B'_y) = \frac{K_1 z_1}{y^2 + z_1^2}(y + d)$$
$$\mathrm{Im}(B'_y) = \frac{K_2 z_1}{y^2 + z_1^2}(y + d) \qquad \text{(VIII.31)}$$

Ambas partes real e imaginaria sólo difieren en un factor constante, que depende de la resistividad y tamaño del cuerpo conductor.

En la aplicación usual del Turam, los resultados se expresan en forma de relaciones reducidas de la componente vertical. En primera aproximación puede considerarse que si en la estación de índice i el campo vertical observado es $B_z^p + B_z^s$ en la estación siguiente, distante a de la anterior, será, aproximadamente,

$$(B_z)_{i+1} = B_z^p + B_z^s + a\frac{\partial B_z^s}{\partial y}$$

ya que, siendo pequeña la separación entre bobinas, el campo primario puede considerarse constante.

La relación observada será, pues,

$$R_i = \frac{B_z^p + B_z^s}{B_z^p + B_z^s + a\dfrac{\partial B_z^s}{\partial y}} \simeq 1 - \frac{a}{B_z^p + B_z^s}\frac{\partial B_z^s}{\partial y} \qquad \text{(VIII.32)}$$

que puede tomarse como relación reducida, por haber supuesto que el campo primario era el mismo en ambas estaciones. Debe tenerse en cuen-

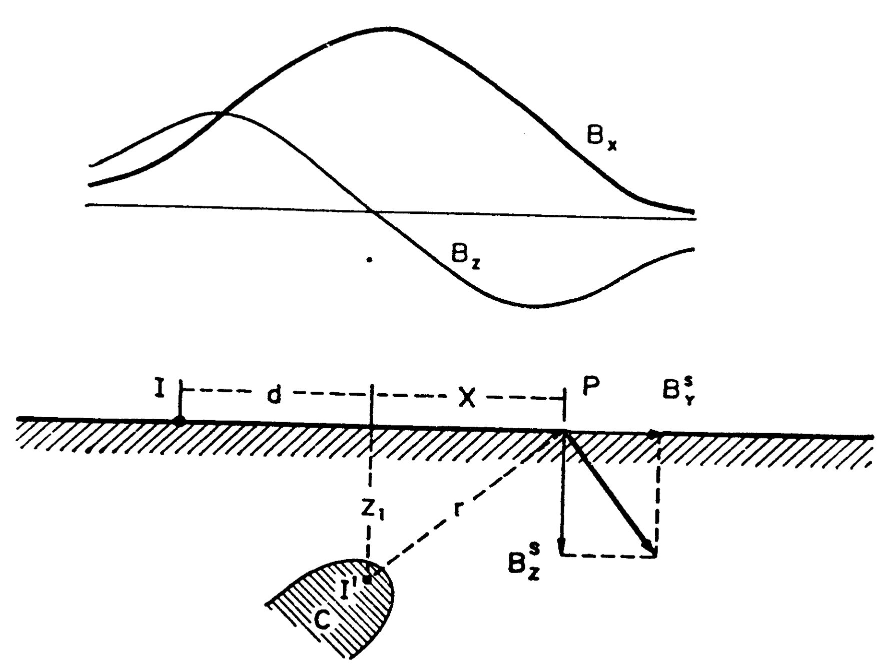


Fig. VIII-16. Componentes vertical y horizontal del campo secundario.

ta que, en esta fórmula, las magnitudes complejas han de expresarse en módulo, de acuerdo con lo que mide el instrumento. Sustituyendo en la última ecuación las (VIII.25) y (VIII.28) puede calcularse la variación de la relación reducida a lo largo del perfil. No se dará aquí la fórmula, un tanto complicada, pero sí su resultado esencial, que es que sobre la concentración de corriente ha de observarse un máximo en la relación reducida (fig. VIII-17).

En cuanto a la marcha de la fase a lo largo del perfil, depende de las constantes K_1 y K_2. Si el cuerpo fuese perfectamente conductor, sería $K_2 = 0$ y no se observaría anomalía de fase. En el caso general de cuerpos de conductividad grande pero finita, la variación de la fase sigue una

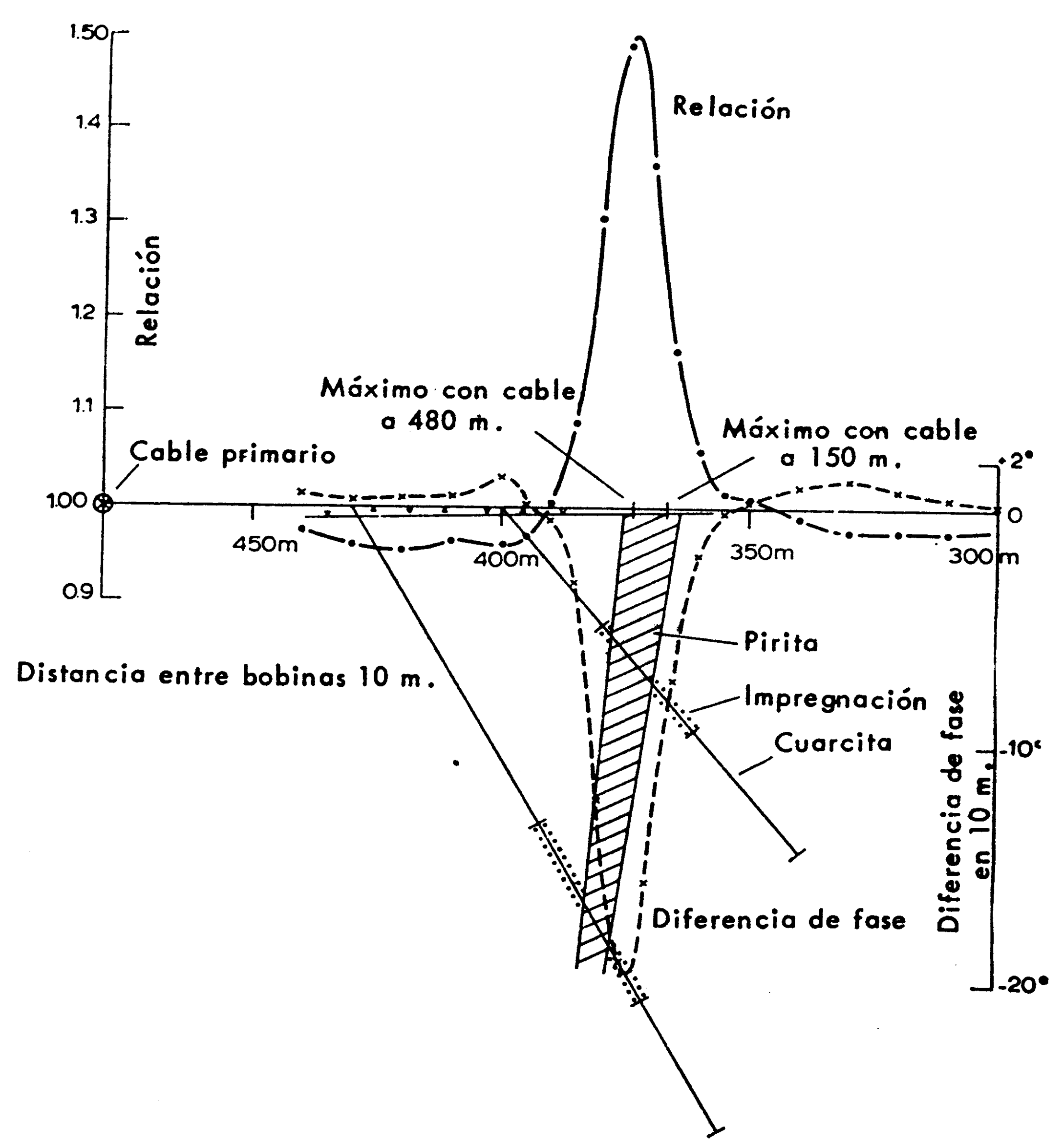


Fig. VIII-17. Curvas de relaciones y desfases obtenidas por medio del Turam sobre el yacimiento de Kimheden (Suecia). Según PARASNIS.

marcha semejante a la de la componente secundaria vertical, con dos extremos de signo opuesto a los lados de la concentración de corriente y un cero próximo a la vertical de ella, según puede deducirse de la (VIII.28). El gradiente de la fase es máximo, en valor absoluto, sobre la concentración de corriente. De ello se deduce que la diferencia de fase leída en el instrumento será también máxima sobre la concentración (figura VIII-17).

En lo anterior no se ha tenido en cuenta que, si el circuito emisor es un cable con sus extremos a tierra, el cuerpo estará atravesado por corrientes galvánicas, en fase con el primario. Salvo si el cuerpo está rodeado por una caja de minerales de resistividad muy alta, las corrientes galvánicas dan lugar a una concentración de corriente no tan próxima al borde del cuerpo como la de corrientes inducidas. Ello se debe a que éstas sufren más fuertemente el efecto superficial que las galvánicas, cuyas líneas de corriente siguen trayectorias que dependen de la posición de los tomatierras y de otros factores extrínsecos al cuerpo conductor.

Cuando se emplean dos frecuencias, la más alta de ellas suele dar anomalías más intensas, con el eje de su concentración de corriente más próxima al borde del cuerpo que el de la frecuencia más baja, por ser más débil para esta el efecto superficial.

Si el cuerpo es asimilable a una lámina delgada, el sentido de las corrientes inducidas en él depende de si buza hacia el emisor o alejándose de él. En el primer caso, I e I' tienen el mismo sentido, y K_1 y K_2 son positivos, mientras que en el segundo ocurre lo contrario con las dos constantes negativas. Con el buzamiento opuesto al cable, el máximo de la componente vertical está más cerca de esta que el mínimo, y cuando el buzamiento es hacia el cable, es el mínimo el más próximo.

Con base en todo lo dicho, pueden deducirse las reglas prácticas siguientes para la interpretación de Turam. Tales reglas, que son las que podrían llamarse clásicas, ignoran la conductividad de la roca de caja y del recubrimiento, por lo que, en rigor, sólo son aplicables en zonas donde estos materiales presentan gran resistividad (más de un millar de Ω-m).

a) Los ejes de las concentraciones de corriente se hallan bajo los máximos de relación reducida y bajo los mínimos de diferencia de fase (máximos valores negativos) (*).

b) Calculadas las partes real e imaginaria de la componente estudiada (vertical u horizontal) los ejes de las concentraciones de corriente

(*) En esta regla se supone que en las relaciones se compara la estación más próxima al cable con la siguiente más alejada, según se expresa en las (VIII.16), siguiendo la costumbre sueca. Cuando se hace lo contrario, lo que en el fondo es más lógico, hay que aplicar la regla opuesta (por ejemplo, KELLER y FRISCHKNECHT, 1966).

se encuentran bajo los puntos de inflexión (entre un máximo y un mínimo) de la componente vertical o bajo el máximo de la horizontal. Esta regla se aplica tanto a la parte real como a la imaginaria de cada una de las componentes mencionadas. La situación dada por la parte imaginaria suele estar más próxima al borde del cuerpo que la indicada por la parte real.

c) Si el máximo de la componente vertical está más cerca del cable que el mínimo, el cuerpo buza hacia éste, y se aleja de él cuando sucede lo contrario. Cuando se aumenta la frecuencia, el eje se desplaza en contra del buzamiento.

d) El rumbo y la corrida del cuerpo conductor se determinan sobre el mapa, uniendo las posiciones halladas para el eje de la concentración de corriente en todos los perfiles que le hayan detectado.

e) La profundidad del eje de corriente es igual a la mitad de la distancia entre el máximo y el mínimo de la componente vertical, o de la distancia horizontal entre el máximo de la componente horizontal y el punto donde ésta toma el valor mitad del máximo. Esta última regla, aproximada, se deduce directamente de las (VIII.31) dando a y el valor z_1.

f) Cuando existen varios conductores próximos, cada uno de ellos produce una inflexión en la curva de la componente vertical. Tales inflexiones pueden ser debidas también a cambios de conductividad dentro de un cuerpo extenso.

g) Si el emisor es del tipo puramente inductivo (cuadro aislado del suelo) puede estimarse cualitativamente la conductividad del cuerpo detectado. Cuando esta conductividad es pobre, la anomalía de fase es pequeña o mediana, y nula o muy pequeña la de relación. Los cuerpos de conductividad media presentan anomalía de relación pequeña y grande en la de fase. Los conductores óptimos originan intensas anomalías de relación y pequeñas las de fase.

h) Las anomalías de poca importancia, con frecuencia alta, y casi inapreciables en la frecuencia menor, deben desecharse en general, como correspondientes a conductores superficiales sin interés económico.

i) El factor de inducción del cuerpo y partiendo de él, la conductividad, pueden estimarse si se dispone de curvas patrón o de fasores adecuados al problema (BOSSCHART, 1964).

DUCKWORTH (1972) describe un método de interpretación de Turam babasado en la aproximación clásica, en el que se calcula el efecto de una o varias concentraciones de corriente hasta reconstruir la anomalía observada.

VIII.2.7 Efectos de la conductividad del terreno

La hipótesis en que se basa el apartado anterior es que el cuerpo conductor que constituye el blanco de la investigación está incluido en un terreno de conductividad nula. Dado que en muchas zonas esta suposición no es válida, es frecuente encontrar discrepancias entre las reglas interpretativas expuestas y los resultados prácticos. Las profundidades determinadas mediante las reglas del párrafo *e*) del apartado VIII.2.6 no suelen coincidir con la realidad. Por lo general resultan demasiado grandes, y frecuentemente superan a las verdaderas en varias veces.

Por otra parte se suponía que sólo en presencia de cuerpos conductores podían obtenerse diferencias de fase apreciables; los casos prácticos publicados, así solían atestiguarlo. Cuando el prospector se encontraba ante perfiles que, en contra de lo indicado por tales ejemplos "de libro", mostraban sistemáticamente diferencias de fase de varios grados (figura VIII-21), aun con separación reducida entre bobinas, podía sospechar injustamente de la habilidad del operador o del buen funcionamiento del aparato.

Como se ha dicho más de una vez a lo largo de esta obra, el efecto de la conductividad del terreno no se ha empezado a tomar en cuenta en Occidente hasta hace poco tiempo. Entre los autores que se han ocupado de esta cuestión, en su influencia sobre el Turam, figuran DIZIOGLU (1967), BEZVODA (1970), BEZVODA y SEGETH (1970), SWIFT (1971), HOHMAN (1971) y COGGON (1971).

Las características del campo magnético producido por un cable recto colocado sobre un semiespacio conductor se han expuesto en el apartado VII.10.2. Como allí se dijo, este campo difiere del que se observaría en el vacío en su inclinación respecto de la vertical, que hace que la componente horizontal supere a la vertical para $\xi_1 > 2{,}2$ y en la presencia de desfases en todas las estaciones, en contra de lo afirmado por la teoría clásica.

Cuando la resistividad del terreno es muy grande, la constante de propagación γ_1 es pequeña, por lo que las distancias efectivas $\xi_1 = |\gamma_1|\, r$ lo son también dentro del alejamiento máximo usual respecto del cable ($\simeq 1$ km) y la desviación respecto de la teoría clásica es poco importante.

Si, por el contrario, la resistividad del subsuelo fuese de 100 Ω-m y la frecuencia de trabajo de 660 Hz, $|\gamma_1| = 7{,}23 \times 10^{-3}$ m^{-1}. Entonces, $\xi_1 = 7{,}23$ a 1 km del cable y a esta distancia, y aun mucho antes, el campo normal sobre el terreno difiere notablemente del correspondiente al vacío.

Como la conductividad del terreno hace que el campo decrezca más rápidamente, las relaciones normales son mayores que cuando sólo existe

el campo primario. Tales relaciones pueden calcularse por medio de las fórmulas comentadas en el apartado VII.2, siempre que el terreno sea suficientemente homogéneo, lo que no ocurre en muchos casos. Por ello, pueden emplearse las relaciones normales del vacío para el cálculo de las relaciones reducidas; éstas resultarán sistemáticamente mayores que la unidad, por lo que sólo se consideran como anómalas las estaciones donde se altera la marcha normal, decreciente, de dichos valores.

El comportamiento de los desfases es más complicado. La tabla siguiente, basada en otra de BEZVODA (1970) sirve para calcular los desfases normales sobre terreno homogéneo de resistividad conocida. Para su empleo, se comienza por determinar la distancia efectiva ξ_1 correspondiente a la real del cable al punto medio del dispositivo de las dos bobinas. Entonces, el desfase normal $\Delta\varphi^\circ$ en grados es

$$\Delta\varphi^\circ = 10^{-2} K d \left(\frac{\nu}{\rho}\right)^{1/2} \qquad \text{(VIII.33)}$$

donde K es el valor dado por la tabla para el valor ξ_1 obtenido, d la separación en metros entre bobinas, y ν y ρ, respectivamente, la frecuencia de trabajo y la resistividad del terreno.

TABLA IV

Coeficientes para el cálculo del desfase de Turam sobre medio homogéneo

ξ_1	K	ξ_1	K
0,1	—2,16	3,0	—5,0
0,2	—3,21	3,2	—4,84
0,3	—4,07	3,4	—4,65
0,4	—4,46	3,6	—4,41
0,5	—4,84	3,8	—4,22
0,6	—5,12	4,0	—4,03
0,7	—5,53	4,6	—3,30
0,8	—5,49	5,0	—2,78
0,9	—5,62	5,6	—1,95
1,0	—5,71	6,0	—1,44
1,2	—5,81	6,6	—0,70
1,4	—5,85	7,0	—0,28
1,6	—5,83	7,6	+0,22
1,8	—5,77	8,0	+0,43
2,0	—5,69	8,6	+0,50
2,2	—5,59	9,0	+0,36
2,4	—5,46	9,5	+0,31
2,6	—5,33	10,0	+0,26
2,8	—5,17		

En la figura VIII-18 se reproducen las curvas de relación normal y desfases calculados por Bezvoda para $\nu = 660$ Hz y varios valores de ρ. Según era de esperar, la desviación respecto del campo en el vacío es tanto mayor cuanto menor sea ρ.

Uno de los efectos de la conductividad del terreno es que las anomalías producidas por heterogeneidades conductoras no son las previstas por la teoría clásica. SWIFT (1971) ha estudiado, por el método de cálculo de-

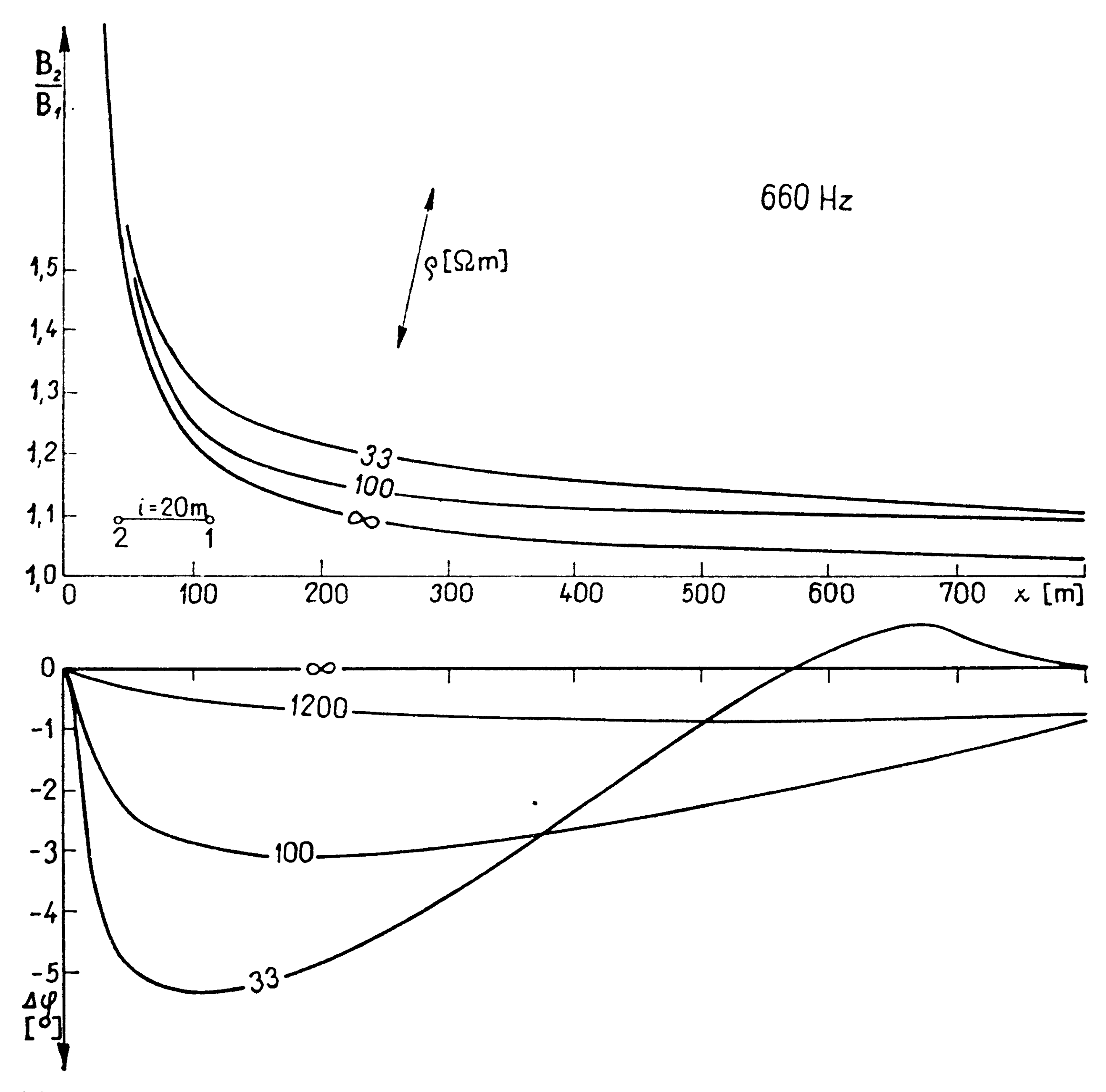


Fig. VIII-18. Curvas de relaciones y desfases de Turam para la componente vertical, con 20 m de separación entre bobinas, sobre medio homogéneo. El parámetro que se indica en cada curva es la resistividad del medio. Frecuencia: 660 Hz. Según BEZVODA. (Cortesía de la EAEG.)

nominado "de la red", las anomalías de relación y fase producidas por un cuerpo conductor en forma de lámina vertical, con $\rho_1 = 3\ \Omega$ m y sumergido en terrenos homogéneos de diversas resistividades ρ_0. Para $\rho_0 = 10^3$ ó $10^2\ \Omega$-m las anomalías conservan, en líneas generales, la forma prevista por la teoría clásica, aunque con mayor anchura. Para $\rho_0 = 10\ \Omega$-m el mínimo de $\Delta\varphi$ desaparece, y el máximo de relación pierde amplitud y se ensancha más. Si estas anomalías se interpretan siguiendo las reglas clásicas, la profundidad del cuerpo conductor aparece exagerada, tanto más cuanto menor sea ρ_0. Por otra parte, la conductancia S de la lámina, estimada con curvas teóricas calculadas para el vacío, resulta aumentada notablemente; incluso para $\rho_0 = 10^3\ \Omega$-m el valor obtenido duplica el real.

HOHMANN (1971) ha calculado sistemáticamente, valiéndose de la resolución numérica de una ecuación integral, las anomalías producidas por cuerpos conductores en forma de lámina delgada vertical, para una fuente constituida por un cable horizontal infinitamente largo. El contraste de resistividades entre el cuerpo y el terreno encajante es de 10^3 veces. Las magnitudes estudiadas son las relaciones $|B_z|/|B_z^p|$ y $|B_y|/|B_z^p|$ (*) y las fases φ_z y φ_y. Los valores correspondientes pueden deducirse fácilmente de las mediciones de campo de Turam mediante las (VIII.17) y (VIII.18). En los gráficos publicados por Hohmann las distancias se expresan como distancias efectivas, pero consideradas en función de la penetración nominal δ, por lo que difieren de las ξ_1 aquí consideradas en el factor constante $\sqrt{2}$ (apartado I.16).

Los resultados de Hohmann pueden resumirse así.

a) Las anomalías de $|B_z|/|B_z^p|$ cambian de forma con la distancia efectiva ξ_1. En general, constan de un máximo seguido de un mínimo (figura VIII-19). Entre ambos existe una zona de decrecimiento rápido del campo, cuyo punto de gradiente máximo se encuentra en la vertical del cuerpo. La amplitud de la anomalía depende tanto de la profundidad del cuerpo como del contraste de resistividades entre éste y el medio circundante. La disminución de la amplitud con el aumento de la profundidad es muy marcada. Cuanto menor es la profundidad, más intenso es el gradiente de la curva de anomalía en la parte del perfil próximo al cuerpo. No se establece, sin embargo, ninguna regla cuantitativa que relacione dichos parámetros.

b) Las curvas que expresan la variación de la fase φ_2 de B_z en función de la distancia efectiva, son las más influidas por la del cuerpo. Las anomalías que, como en el caso anterior, decrecen rápidamente con la profundidad, no presentan, según Hohmann, ningún rasgo claro que permita determinar con exactitud la ubicación del objetivo. En cambio, pueden

(*) El citado autor, considera, en realidad, relaciones entre poderes imanadores **H**, idénticas a las indicadas por ser $\mu = \mu_0$ para todas las magnitudes expresadas. Además, toma como eje x el que aquí se denomina y.

utilizarse para determinar, con bastante aproximación, la S del mismo, dada la fuerte influencia que sobre ellas ejerce el contraste de resistividades.

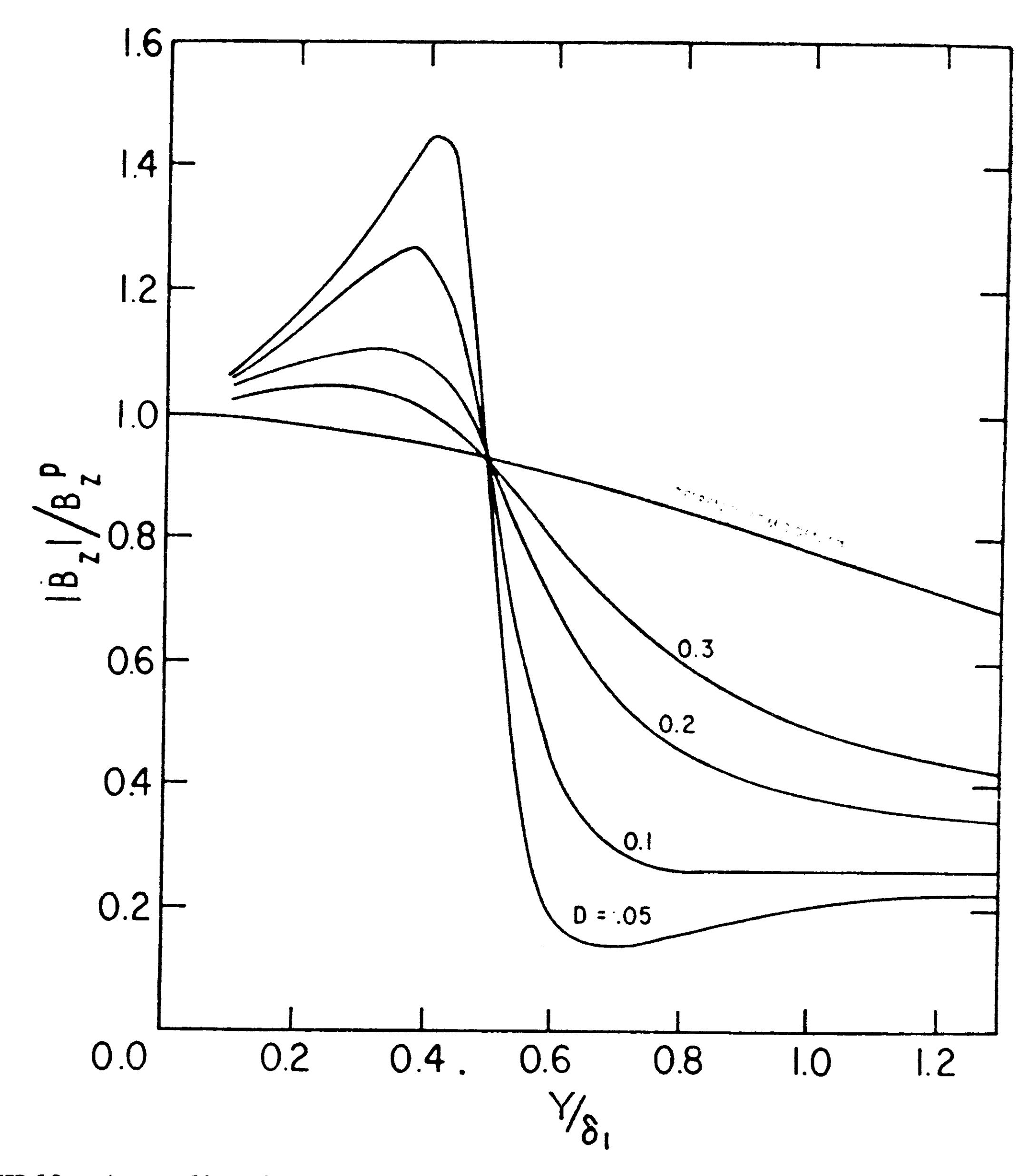


Fig. VIII-19. Anomalía relativa del valor absoluto de la componente vertical, en función de la distancia efectiva, para una lámina vertical, mil veces más conductora que la roca de caja, situada bajo la abscisa 0,5. D = profundidad de la cima de la lámina. Se toma como unidad de longitud la penetración nominal δ. La fuente es un cable largo en el origen de coordenadas, paralelo a la lámina. Según HOHMANN, en *Geophysics*. (Cortesía de la SEG.)

c) Las curvas de $|B_y|/|B_z^p|$, no cambian de forma al variar la distancia efectiva del cuerpo al cable, y poseen un máximo en la vertical del cuerpo. La amplitud de la anomalía depende tanto del contraste de re-

sistividades como de la profundidad y, como en las magnitudes ya consideradas, disminuye intensamente con el aumento de aquélla. El gradiente de la curva, a ambos lados del máximo, podría utilizarse para estimar la profundidad.

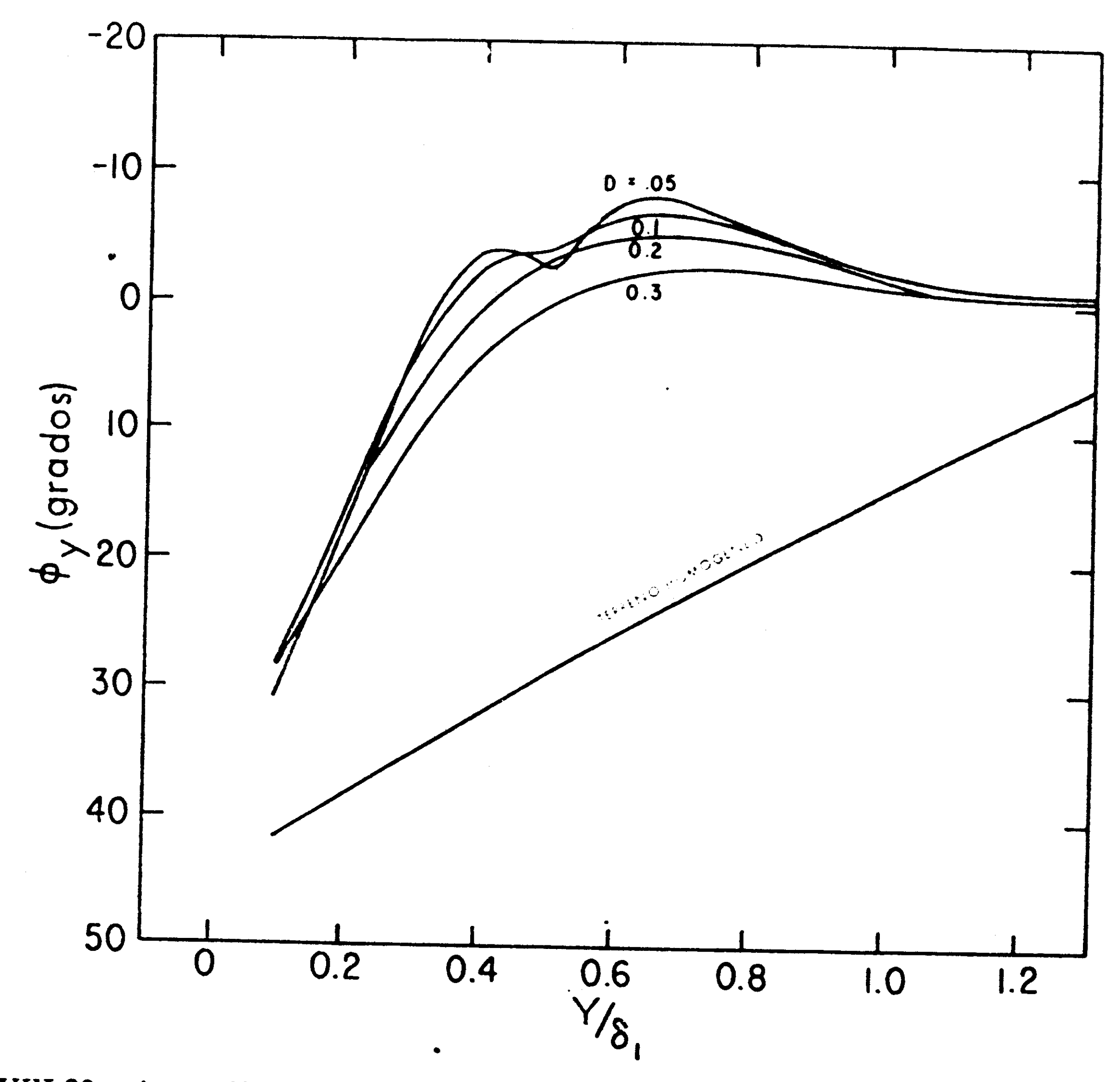


Fig. VIII-20. Anomalía de fase de la componente horizontal en las mismas condiciones de la figura anterior, según Hohmann, en *Geophysics*. (Cortesía de la SEG.)

d) Las anomalías de la fase φ_y de la componente horizontal son muy interesantes, porque son poco sensibles a la profundidad del cuerpo, de modo que son las más adecuadas para detectar objetivos profundos. Esta misma circunstancia, por el contrario, hace que φ_y no sea adecuada para la estimación de profundidades, salvo cuando éstas son muy someras, dado que, en tal caso, al máximo suave que constituye la anomalía se superpone un mínimo pequeño. Como ocurre con la φ_z, no hay en la curva rasgos marcados que permitan localizar exactamente al conductor.

En muchos casos, la hipótesis de homogeneidad del terreno queda invalidada por la presencia de un recubrimiento más conductor que la roca infrayacente, y con algunos metros de espesor. El efecto de un recubrimiento conductor homogéneo y de espesor uniforme ha sido estudiado teóricamente por DIZIOGLU (1967) y por BEZVODA y SEGETH (1971). De los trabajos de estos investigadores se deduce que la presencia del recubrimiento conductor altera las relaciones y las fases del campo normal. Cuando la conductividad de la roca infrayacente es despreciable, las relaciones normales discrepan muy poco de las correspondientes al vacío. En todos los casos, la fase va aumentando (en valor absoluto, pues es negativa) con la distancia al cable.

Más grave es el caso, muy frecuente, de que el recubrimiento cambie de espesor. Un ejemplo de este tipo, estudiado por SWIFT (1971) muestra la aparición de anomalías de relación y de fase, de aspecto irregular, y de interpretación no muy fácil. HOHMANN (1971) ha investigado el efecto de capas superficiales delgadas y conductoras, de extensión limitada en la dirección de perfil, que pueden representar, por ejemplo, zonas pantanosas. Tales estructuras producen fuertes anomalías en $|B_z|$, $|B_y|$ y φ_z. En cambio, la anomalía en φ_y es pequeña, y en forma de mínimo, al contrario de lo que ocurre con las heterogeneidades conductoras no superficiales.

VIII.2.8 Comentarios

Los párrafos anteriores demuestran la insuficiencia de la teoría clásica del Turam para la interpretación de mediciones efectuadas en zonas donde las rocas de caja presentan alguna conductividad, que son las más abundantes. Ello constituye un ejemplo más de la evolución histórica de los métodos geofísicos que, comenzando por bases teóricas y métodos interpretativos muy simples, van teniendo que apoyarse cada vez en conceptos físicos más profundos y en teorías matemáticas más desarrolladas, con el fin de poder adaptarse mejor a la complejidad de la naturaleza.

Al efectuarse la interpretación de una campaña de Turam deben tenerse en cuenta los resultados expuestos en el apartado anterior. Ellos, sin embargo, no constituyen una teoría completa, ni mucho menos un sistema de reglas prácticas interpretativas, por lo que se hace necesaria la elaboración de nuevos trabajos que resuelvan problemas como los de láminas inclinadas u horizontales, cuerpos conductores esféricos, efectos topográficos, etc. En particular, no se dispone de ningún método confiable que permita estimar la profundidad de los cuerpos detectados.

Una consecuencia previsible de los nuevos conocimientos es que el estudio de la componente horizontal, hasta ahora tenido por menos interesante, cobra nuevo relieve, no sólo por la mayor amplitud de esta componente respecto de la vertical desde una cierta distancia efectiva,

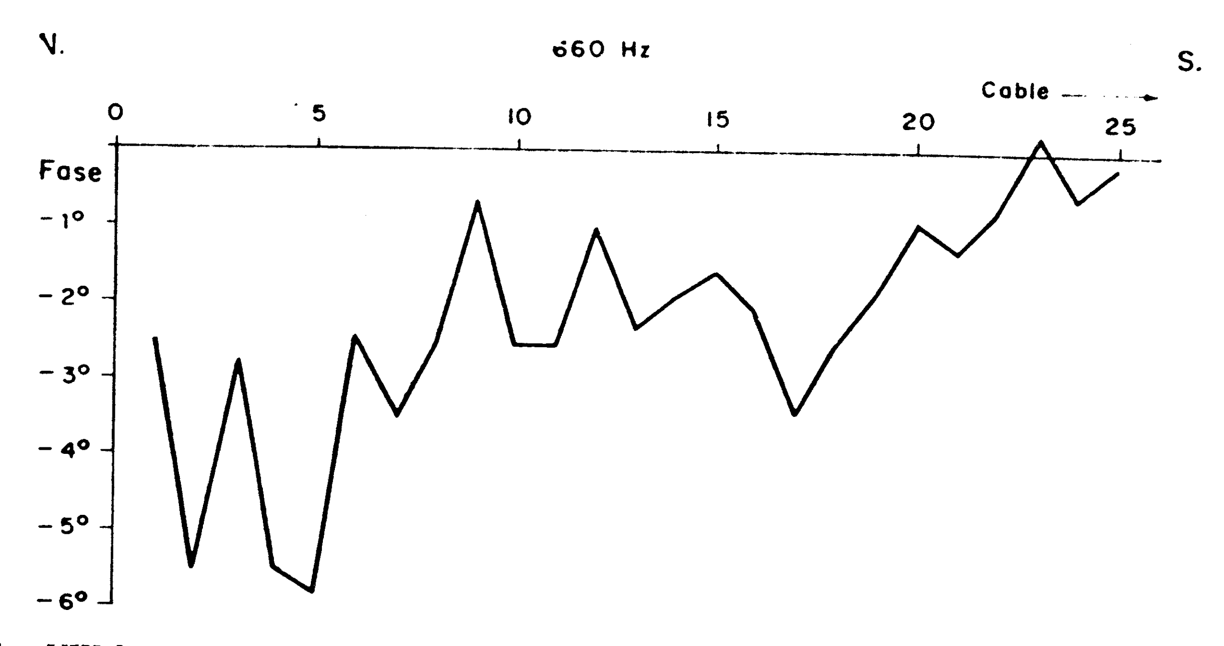


Fig. VIII-21. Curva de desfase de Turam, en zona carente de metalizaciones conductoras. Obsérvese como, en promedio, el desfase crece con la distancia al cable. (Cortesía de Tecnhydros, S.R.L.)

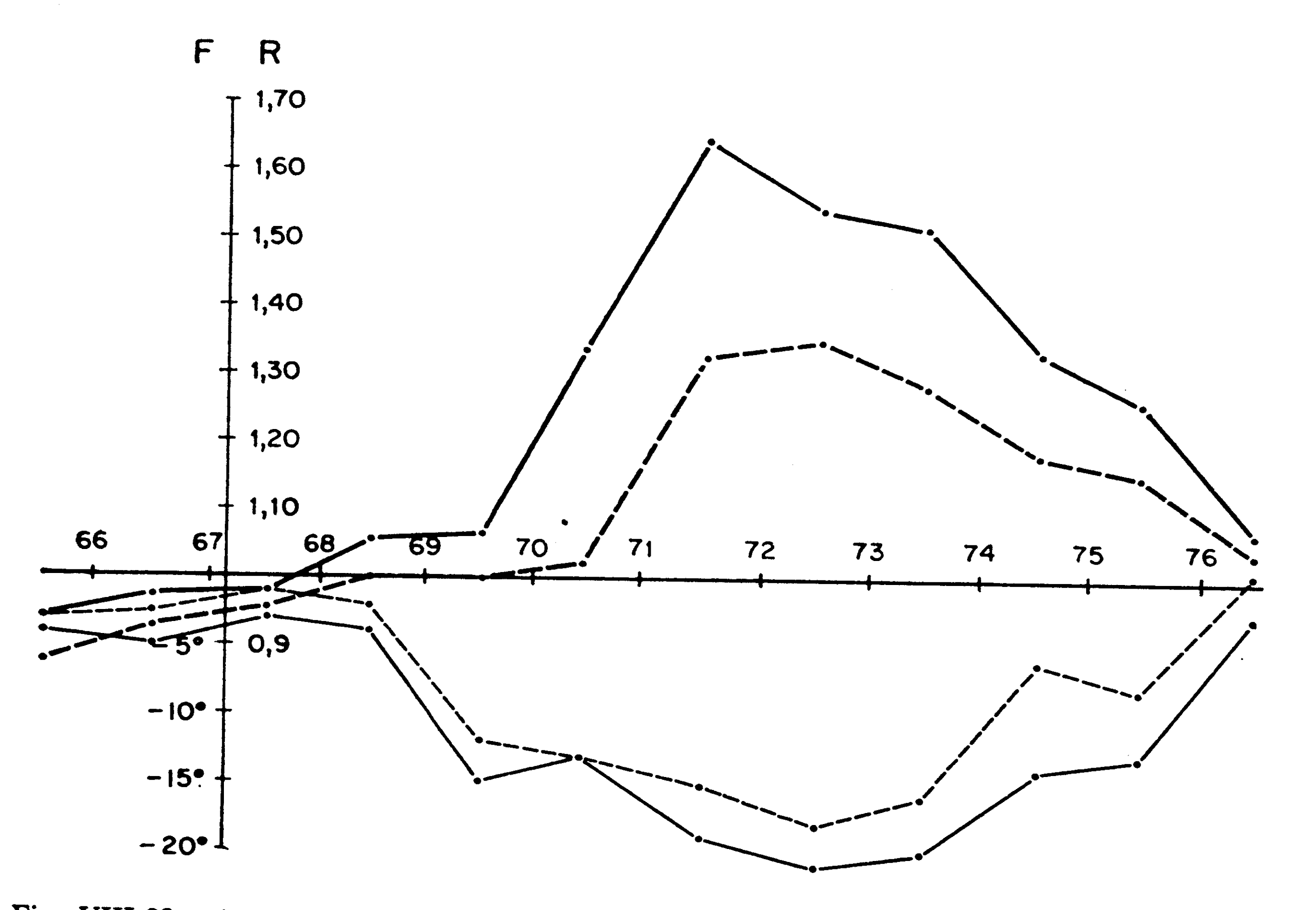


Fig. VIII-22. Anomalía de Turam, en relación y fase, y para dos frecuencias, sobre un cuerpo conductor. (Cortesía de Tecnhydros, S.R.L.)

sino por su mayor sensibilidad ante las metalizaciones profundas, y la discriminación que permite frente a los conductores superficiales.

Respecto al influjo del campo secundario del terreno en la atenuación o refuerzo de las anomalías, debe verse también lo dicho, en términos más generales, en el apartado VII.12.

En las figuras VIII-21 y VIII-22 se reproducen dos curvas de Turam obtenidas en la Mancha. La primera corresponde a la variación de las diferencias de fase observadas en un perfil que, por la ausencia de anomalías de relación y por otras causas, se supone no cruza ninguna heterogeneidad conductora atribuible a metalización. La segunda corresponde a una anomalía muy clara e intensa, observada en dos frecuencias, en un perfil situado a un km del anterior.

VIII.3 EL METODO SLINGRAM

VIII.3.1 Introducción

Los rasgos característicos de este método de calicateo electromagnético son el desplazamiento conjunto del emisor y del receptor, con separación mutua constante durante las mediciones, y la lectura directa de las componentes real e imaginaria del campo captado por la bobina exploradora.

Históricamente, el método Slingram deriva del compensador Sundberg (apartado VIII.4). Los primeros ensayos fueron realizados en 1937 por el Instituto Geológico de Suecia, utilizando como elemento emisor portátil una bobina horizontal de 1,5 m de diámetro. Este nuevo método quedaba comprendido en la patente del compensador, propiedad de la ABEM (patente que expiró en 1944) pero se estableció un acuerdo entre ambas entidades mediante el cual el referido Instituto podía emplear el nuevo método para su propio uso, mientras que la ABEM quedaba en libertad de fabricar y vender equipos basados en el nuevo principio.

El método Slingram recibe en la literatura diversos nombres como

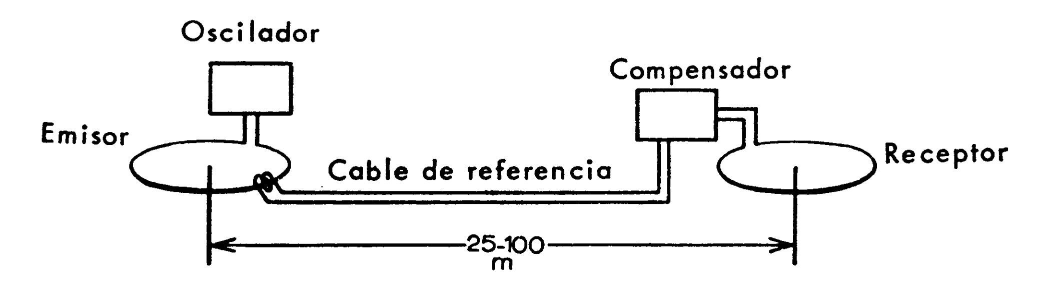


Fig. VIII-23. Esquema del dispositivo de medida en el método Slingram.

"método de la bobina horizontal" y "método de emisor y receptor móviles" los cuales, además de largos, son ambiguos, pues pueden aplicarse respectivamente a modalidades del Turam o del método de inclinación de campo. Por esta causa, se empleará la denominación original de Slingram, exenta de los inconvenientes mencionados.

En este método, el generador, muy ligero, es un oscilador conectado a la bobina emisora, transportado por la misma persona que esta. Una segunda lleva la bobina receptora y el instrumento de medida, el cual va unido por un cable al circuito emisor, a fin de obtener una tensión de referencia (figs. VIII-23 y VIII-24, en lámina aparte, la última).

VIII.3.2 Instrumental

Existen diferentes modelos de equipos Slingram disponibles comercialmente, fabricados por compañías suecas o canadienses.

En todos ellos, el oscilador, alimentado por pilas secas, es de potencia reducida (2 a 6 vatios), y su frecuencia varía, según los modelos, de 400 a 4000 Hz. Algunos equipos permiten el trabajo simultáneo en dos frecuencias fijas diferentes, una de ellas varias veces mayor que la otra. La bobina emisora puede ser en forma de anillo de unos 60 cm de diámetro, colgada de los hombros del operador correspondiente, o de cilindro alargado con núcleo de ferrita, colgado de la cintura, y en algún modelo, mantenido verticalmente a mano y apoyado en el suelo, por el operador. El peso del equipo emisor completo no suele exceder de 7 kgs.

El receptor consiste en una bobina de tipo semejante a la emisora, un amplificador, un puente compensador y un instrumento de cero (fig. VIII-26 en lámina aparte). Cuando la bobina es anular, va suspendida del mismo modo que la emisora; en algún modelo con núcleo de ferrita, la bobina es corta (unos 40 cm de longitud) y va sujeta a la caja de los circuitos de amplificación y medida.

El principio del funcionamiento del receptor se representa esquemáticamente en la fig. VIII-26. Una vez equilibrado el puente, lo que se consigue haciendo girar los dos potenciómetros de medida hasta que la señal de salida sea nula, la lectura en las dos escalas correspondientes indica los valores relativos, en tanto por ciento, de las partes real e imaginaria del campo captado por la bobina exploradora. Previamente se efectúa un calibrado o "puesta a cero", colocando las bobinas, a la distancia de trabajo, en un lugar de la zona que va a investigarse en el que no existan conductores en el subsuelo, y ajustando los mandos que a este efecto lleva el instrumento, hasta que la lectura sea igual a 100 en la escala de parte real y a cero en la de imaginaria.

Los equipos existentes pueden trabajar con distancias variables de modo continuo dentro de ciertos límites (por ejemplo de 15 a 90 m), o

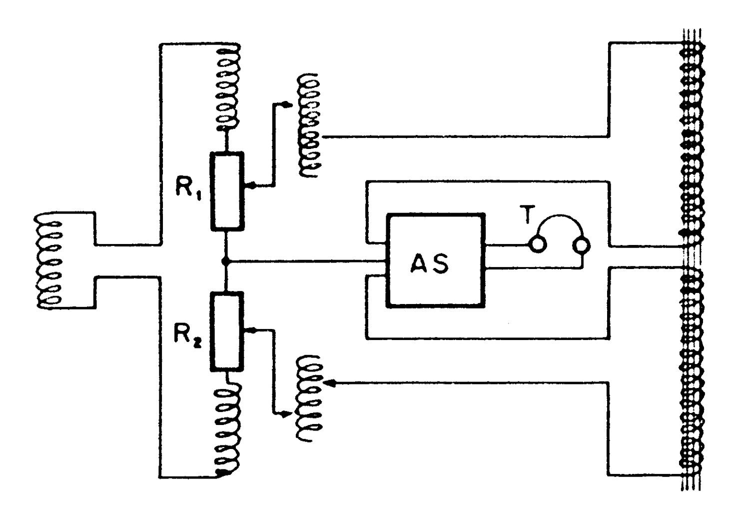


Fig. VIII-26. Esquema simplificado de los circuitos de un modelo de Slingram. La bobina pequeña de la izquierda toma inductivamente, de la bobina emisora, una señal de referencia que se compara con la señal captada por la bobina receptora (a la derecha) de la que se obtienen la componente real y la imaginaria. AS = Amplificador simétrico.

bien con dos o más distancias fijas. Algunos equipos pueden utilizarse también para mediciones de inclinación de campo, previa desconexión de las bobinas entre sí.

VIII.3.3 Trabajo de campo

Una vez efectuado el ajuste previo mencionado más arriba, pueden comenzarse las observaciones que, como en otros métodos, se efectúan sobre perfiles normales a la dimensión mayor prevista para los cuerpos buscados. La separación entre bobinas, que ha de permanecer fija durante la investigación, se escoge previamente. Aunque los perfiles pueden estaquillarse antes de las mediciones es usual no efectuarlo así, estableciendo las estaciones sobre la marcha. Para ello, el rumbo del perfil se determina mediante brújula, y la distancia entre estaciones, usando como cinta métrica el propio cable de conexión entre las bobinas. El *paso,* o distancia entre estaciones, debe ser igual a la separación entre bobinas, o a una fracción sencilla de ésta, como la mitad o la tercera parte.

La distancia entre perfiles varía, por regla general, entre 25 y 100 m, en dependencia del detalle de la investigación y del tamaño de los cuerpos buscados.

Al efectuar las mediciones debe ponerse gran cuidado en que la separación entre las bobinas sea la prevista, lo que suele procurarse cuidando de que el cable de conexión esté tenso. Por otra parte, la horizontalidad de las bobinas debe ser lo más exacta posible, por lo que debe prestarse la atención necesaria, mientras se efectúa la lectura, a los niveles de burbujas de que van provistas. La importancia de estas precauciones se deduce del apartado siguiente.

VIII.3.4 Errores de medición

Para la comparación correcta de las observaciones, es necesario que se hayan efectuado en condiciones idénticas, lo que exige la constancia de la separación entre bobinas, así como el que éstas se encuentren en el mismo plano.

Tratándose de bobinas horizontales, y en ausencia de conductores en el terreno, el campo primario en la bobina receptora vale

$$|\mathbf{B}| = \frac{100\, m}{R^3} (1 + 3 \cos^2 \theta)^{1/2} \qquad \text{(VII.51)}$$

Si las dos bobinas están en el mismo plano, $\theta = 0$, y siendo r la distancia entre bobinas, si al medir esta se comete un error Δr, el campo observado realmente será

$$B_z' = B_z + \Delta B_z = \frac{100\, m}{(r + \Delta r)^3} = \frac{100\, m}{r^3} \left(1 + \frac{\Delta r}{r}\right)^{-3} =$$

$$= B_z \left(1 - 3 \frac{\Delta r}{r} + \dots\right)$$

o sea que

$$\Delta B_z \simeq -B_z \frac{3\, \Delta r}{r}$$

y el error relativo valdrá

$$\varepsilon = \frac{\Delta B_z}{B_z} \simeq -3 \frac{\Delta r}{r} \qquad \text{(VIII.34)}$$

Por ejemplo, si la separación r entre bobinas elegida para el trabajo es de 25 m, y en una determinada estación la distancia real fuese 25 cm menor, lo que representa un error relativo del — 1 %, el del campo será 3 %, que no es admisible. Por esta causa, como se ha dicho más arriba, debe procurarse que la distancia entre bobinas se ajuste lo más exactamente posible a lo previsto.

Para resolver este problema, la Cía. Minera Boliden construyó un "Slingram de vara" ("beam slingram") en el que las bobinas estaban unidas por un tubo de aluminio. Aunque de este modo se consigue mantener fija la separación, esta no puede ser grande (sólo 8 m), y los resultados obtenidos no parecen compensar los inconvenientes. Entre estos debe figurar la dificultad de traslación en terrenos accidentados, a juzgar por las fotografías publicadas (PARASNIS, 1966).

Otra causa de ruido operacional radica en el error de orientación de las bobinas. Si la bobina emisora se encuentra en el mismo plano hori-

zontal que el centro de la receptora, pero el eje de ésta no es exactamente vertical, se produce un error, pues el campo captado no es B_z, sino $B_z \cos \alpha$, siendo α el error de orientación. Como éste no suele pasar de muy pocos grados, este error no es importante.

Más grave es el error que se produce cuando los operadores se encuentran sobre un declive. Si el ángulo de éste es θ y las bobinas se colocan horizontales, el campo en el receptor valdrá, según la segunda de las (VII.51)

$$B_z' = \frac{100\, m}{R^3} (3 \operatorname{sen}^2 \theta - 1) = B_z + \Delta B_z$$

mientras que, para el caso de hallarse las dos bobinas en el mismo plano horizontal, el campo observado sería

$$B_z = -\frac{100\, m}{R^3}$$

y por lo tanto, el error relativo vale

$$\varepsilon = \frac{\Delta B_z}{B_z} = 3 \operatorname{sen}^2 \theta \qquad \text{(VIII.35)}$$

Si, por ejemplo, las mediciones se efectúan sobre una ladera con 10° de pendiente, el error relativo será $\simeq 0{,}09$ o sea del 9 %. Para evitar estos errores, el procedimiento más usado es de colocar las bobinas en un mismo plano, paralelo al de la ladera, aunque también cabe operar con bobinas horizontales y aplicar la corrección correspondiente.

Obsérvese que los cálculos anteriores se refieren al campo primario, y por lo tanto, los errores sólo afectan a la componente en fase, y no a la imaginaria, debida exclusivamente al campo secundario. La influencia que los errores de separación y orientación ejercen en la medida del campo secundario no pueden evaluarse por medio de fórmulas generales, dada la diversidad de tales campos.

En lo anterior se ha supuesto implícitamente que tanto la bobina emisora como la receptora eran del tipo plano o de anillo. Cuando las bobinas son ferríticas, y por lo tanto, en forma de cilindro alargado, la condición de horizontalidad, que se refiere al plano de las espiras, es equivalente a la de verticalidad del eje del cilindro.

VIII.3.5 Aplicaciones. Ventajas e inconvenientes

La aplicación principal del método Slingram es la localización de metalizaciones conductoras. No obstante, el Slingram podría utilizarse, en cartografía geológica, para la obtención de curvas de resistividad aparente, siguiendo las ideas expuestas en el apartado VIII.5.5.

Comparando con los métodos de emisor fijo, como el Turam o el compensador Sundberg, el Slingram presenta la ventaja de no requerir el tendido previo del cable primario, con los inconvenientes que lleva consigo la independencia entre uno y otro circuito. Por esta causa, y la sencillez de la medición, su productividad en estaciones por día es mayor que en estos métodos.

Los inconvenientes principales del Slingram radican, por una parte, en la limitada precisión de las observaciones, debida a las causas de error tratadas en el apartado anterior, y por otra, en su menor capacidad para detectar cuerpos profundos, en comparación con los métodos citados más arriba, o dicho del modo tradicional, en su menor penetración.

Está muy extendida, incluso en autores muy competentes de quienes cabría esperar mayor sentido crítico, la idea de que la penetración en el Slingram es igual a la mitad de la distancia entre bobinas; como la mayoría de las reglas "de dedo" que se encuentran en la Prospección Geoeléctrica, esta norma no es correcta. En el caso del Slingram, y para un conductor en forma de lámina delgada de espesor s el monomio π_3 o factor de respuesta (apartado VII.7) toma la forma

$$\alpha = \omega \mu_0 \frac{s}{\rho} r = \omega \mu_0 S r \qquad \text{(VIII.36)}$$

donde r es la distancia entre bobinas. La respuesta del conductor es, pues, proporcional a la separación r, pero depende también de la frecuencia y de las características del conductor. Además, como ya se ha dicho, la detectabilidad de la anomalía producida por un cuerpo depende, entre otros factores, de la sensibilidad de los instrumentos, errores experimentales, ruido geológico, etc., por lo que reglas tan sencillas como la indicada no pueden tener validez.

Se deduce de lo anterior, sin embargo, que la respuesta de un conductor determinado, en igualdad de las demás condiciones, es proporcional a la distancia r. Por lo tanto, la posibilidad de detectar metalizaciones profundas (y al mismo tiempo, otras más superficiales) puede incrementarse aumentando dicha distancia. Esta, en la práctica, no puede ser superior a 100 m o poco más en el estado actual de la técnica, pues el campo decrece con el cubo de la separación entre bobinas, y no es medible con precisión más allá de la distancia indicada, a menos que se aumentase mucho la potencia del emisor, lo que no puede hacerse sin el consiguiente aumento de peso, que haría perder al sistema una de sus principales ventajas, que es la portabilidad de sus elementos. Habitualmente, el Slingram puede detectar metalizaciones situadas a profundidades de algunas decenas de m y raras veces pueden alcanzarse, aun en condiciones favorables (cuerpos horizontales) los situados a más de 100 m de profundidad.

Aunque en ciertos casos sería ventajoso emplear las bobinas en posiciones diferentes de la coplanar horizontal (por ejemplo, la coaxil o la ortogonal) no suele hacerse así, por la dificultad de orientar debidamente las bobinas.

Las diversas modalidades de Slingram aéreo se describen en el capítulo X.

VIII.3.6 Representación de las observaciones

Las lecturas efectuadas, corregidas si es necesario, se representan, como en otros métodos, en forma de curvas que indican la variación de las magnitudes observadas (componente real y componente imaginaria, en tanto por ciento) a lo largo de cada perfil.

También se utilizan a veces representaciones en planta como, por ejemplo, planos de líneas de igual valor de la componente imaginaria.

VIII.3.7 Anomalías

La forma típica de la anomalía producida por un cuerpo conductor es, en el Slingram, la indicada en la figura VIII-27. Según se ve en ella, la anomalía, tanto para la componente real como para la imaginaria, tiene la misma forma, y está constituida por un mínimo muy marcado, flanqueada por dos máximos más pequeños.

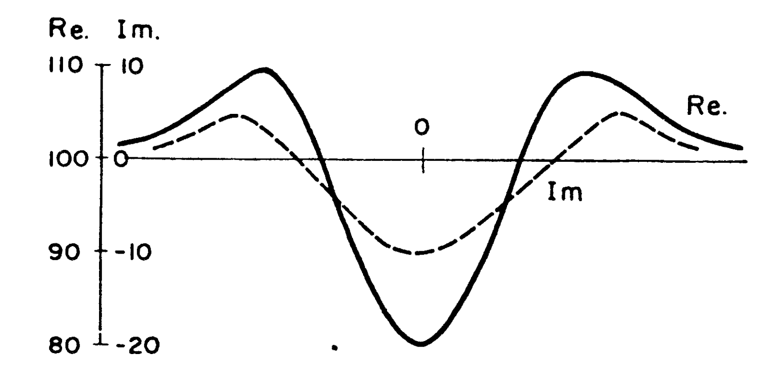


Fig. VIII-27. Anomalía típica de Slingram (bobinas horizontales) en perfil ortogonal a una lámina conductora vertical, situada bajo el punto 0.

La mayor complicación de las anomalías del Slingram respecto de las correspondientes a los métodos de emisor fijo, radica en que en estos se estudia un campo estacionario, mientras que en el primero, al pasar de cada estación a la siguiente, no sólo cambia el punto de observación, sino también el acoplo entre el emisor y el objetivo. No obstante, en la mayoría de los casos, incluso en presencia de roca de caja conductora, la forma de la anomalía no difiere esencialmente de la indicada.

Las anomalías de Slingram han sido estudiadas por diversos autores tanto teóricamente, como por medio de modelos. Entre ellos figuran KELLER y FRISKNECHT (1966), GRANT y WEST (1965), LOWRIE y WEST (1965), STRANGWAY (1966), SARMA y MARU (1971) y GAUR y VERMA (1971-3). WARD (1967) reproduce muchos ejemplos de curvas teóricas, para medio aislante.

En el trazado de curvas teóricas y fasores para Slingram resulta cómodo normalizar las longitudes, tomando como unidad de éstas la separación *r* entre bobinas. La forma usual de las curvas es la indicada en la figura VIII-27. En ella pueden considerarse, como factores para el diagnóstico, la distancia horizontal entre los "hombros" o máximos, que denominaremos *anchura,* y la amplitud, diferencia (o relación) entre los valores máximo y mínimo, así como la relación de amplitudes entre la anomalía real y la imaginaria. Puede utilizarse también un cuarto dato, que es la relación entre las dos áreas determinadas por los hombros y el eje de abscisas del diagrama. Este eje corresponde a la ordenada de anomalía nula, o sea al valor 100 para la componente real y al cero para la imaginaria. Los puntos en que la curva de anomalía corta a dicho eje, se denominarán *ceros.*

Las propiedades más importantes de las anomalías del Slingram *con bobinas horizontales,* según la literatura existente y en especial los trabajos y obras mencionados más arriba, se exponen a continuación.

a) Las curvas de anomalía en las componentes real e imaginaria observadas sobre una lámina conductora vertical, sumergida en un terreno aislante, tienen la forma general indicada en el comienzo de este apartado. Ambas curvas son simétricas, y sus ceros se producen en el momento en que una de las bobinas se encuentra en la vertical de la lámina (*). Las amplitudes disminuyen con el aumento de la profundidad de la lámina. Al crecer la conductancia *S* de ésta, aumenta la amplitud de las anomalías real e imaginaria, y cambia la relación entre ellas, sin modificación de forma. Estas amplitudes no dependen prácticamente de la corrida ni de la extensión en profundidad de la lámina, salvo cuando alguna de estas magnitudes es inferior a *r*. En tal caso las amplitudes decrecen rápidamente con ellas. Si la corrida y extensión de la lámina son $> 2r$ ésta produce el mismo efecto que si fuese infinita en ambas direcciones.

b) Si las condiciones son las mismas del párrafo *a*), salvo que la lámina conductora está inclinada, con su dirección de máxima pendiente paralela al perfil, vale lo dicho anteriormente, salvo que las curvas son asimétricas. No obstante, la asimetría es poco apreciable si el buzamiento

(*) En las mediciones de Slingram con bobinas horizontales, las lecturas no se alteran si se truecan las ubicaciones del emisor y del receptor. Esto resulta del hecho de que tales mediciones lo son en realidad de impedancias mutuas, y éstas cumplen la condición expresada por la igualdad $Z_{12} = Z_{21}$ (apartado I.22).

está comprendido entre 60° y 90°. La relación de áreas de los "hombros" puede utilizarse para la estimación del buzamiento; así el valor 0,3 corresponde a 60° y el de 0,1 a 35° (STRANGWAY, 1966). El lado hacia donde buza la lámina viene indicada por el "hombro" de mayor superficie, y por ser mayor la relación Re/I_m en la parte de la curva situada por debajo del eje de absicas. Además, los ceros de la curva se desplazan en el sentido del buzamiento. Al cambiar el valor de la conductancia de la lámina, se modifica algo la forma de la curva, lo que no ocurre, según se ha dicho, para capas verticales.

c) Si el perfil corta oblicuamente al rumbo de la lámina, disminuye la amplitud del mínimo y aumenta la de los "hombros" o máximos. En conjunto, la amplitud de la anomalía disminuye. Estos efectos son poco apreciables para ángulos entre perfil y lámina superiores a 45°, margen que aumenta para conductores profundos.

d) Cuando el cuerpo conductor no puede asimilarse a una lámina, por presentar anchura apreciable en la dirección del perfil, la forma de las curvas se altera. El mínimo de la componente real se ensancha, y el de la imaginaria se divide en dos. separados por un máximo; pero estos efectos disminuyen con el aumento de la profundidad del cuerpo y pueden reducirse a ensanchamiento de los mínimos (fig. VIII-28).

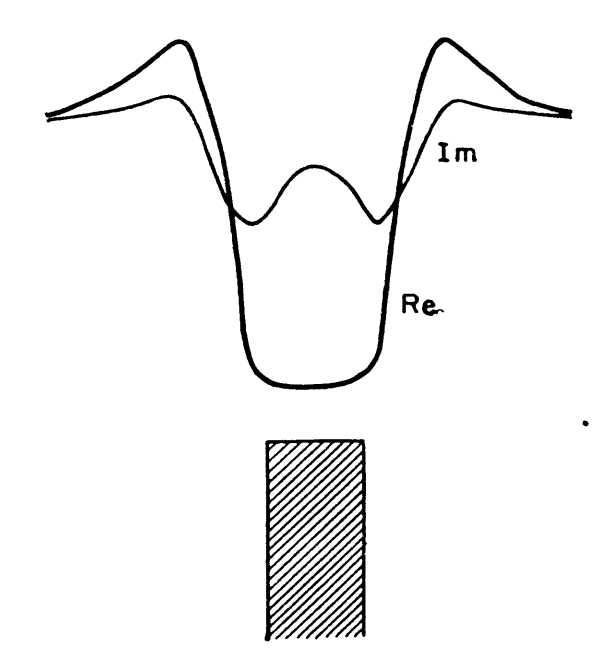


Fig. VIII-28. Anomalía de Slingram (bobinas horizontales) sobre cuerpo conductor ancho.

e) Las anomalías producidas por cuerpos conductores horizontales asimilables a láminas difieren de la forma típica ya considerada. Las curvas suelen presentar un máximo central, con dos mínimos laterales, cuyas intensidades relativas dependen de la profundidad (fig. VIII-29). Así,

si esta es pequeña en relación con *r*, los mínimos son poco visibles, en especial para la componente imaginaria.

f) Otra cuestión importante es el poder resolutivo del método, que puede estudiarse considerando la posibilidad de detectar independientemente cada una de dos láminas conductoras verticales y paralelas, próximas entre sí. Según resulta de los experimentos de Frischnecht y Mangan, comentados por Ward, la anomalía conjunta de las dos láminas es indistinguible de la que produciría una sola, siempre que su profundidad sea superior a la mitad de la distancia entre ellas. Cuando la profundidad es inferior a dicho valor relativo, la forma de la anomalía permite discernir que se trata de dos cuerpos. Al seguir creciendo la distancia entre las láminas con relación a la profundidad, la anomalía se separa en dos independientes.

No debe creerse que la anomalía resultante de las dos láminas pueda obtenerse por simple suma de las anomalías de cada una de ellas. Esto sólo puede ocurrir cuando la separación entre láminas es tan grande que el coeficiente de acoplo entre ellas pueda considerarse nulo, con lo que resultan dos anomalías independientes, o cuando las dos láminas forman una sola, pues entonces se suman sus factores de respuesta. En el caso general, a las corrientes inducidas en cada lámina por el emisor, debe añadirse la inducción de una lámina sobre otra, debido a estas mismas corrientes. Esta cuestión ha sido estudiada con algún detalle por Grant y West (1965, págs. 532 y sgs.).

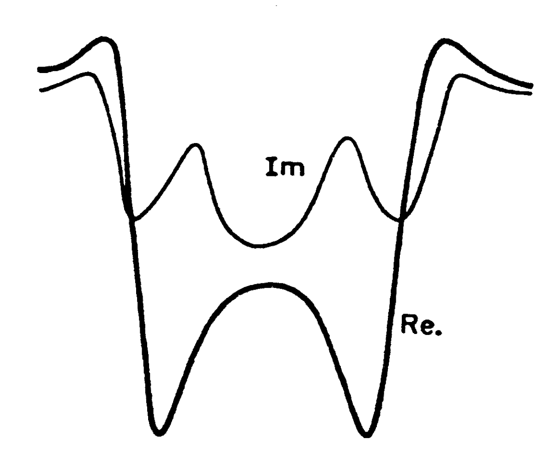


Fig. VIII-29. Anomalía de Slingram sobre lámina horizontal de anchura superior a la separación entre bobinas (horizontales).

g) En los párrafos anteriores no se ha tomado en cuenta el efecto de la conductividad del recubrimiento o de la roca ambiente. El primero ha sido investigado por Lowrie y West (1965) por medio de ensayos sobre modelos. El recubrimiento era representado por una lámina horizontal de aluminio, caracterizada por $\alpha_0 = \omega \mu_0 \sigma_0 s_0 r$ donde σ_0 y s_0 son respectivamente la conductividad y el espesor, y los demás símbolos tienen el significado habitual. La presencia del recubrimiento produce, en los

diagramas de fase, un giro del vector anómalo proporcional a α_0 sin cambio aparente en la amplitud para $\alpha_0 < 1$. El resultado de este giro, sobre las curvas de anomalía, es modificar las amplitudes relativas real e imaginaria. Para valores pequeños de α_0 la anomalía real crece, mientras que disminuye para valores grandes. La anomalía de la componente imaginaria cambia de forma para valores grandes de α_0, con un máximo central y dos mínimos laterales. Debe tenerse en cuenta que estos resultados suponen que no hay contacto galvánico entre el objetivo y el recubrimiento.

h) El efecto de la conductividad de la roca de caja es semejante al del recubrimiento, en el sentido de que también produce un giro del vector anómalo. La amplitud de la anomalía puede ser mayor o menor según los casos, que cuando la roca es aislante, de acuerdo con lo dicho en el apartado VII.

Estos resultados se deben a SARMA y MARU (1971). Véase también GAUR y VERMA (1971-73).

VIII.3.8 Interpretación

La interpretación cualitativa de las curvas Slingram se efectúan separando las anomalías que parecen significativas, determinando sus centros, y llevando estos al mapa de trabajo. Luego se unen las anomalías homólogas de perfiles contiguos, con lo que se determinan el rumbo y la corrida de cada cuerpo conductor detectado.

La forma de las curvas de anomalía permite averiguar si el cuerpo que las produce es asimilable a una lámina inclinada, a un cuerpo ancho, etc.

A la interpretación cuantitativa corresponde el determinar la posición exacta de los cuerpos, su buzamiento, anchura, profundidad y factor de inducción. La primera se establece, si el cuerpo es delgado, bajo el mínimo de la curva de anomalía, y si es ancho, sus dos bordes corresponden a sendos mínimos de ella. En el caso de que la curva no sea simétrica, el cuerpo no es vertical, y la dirección de su buzamiento se determina según lo dicho en el párrafo b) del apartado anterior. En tal caso, la situación del cuerpo debe corregirse, desplazándola en sentido opuesto al buzamiento. El valor de este puede determinarse aproximadamente por la relación entre las áreas determinadas por los "hombros" de la anomalía y el eje de abscisas, según lo dicho en el párrafo mencionado.

Si la anchura del cuerpo es mayor que la profundidad de su techo, puede determinarse aproximadamente, restando r de la distancia horizontal entre los ceros.

La profundidad y factor de inducción de cuerpos delgados puede determinarse, en principio, si se dispone de un juego de fasores, calcula-

dos para diversos buzamientos. En la figura VIII-30 se reproduce uno de tales diagramas, para el caso de lámina vertical. STRANGWAY (1966) describe el modo de proceder. Primeramente se estima el buzamiento por medio de un gráfico que relaciona éste con la relación de áreas de los "hombros". Se busca entonces el fasor correspondiente, y en él se marca el punto cuyas coordenadas corresponden a la anomalía máxima. Los parámetros de las curvas que se cortan en dicho punto determinan la profundidad y el factor de inducción (apartado VII.8).

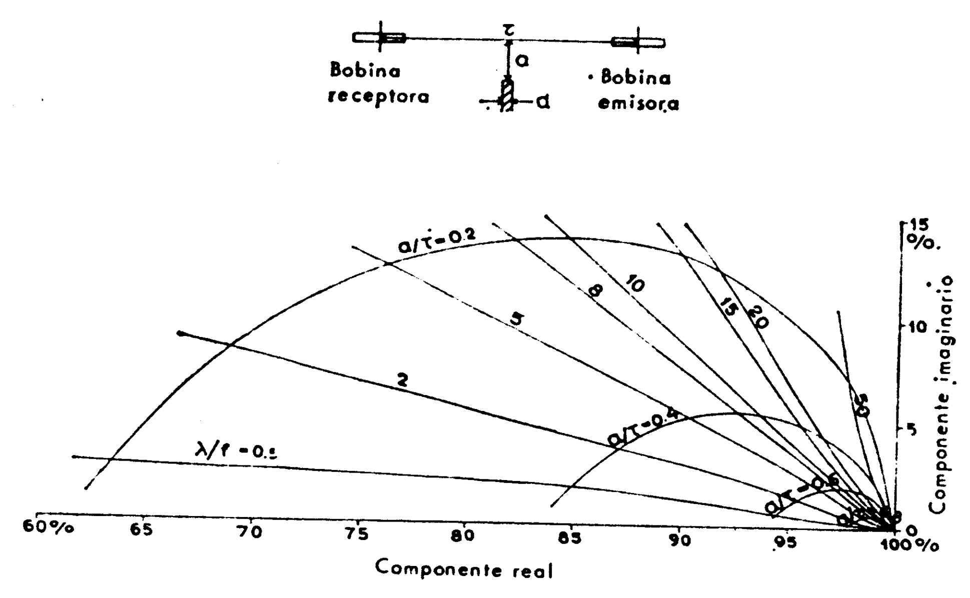


Fig. VIII-30. Fasor para Slingram. Longitudes en m y resistividades en Ω —m. $\lambda f^{-1} = 10^7 \rho (\nu d\tau)^{-1}$; $\tau = 100$ f. Según HEDSTRÖM y PARASNIS. (Cortesía de la EAEG.)

Sin embargo, el método descrito adolece del grave inconveniente de que los fasores aludidos no tienen en cuenta el efecto del recubrimiento ni el de la roca de caja, por lo que los resultados obtenidos no serán correctos en general. Será preciso, pues, disponer de un juego de fasores relativamente completo, con inclusión de tales efectos. Aun así, habrá de disponerse de información suplementaria sobre las características de la roca de caja y del recubrimiento. En este método, como en otros de CEM, se pasa ahora por una fase de transición, en la que se conoce la insuficiencia de la teoría clásica, pero la moderna, más perfecta, aun no se ha desarrollado por completo, especialmente en sus consecuencias prácticas.

En las dos obras de Parasnis publicadas por Paraninfo se encuentran varios ejemplos prácticos de la aplicación de este método.

VIII.4 EL METODO DE SUNDBERG

En el método de Sundberg, también llamado *del compensador*, se miden, de modo semi-absoluto, las partes real e imaginaria de cualquier

componente espacial del campo magnético variable producido por un cable recto con sus extremos puestos a tierra o por un cuadro horizontal. El carácter semi-absoluto de la medición radica en que sus resultados se expresan en relación con la intensidad de corriente en el circuito primario, por lo que vienen dadas, en su forma clásica, en micro-gauss por amperio. Para seguir el SI conviene utilizar como unidad la gamma/amperio, diez veces mayor que la citada.

Este método, debido al sueco Karl SUNDBERG (1931) se utiliza poco ahora, salvo quizá en los países escandinavos, y ninguna empresa entre las dedicadas a la construcción de instrumental geofísico, lo fabrica en la actualidad. La compañía ABEM, que ofrecía un modelo, ha dejado de construirlo, según parece. No obstante, es un procedimiento que merece ser estudiado por su interés teórico y posibilidades (*). Además de su aplicación principal en la búsqueda de yacimientos mineros conductores, se empleó en tiempos en estudios tectónicos para la búsqueda de petróleo, y en investigaciones de cuencas carboníferas.

El dispositivo de campo se ilustra en la figura VIII-10 y consta de los siguientes elementos:

a) Un cable primario recto, de 500 a 5000 m de longitud (o más) con sus extremos a tierra, que puede sustituirse por un cuadro aislado, como los empleados en el Turam.

b) Un alternador de baja frecuencia (25 a 1000 Hz) movido por un motor de gasolina, y conectado al cable primario.

c) Una bobina de referencia, horizontal, con una hendidura longitudinal para el paso del cable primario, y varios centenares de espiras. La finalidad de esta bobina, tradicionalmente conocida como *bobina alimentadora* es proporcionar una tensión de referencia, que es la inducida en ella por la corriente primaria.

d) Una bobina exploradora, de varios millares de espiras, montada sobre un trípode, que puede orientarse adecuadamente para la medición de la componente vertical u horizontal del campo creado por el cable primario y modificado por el subsuelo y sus heterogeneidades.

e) Cables de conexión, que unen ambas bobinas a

f) Un puente de medición, que compara en amplitud y fase las tensiones inducidas en las bobinas. Este circuito o *compensador,* al que debe el método su nombre, es en realidad un *compensador de Larsen,* y sus elementos esenciales son una resistencia variable (de hilo de cobre) para la compensación de la parte real, y de un variómetro para la imaginaria

(*) En la apreciación de este método por parte del autor entra quizá, como factor subjetivo, el hecho de que fuese el primer método que empleó, en los comienzos de su vida profesional.

(fig. VIII-31). La posición de equilibrio del puente se aprecia en unos teléfonos, acoplados a aquél a través de un amplificador de alta ganancia.

El punto débil del sistema radica en el cable que une eléctricamente la bobina alimentadora con el compensador. Este cable ha de ser apantallado, lo que lo hace pesado y rígido, dificultando su transporte e instalación. Por otra parte, la rotura de alguno de los dos conductores internos es de reparación complicada, por la dificultad de localizarla bajo el apantallamiento. Estos inconvenientes han sido salvados en el método de *radio-referencia,* debido al Instituto Geológico Sueco, en el que la señal de referencia se envía desde el primario al compensador como modulación de una onda de frecuencia ultraelevada. Mediante este procedimiento pueden efectuarse observaciones a varios km de distancia del cable primario.

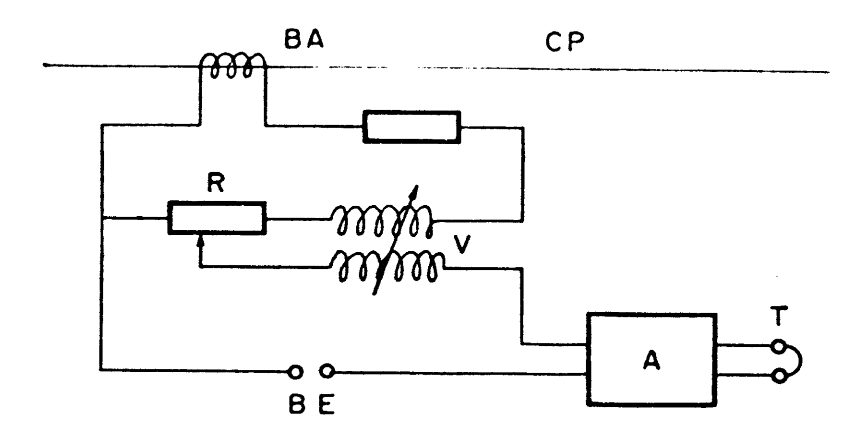


Fig. VIII-31. Circuito de principio del compensador de Sundberg (Larsen).

Cuando este método se emplea en prospección minera, las observaciones se efectúan sobre perfiles perpendiculares al cable, sobre estaciones igualmente espaciadas entre sí (20 ó 25 m por ejemplo). Sus resultados se expresan en forma de curvas que representan la variación de las componentes real e imaginaria de la componente espacial estudiada. Sobre el cálculo de anomalías teóricas y la interpretación de las observadas, vale todo lo dicho para el Turam, ya que ambos métodos son equivalentes matemáticamente, salvo en que los datos de Turam son relativos, y los de compensador, semiabsolutos.

La figura VIII-32 reproduce un ejemplo de anomalía de compensador Sundberg, obtenida sobre un estrato de pizarras grafitosas, el cual se ha tomado de la obra de Parasnis *Geofísica Minera* (*).

(*) Versión española de Editorial Paraninfo.

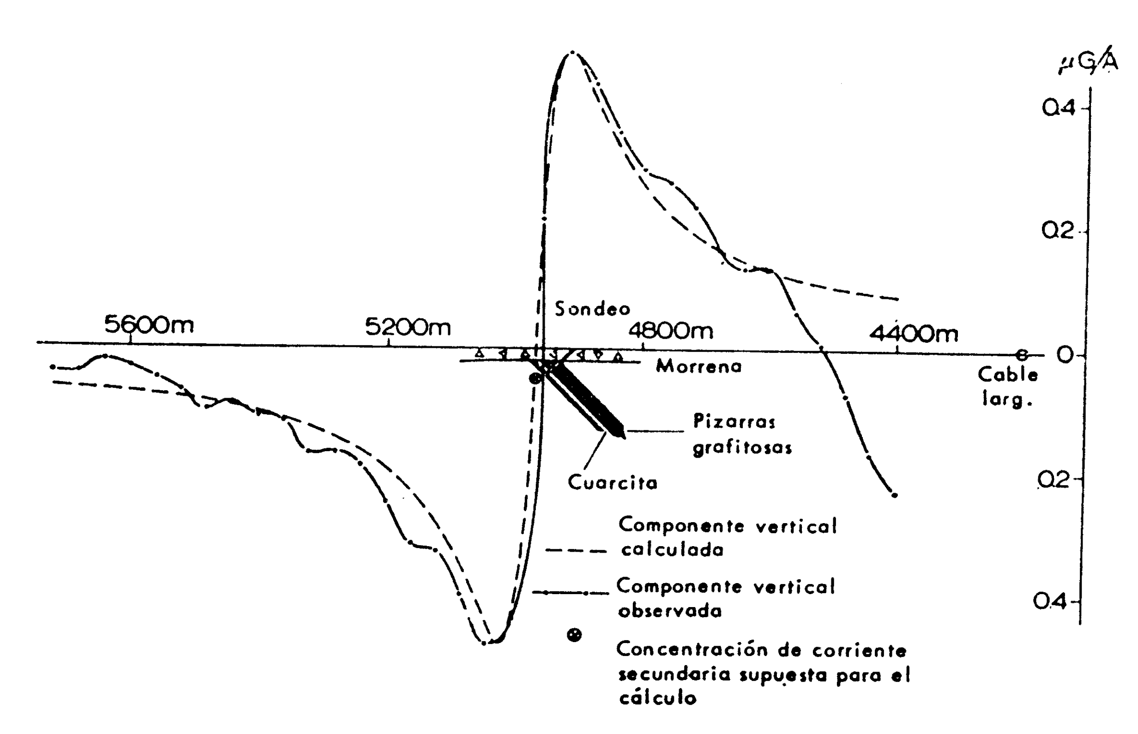


Fig. VIII-32. Curva de componente real obtenida mediante compensador Sundberg sobre un estrato de pizarras grafitosas en Mossatjarn, norte de Suecia. Según PARASNIS.

En algunas ocasiones, el circuito es un bucle o cuadro horizontal de cable de grandes dimensiones, en cuyo interior se trabaja. En tal caso, la anomalía de un cuerpo conductor suele consistir en un mínimo en el módulo del campo vertical, y dos máximos con un mínimo intermedio para el de la horizontal.

La aplicación del compensador Sundberg a las investigaciones tectónicas sólo será considerada en sus rasgos generales, dado que actualmente no se usa, si bien no parece conveniente prescindir de ella por completo, dado su interés teórico.

La idea básica consistía en la hipótesis de que en el subsuelo existe una capa conductora horizontal que modifica el campo producido por el emisor, que es un cable largo horizontal. Las componentes del campo resultante, en módulo y fase, se calculaban por medio de una teoría debida al matemático italiano Tulio Levi-Civita y se representaban gráficamente en diagramas fasores, de los que el reproducido en la figura VII-7 es un ejemplo. Cada uno de estos diagramas corresponde a una componente espacial, y a una distancia determinada entre el punto de observación y el cable. Esta solía ser de 50, 100, 150 ó 200 m, de acuerdo con las longitudes del cable de conexión con la bobina de referencia.

Los datos de una sola observación servían para determinar la profundidad y factor de inducción de la lámina. Aunque esta se suponía, a efectos de cálculo, como lateralmente ilimitada, la mayor parte de su influjo

sobre el campo se debe a la zona más próxima al cable y al receptor. Por lo tanto, al aplicar el método a lo largo de un perfil paralelo al cable, sobre un corte plegado suavemente, en el que existe una capa delgada más conductora que el resto del corte, las profundidades obtenidas del modo arriba indicado señalarán la marcha de la referida capa, que actuará como estrato-guía.

La restricción de "delgadez" de la capa quiere decir que su espesor es inferior a la penetración nominal en un medio homogéneo con la misma resistividad de la capa para la frecuencia del emisor, aunque a veces se toma como límite un valor algo más pequeño, e incluso se ha indicado (Keller y Frischknecht) que deben tenerse en cuenta también la profundidad de la capa y la distancia emisor-receptor. Dichas limitaciones no afectan al método, sin embargo, sino a las fórmulas empleadas. Aplicando otras pudieron calcularse fasores para capas "gruesas".

El método es también aplicable a cortes más complejos, compuestos por varias capas conductoras. El método utilizado por Sundberg y Hedstrom para el cálculo de los fasores correspondientes es muy ingenioso, y merece ser descrito. El campo secundario producido por dos capas puede descomponerse en tres partes, que corresponden respectivamente al campo debido a cada una de ellas por separado, más el originado por la interacción entre ambas. Las dos primeras pueden obtenerse directamente por medio de los fasores ya calculados. La tercera, que es la que presenta alguna dificultad, se determina según el razonamiento que sigue. El campo magnético es aproximadamente uniforme debajo de una capa conductora, según puede demostrarse, y comprobarse por medio de modelos. Por lo tanto, el campo de la capa más profunda, de cota z_2 (fig. VIII-33), no cambiará si se modifica la profundidad de la primera capa, desplazándola hacia abajo hasta dicha cota z_2. Al estar las dos unidas, al conjunto le corresponderá el factor de inducción $p_1 + p_2$, suma de los de cada una de las capas. El campo correspondiente a esta capa conjunta se determina por medio del fasor de una capa. Restándole el campo correspondiente

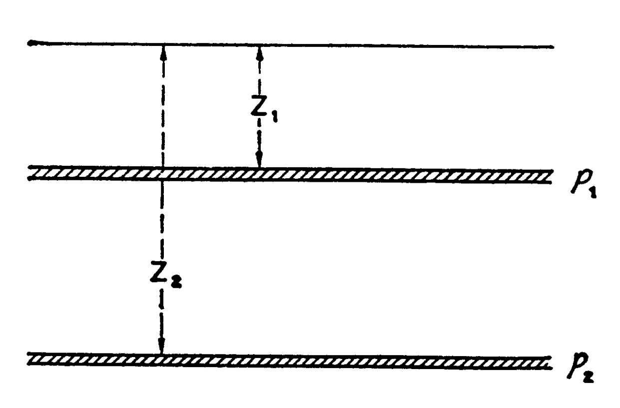


Fig. VIII-33. Para ilustrar la aplicación del método de Sundberg a problemas tectónicos.

a una capa de factor p_1 situado a la profundidad z_2 se tendrá el campo de la segunda capa más el debido a la interacción. Sumando a este resultado el campo de la primera capa sola a su profundidad verdadera z_1, está resuelto el problema. Este método, que sólo exige disponer fasores para una sola capa, puede extenderse a casos de tres o más capas. En la interpretación se sigue un proceso inverso, pero, al ser mayor el número de incógnitas, hay que aumentar el de datos, trabajando con dos frecuencias y efectuando obsarvaciones a varias distancias del cable.

La casa ABEM, usuaria del método, disponía, en el decenio de los años cuarenta, de una amplia colección de fasores que, salvo unos cuantos ejemplos, permanece inédita. Tampoco parece haber sido publicado nada acerca del método de "diferencia de frecuencias", en el que se empleaban dos (25 y 100 Hz, por ejemplo) y fasores especiales.

Más información sobre el método de Sundberg puede encontrarse en SUNDBERG y HEDSTRÖM (1934), FOCKEN (1937) y HEILAND (1946).

VIII.5 OTROS METODOS

Los métodos de CEM terrestres descritos en los apartados anteriores son los más importantes, bien por su amplio uso, bien por su teoría. Existen además otros métodos, no carentes de interés, que pueden ser muy útiles en ciertos casos. A continuación se describen las características principales de algunos de estos métodos. No es difícil imaginar otros nuevos, dada la gran variedad de emisores aplicables y el elevado número de componentes espaciales y temporales que pueden ser medidas. Quiere esto decir que hay en las CEM posibilidades aún no aprovechadas.

VIII.5.1 Método de la amplitud de la componente vertical

Este sistema, muy simple de concepto, instrumental, y trabajo de campo, es de origen soviético. Como emisor suele utilizarse un cuadro rectangular o bucle, como los empleados en el Turam, aunque también podría utilizarse un cable recto largo con sus extremos a tierra. Uno u otro son excitados por un generador de audiofrecuencia, como los aplicados en otros métodos de CEM.

El receptor consta simplemente de una bobina anular, provista de un nivel que permite colocarla con cierta exactitud en posición horizontal, y un milivoltímetro electrónico para tensiones alternas, acoplado a la salida de aquélla.

Las mediciones se efectúan sobre una serie de perfiles paralelos, del mismo modo que en otros métodos, y consisten sencillamente en leer el milivoltímetro, una vez colocada horizontalmente la bobina. La tensión

leída será proporcional al campo B_z captado por ésta. Dicha tensión puede tomarse directamente como medida del campo B_z siempre que la intensidad del emisor sea constante, para lo que puede emplearse un estabilizador. También cabría reducir las lecturas a una intensidad única, por ejemplo un A, si se conoce la intensidad I del emisor en el momento de cada observación. No es difícil, por otra parte, determinar B_z a partir de la tensión U leída en el milivoltímetro, sea por medio de la determinación de la constante de calibrado de la bobina por medición de un campo conocido, según recomiendan los autores soviéticos, sea por cálculo de esta constante.

Para efectuar éste, basta tener en cuenta que la tensión de salida en la bobina vale

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = -nS\frac{dB_z}{dt} = -nS\frac{d}{dt}B_{z0}\,e^{-i\omega t} = in\omega SB_z \qquad \text{(VIII.37)}$$

por lo que la constante de calibrado vale $n\omega S$. En esta fórmula son, n el número de espiras, ω la frecuencia angular, S la superficie de la bobina, y Φ el flujo recibido por ésta.

Los valores de B_z observados se representan en forma de curvas, que muestran su variación a lo largo de cada perfil. La figura VIII-34 reproduce un ejemplo, tomado de Yakubovskiy-Liakhov. Se observa en ella una anomalía en forma de mínimo, que se atribuye a una metalización, situada bajo la estaca 35, y próxima a una de las perforaciones. La metalización ubicada a la derecha no produce anomalía, probablemente por el efecto de pantalla causado por la primera metalización.

Es aconsejable no efectuar lecturas a poca distancia del emisor, pues la rápida variación del campo hace insegura la interpretación.

El método descrito se utiliza para cartografía geológica y para la detección de metalizaciones conductoras. La ausencia de mediciones de fase no lo hace apto para la localización de conductores mediocres.

VIII.5.2 Método del cuerpo cargado

El método del cuerpo cargado, descrito en PGI (apartado VIII.4 y siguientes) en su aplicación con corriente continua, puede transformarse en método de campo variable si la corriente de excitación es alterna, y se estudia el campo así creado por medio de bobinas exploradoras. El dispositivo receptor puede corresponder a cualquiera de los procedimientos ya descritos, como el de inclinación de campo, Turam, etc.

Astier (1971) describe una aplicación del Turam para la detección de galerías llenas de agua, efectuada en esta modalidad del cuerpo cargado. En Braekken (1861) se encuentran algunos resultados obtenidos

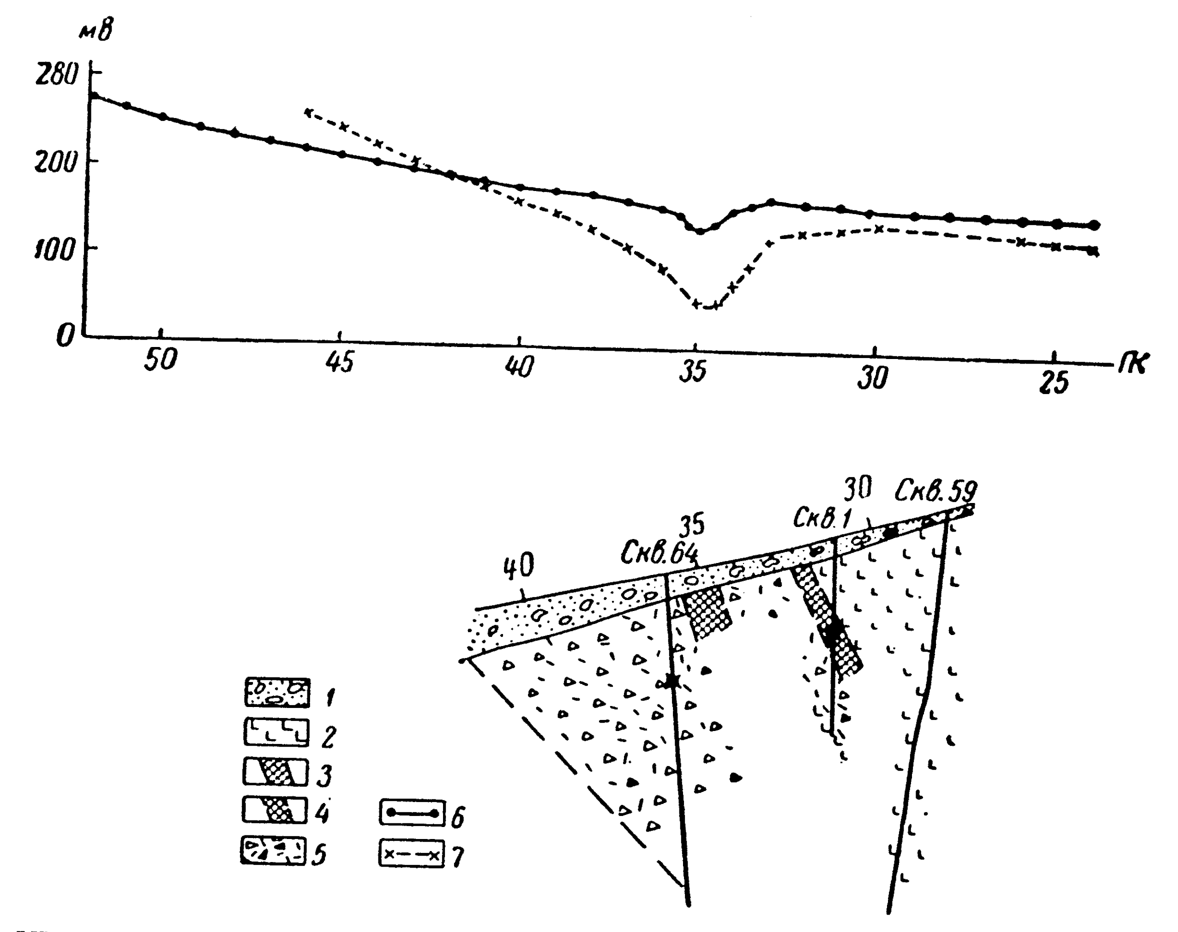


Fig. VIII-34. Curvas de amplitud de la componente vertical. 1, Recubrimiento. 2, Espilitas. 3 y 4, Pirita en masa. 5, Curva para 500 Hz. 6, Curva para 2000 Hz. Según YAKUBOVSKY-LIAKHOV.

en la detección de metalizaciones profundas (más de 500 m) por el empleo del método de Sundberg con excitación por "cuerpo cargado".

VIII.5.3 Calicatas electromagnéticas circulares

Estas calicatas tienen por objeto determinar la ubicación de las concentraciones de corriente, inductivas o galvánicas, debidas a zonas o cuerpos buenos conductores, y se basan en la falta de simetría axil respecto del emisor que en el campo de éste produce la presencia de tales heterogeneidades. Las modalidades de este método empleadas hasta ahora son dos, la primera de aplicación galvánica, e inductiva la segunda.

a) *Método de Enslin.*

La finalidad de este procedimiento prospectivo (ENSLIN, 1955), es la detección de fallas, fracturas y otras estructuras lineales semejantes, siempre que sean mucho más conductoras que la roca de caja.

El fundamento del método es que la corriente que penetra en el terreno a través de un tomatierras, se distribuye alrededor de éste con simetría radial, en condiciones de homogeneidad lateral, pero si existen estructuras conductoras, la corriente será más intensa a lo largo de éstas, con el consiguiente aumento del campo magnético observado sobre ellas. (Véase PGI, apartado IV.12.3).

El "modus operandi" es como sigue (fig. VIII-35). Se instala una toma de tierra del modo usual, y se la une con un cable a otro tomatierras alejado o electrodo "de infinito". Ambos se alimentan a través del cable, con una tensión alterna del orden de un amperio, y cuya frecuencia es de algunos centenares de ciclos. El aparato receptor es análogo al descrito en el apartado 5.1 de este capítulo, con la diferencia de que la bobina se coloca en un plano vertical, y lleva una alidada para orientarla de modo que dicho plano pase por el tomatierras, donde se coloca una banderola. Para cada posición del tomatierras se efectúan dos series de mediciones a intervalos iguales sobre sendas circunferencias de 50 y 100 m. de radio con centro en el tomatierras (fig. VIII-35). A fin de poder comparar entre sí las lecturas, la corriente debe ser constante durante la medición, para lo que se emplea un estabilizador.

Dada la posición de la bobina exploradora, la tensión de salida de ésta es proporcional a la componente tangencial B_ψ del campo magnético producido por la corriente que recorre el terreno después de entrar por el tomatierras próximo.

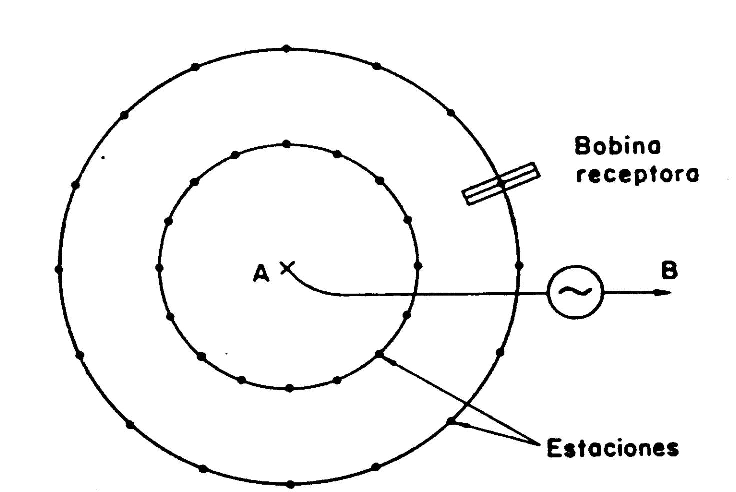


Fig. VIII-35. Dispositivo de Enslin para la detección de zonas conductoras lineales.

Si los resultados obtenidos para cada una de las circunferencias se llevan a un gráfico, éste será una línea horizontal si el terreno es homogéneo, mientras que la presencia de un máximo señalará la de una concentración de corriente debajo de él (fig. VIII-36) Si la heterogeneidad que produce esta concentración no es vertical, sino por ejemplo una falla in-

clinada, la curva del gráfico será asimétrica, lo que permite detectar hacia qué lado buza.

Las mismas operaciones se repiten después de desplazar el tomatierras una distancia de 250 m, por ejemplo, respecto de su posición inicial, y así sucesivamente. Las trazas de los cuerpos conductores buscados, materializados por las concentraciones o "ejes de corriente", se obtienen uniendo entre sí en el plano las ubicaciones de las diversas anomalías halladas. Cabe proceder de otro modo, que consiste en que una vez localizada una anomalía, la situación siguiente del tomatierras se establece sobre ella, con lo que la corriente irá canalizada desde su origen por la heterogeneidad conductora. Por esta causa, las anomalías serán más intensas que en el método primeramente descrito. Se procede repetidamente de la misma manera hasta explorar la heterogeneidad en toda su longitud.

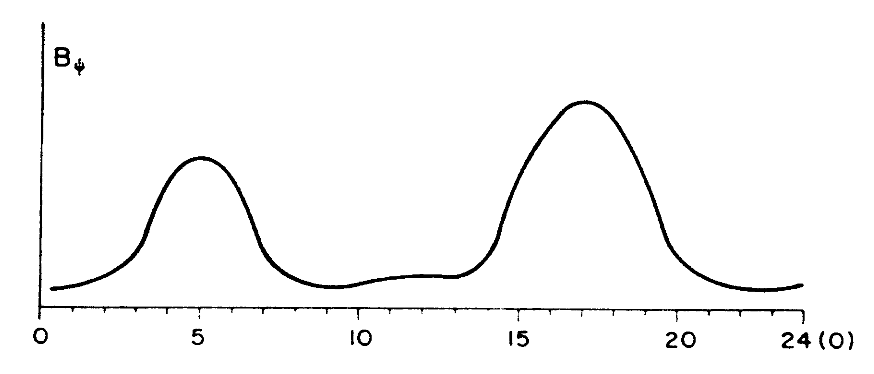


Fig. VIII-36. Aspecto de las curvas de campo magnético tangencial B_ψ que se obtienen por el método de Enslin. Una falla o zona conductora vertical cruza por debajo de las estaciones 5 y 17.

El método de Enslin ha sido empleado con éxito por su autor en Africa del Sur.

b) *Método inductivo.*

Los autores soviéticos, como YAKUBOSKIY y LIAKHOV (1964), describen un método de CEM circular, semejante al de Enslin, y con las mismas aplicaciones que éste, pero puramente inductivo.

El emisor está constituido por una bobina vertical giratoria, mientras que la bobina exploradora, además de girar del mismo modo, puede colocarse en posición horizontal. Las sucesivas estaciones de la bobina exploradora, para una misma ubicación del emisor, se distribuyen sobre una circunferencia centrada en el emisor con radio de 50 a 150 m. Su número suele ser de doce, aunque, en trabajos de detalle, esta cifra puede duplicarse y aun triplicarse (fig. VIII-37).

En cada estación, el plano de la bobina emisora se orienta hacia el

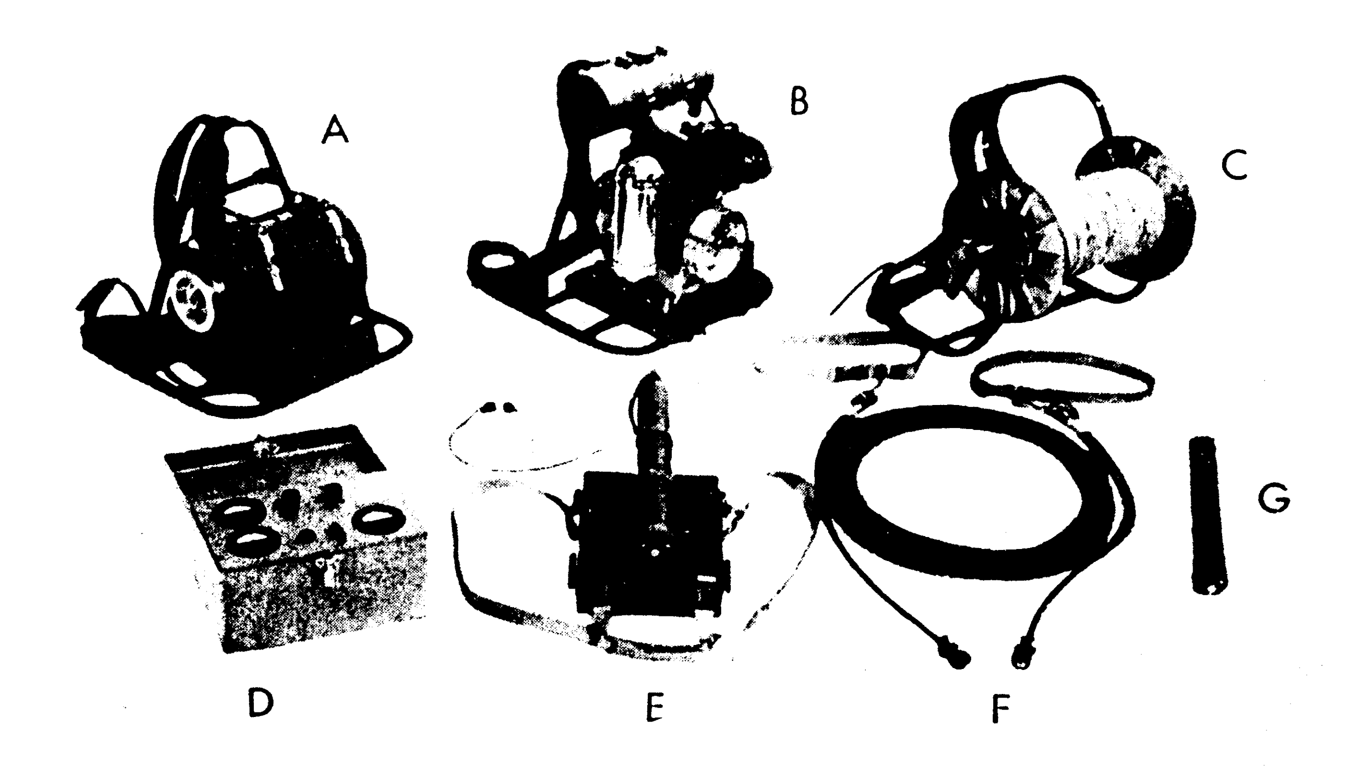


Fig. VIII-12.—Equipo Turam ABEM modelo TS. *A*, alternador de imanes permanentes, de 220 y 660 Hz; *B*, motor de explosión; *C*, carrete para el tendido de cable; *D*, caja de control del generador; *E*, unidad de compensación y amplificación, con bobina cilíndrica adosada y teléfonos; *F*, cables de conexión entre bobinas y compensador; *G*, segunda bobina receptora ("chuzo"). (Cortesía de Atlas Copco ABEM)

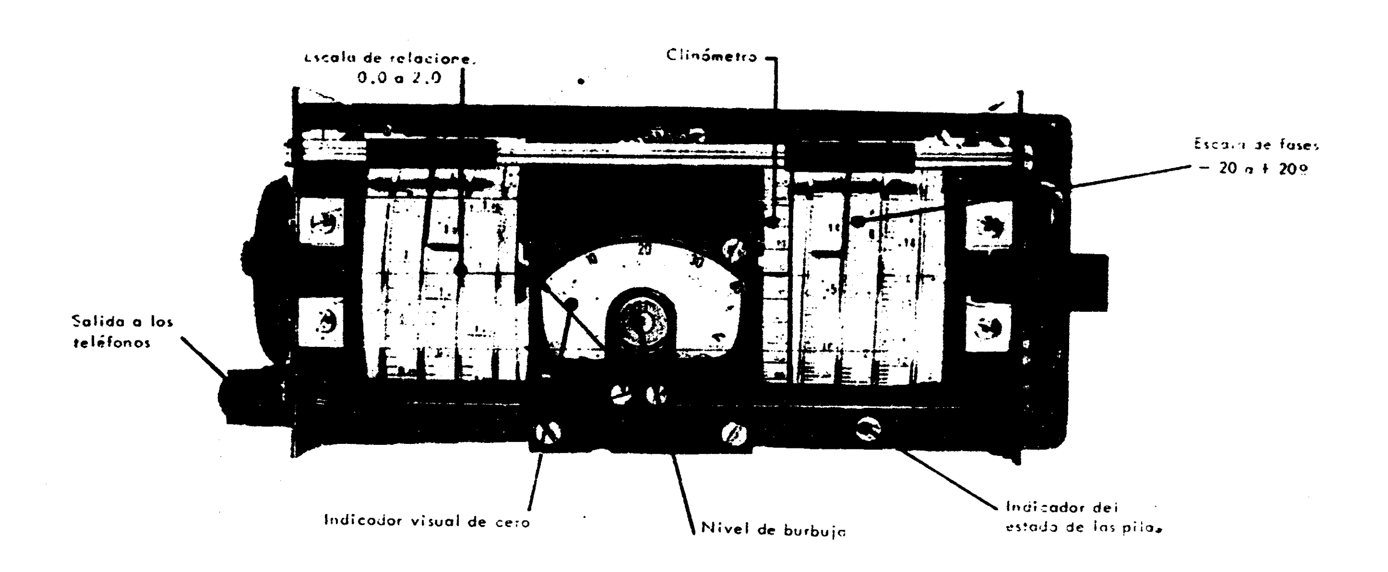


Fig. VIII-13.—Panel de lectura en el Turam TS. (Cortesía de Atlas Copco ABEM)



Fig. VIII-24.—Trabajo de campo con un equipo Slingram ABEM modelo 35/88 ("fusil electromagnético"). El receptor es el aparato situado en primer término. (Cortesía Atlas Copco ABEM)

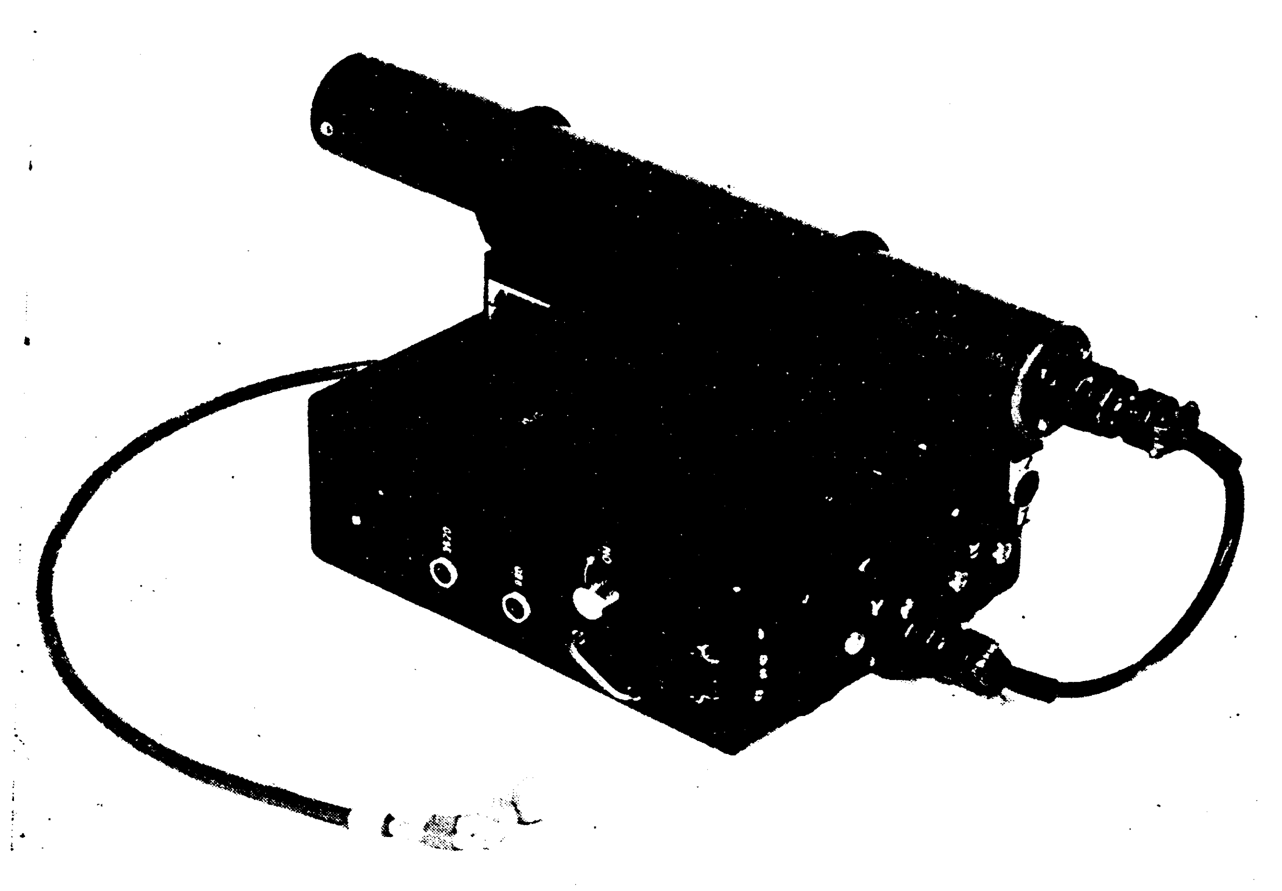


Fig. VIII-25.—Puente compensador y bobina ferrítica receptora modelo ABEM 35/88. (Cortesía de Atlas Copco ABEM)

centro de la receptora, se hace girar esta última alrededor de su eje vertical, hasta obtener la posición de mínimo, y se anota el ángulo α correspondiente, tomando como origen el plano del emisor, atribuyéndole signo del modo indicado en la figura. Luego se coloca la bobina exploradora en posición horizontal, y se mide B_z.

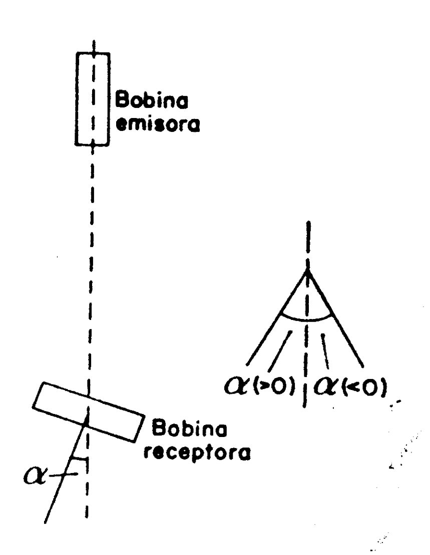


Fig. VIII-37. Método de la bobina giratoria. La bobina receptora o exploradora se hace girar alrededor de un eje vertical, hasta encontrar un mínimo. En la figura, a la derecha, se indica la convención de signos que se aplica al ángulo medido.

La presencia de una concentración de corriente se manifiesta por anomalías en el ángulo α, que debe ser cero en terreno homogéneo, pero no se consideran significativos los valores de α inferiores a $\pm 2°$. Sobre el eje de corriente, α cambia de signo, mientras que B_z pasa por un mínimo, acompañado por dos máximos laterales.

Por lo demás, se procede de modo análogo al indicado para el método de Enslin.

VIII.5.4 Método de las bobinas ortogonales

Se debe este procedimiento prospectivo al noruego BRAEKKEN (1964). El emisor es una bobina plana horizontal de una sola espira, alimentada por un oscilador con 2 vatios de salida y frecuencia de 2600 Hz. El receptor consta de dos bobinas análogas, ortogonales (fig. VIII-38), una de las cuales se coloca horizontalmente, en el mismo plano de la bobina

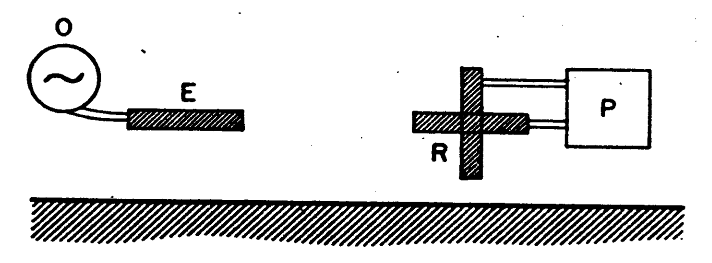


Fig. VIII-38. Método de Braekken. O, oscilador. E = emisor. R, bobinas ortogonales. P, puente compensador.

emisora, y la otra verticalmente. El puente de medida, cuya salida va acoplada a un amplificador y unos teléfonos, determina, una vez equilibrado, la relación compleja B_y/B_z medida en tanto por ciento.

Las mediciones se pueden efectuar de diferentes modos, moviendo juntamente emisor y receptor con separación fija en la modalidad "en fila" o en la "de frente", o bien manteniendo fijo el emisor, y desplazando el receptor sobre el perfil. El receptor suele orientarse hacia el emisor, pero también cabe efectuar las mediciones en dos azimutes perpendiculares. Cuando la superficie del terreno no es horizontal, el conjunto de las bobinas receptoras debe girarse un ángulo adecuado para compensar la diferencia de nivel entre emisor y receptor.

El autor, en su descripción del método, supone que el terreno es aislante, por lo que la lectura normal es cero, salvo en la proximidad de heterogeneidades conductoras. En general no ocurrirá esto, con excepción de zonas de rocas muy resistivas, y la lectura no será nula. Las anomalías tienen forma más bien complicada. BOSSCHART (1967) considera que este método es adecuado para trabajos de detalle, y no para investigaciones sistemáticas generales.

Los geofísicos soviéticos emplean un sistema de CEM con bobinas ortogonales que presenta algunas semejanzas con el de Braekken. El emisor es un cable largo, o un cuadro grande aislado, y los campos captados por las bobinas se comparan entre sí por medio de un instrumento AFI, que es la versión soviética del Turam.

VIII.5.5 Calicatas electromagnéticas de resistividad

En las CEM clásicas, los resultados de las observaciones se interpretan buscando concentraciones de corriente, esto es, heterogeneidades conductoras, pues se supone aislante el terreno, salvo en ellas. Las teorías que se han expuesto en los capítulos I y VII sobre el efecto de la conductividad del terreno, permiten transformar las observaciones en resistividades aparentes. De este modo puede efectuarse calicatas electromagnéticas de resistividades, cuya penetración puede gobernarse variando la frecuencia del emisor, y que pueden ser muy útiles en cartografía geológica.

El principio de este método es como sigue. Se ha visto que las diversas componentes y fases del campo magnético (o eléctrico) de un emisor dependen de la distancia efectiva ξ_1, por lo que en general, la observación de una o dos de dichas magnitudes determina, procediendo en sentido inverso, al valor de ξ_1. Calculado éste, por ser $\xi_1 = r\,(\mu_0\omega\sigma_1)^{1/2}$ puede despejarse σ_1 o su inversa ρ_1, por ser conocidas la distancia real r y la frecuencia ω. Si el terreno es homogéneo, la resistividad obtenida coincidirá con la verdadera de aquél; si no lo fuese, el valor obtenido

corresponderá a la resistividad de un terreno homogéneo que, en las condiciones de frecuencia, distancia, etc., de la medición, produciría un valor igual al observado. Se trata, pues, de una *resistividad aparente* que, en general, no coincidirá con la determinada en el mismo lugar con algún método de corriente continua, o con otro sistema de emisor receptor, excepto cuando el terreno sea homogéneo.

Como ejemplo de método del tipo indicado, se expondrá el descrito por YAKUBOSKY y LIAKHOV (1964). La bobina emisora trabaja en posición horizontal; con la receptora se efectúan tres mediciones en cada estación, que corresponden respectivamente a la inclinación ψ del eje mayor de polarización (medido desde la horizontal) y a las amplitudes de las componentes vertical $|B_z|$ y radial $|B_r|$ del campo magnético. La primera se determina por el procedimiento acostumbrado de buscar la posición de salida mínima, y las otras dos, midiendo la tensión inducida en la bobina, colocada horizontal o verticalmente. En los tres casos, el eje de giro de la bobina ha de estar horizontal, y perpendicular a la visual al emisor. De los valores obtenidos para ψ o para $|B_z|/|B_r|$ puede deducirse el valor de ξ_1 y de éste el de la resistividad aparente ρ_a.

A fin de facilitar el cálculo, los referidos autores incluyen en su obra dos ábacos, reproducidos en las figuras VIII-39 y VIII-40. Cada una de las magnitudes ψ o $|B_z|/|B_r|$ puede utilizarse para determinar, indepen-

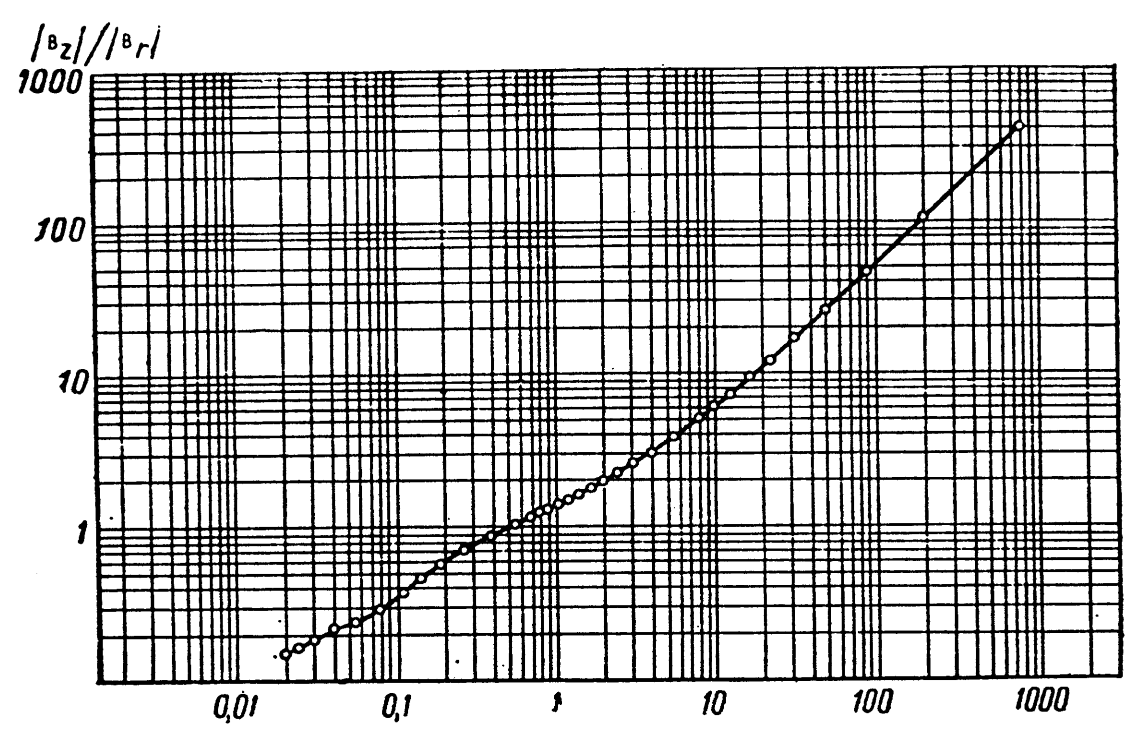


Fig. VIII-39. Abaco para la determinación de resistividades aparentes por el método inductivo, partiendo de la relación de módulos entre los campos vertical y radial de una bobina horizontal. La magnitud representada en abcisas es ρ_a $(r^2f)^{-1}$. Según YAKUBOVSKIY y LIAKHOV.

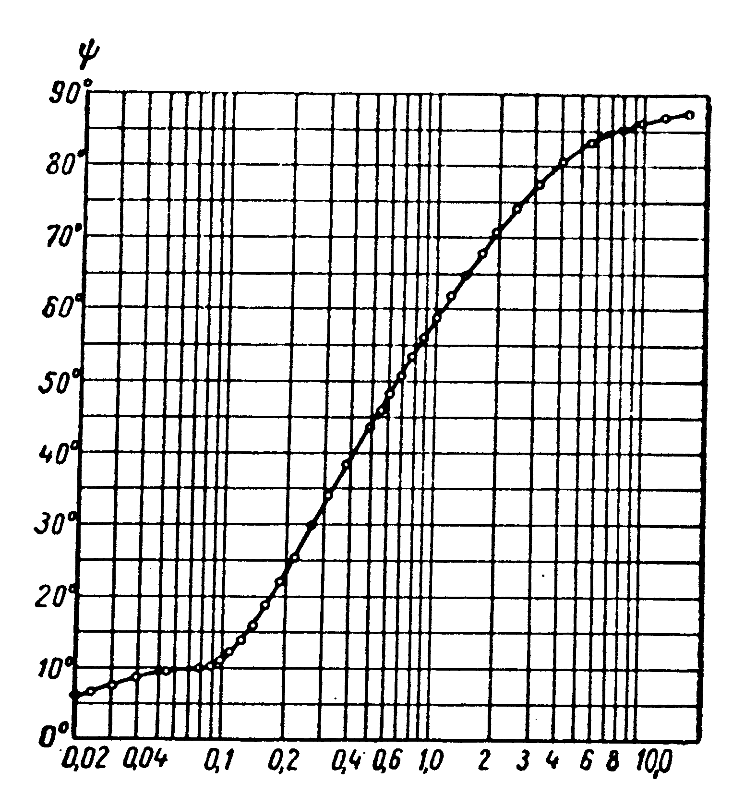


Fig. VIII-40. Abaco para la determinación de resistividades aparentes por el método inductivo, partiendo del desfase entre el campo vertical y el radial de una bobina horizontal. La magnitud representada en abcisas es ρ_a $(r^2f)^{-1}$. Según YAKUBOVSKIY y LIAKHOV.

dientemente, el valor de ρ_a con lo que los resultados respectivos se comprueban mutuamente. El procedimiento es el mismo para los dos ábacos. Se anota la abcisa del punto de la curva del ábaco cuya ordenada coincide con el valor observado, y se multiplica por $r^2 f$ siendo r la distancia (en km) entre el emisor y el receptor, y f la frecuencia en Hz. El producto es la resistividad aparente buscada.

El aparato empleado por los geofísicos soviéticos en la aplicación de este método es el *Zemlya-2* u otro análogo, que trabajan en frecuencias de 20 o más kHz. Según los resultados publicados (por ejemplo, ERSHOV *et al* 1964) las curvas de resistividades obtenidas partiendo de diferentes magnitudes electromagnéticas, coinciden bien entre sí, y son muy semejantes a las que proporcionaría, en corriente continua, un dispositivo dipolar axil (fig. VIII-41). Los autores citados llaman *resistividad efectiva* a la determinada en campo variable, para distinguirla de la obtenida con corriente continua.

Según lo dicho más arriba, estas calicatas de resistividad aparente o efectiva pueden realizarse con otros tipos de generador, y midiendo diversas componentes, relaciones entre ellas, o desfases. La única condición exigible es que a cada valor observado corresponda uno solo de ξ_1, en evitación de ambigüedades.

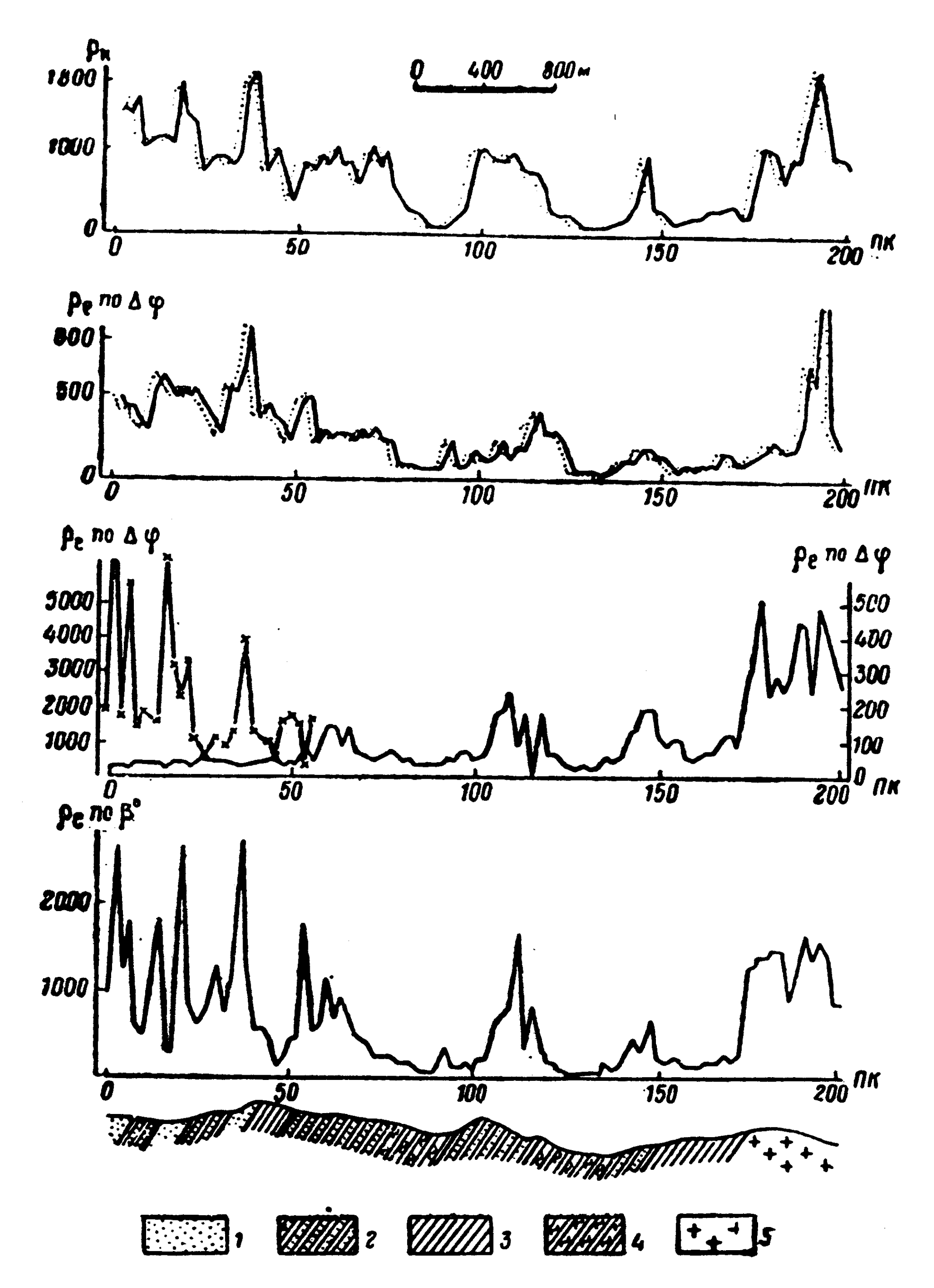


Fig. VIII-41. Determinaciones de la resistividad "efectiva" ρ_e partiendo del desfase $\Delta\varphi$ entre las componentes horizontal y vertical del campo magnético y de la inclinación del eje mayor de polarización del mismo. El emisor es un dipolo magnético inclinado. El gráfico superior representa las resistividades aparentes obtenidas en corriente continua mediante un dispositivo dipolar axil. 1, arenisca. 2, aleurolita areniscosa. 3, aleurolita. 4, argilita. 5, granodiorita. Según ERSHOW *et al.*

Cabría, incluso, expresar en esta forma los resultados de las observaciones efectuadas con los métodos clásicos como compensador Sundberg, Turam, etc. Si bien no está demostrado que, al proceder de esta forma, los resultados sean más claros e informativos que con los méto-

dos usuales, lo más probable es que sea así, puesto que se obtendrá información suplementaria sobre el recubrimiento y rocas de caja.

VIII.5.6 Métodos de valor histórico

Hay varios métodos que en la actualidad carecen de interés práctico, puesto que se dispone de otros más ventajosos en general, pero que merecen aunque sea una breve mención, en virtud de la difusión o éxito que alcanzaron en otros tiempos, o por haber servido de base para otros métodos más efectivos.

El método denominado RADIORE era en esencia uno de inclinación de campo, de frecuencia alta, del orden de 50 kHz. Debido a esto, se obtenían muchas indicaciones producidas por conductores superficiales sin interés económico. Este método y otros semejantes fueron muy usados alrededor de 1930, especialmente en Canadá.

En el método de Bieler-Watson se utiliza como circuito primario un bucle grande horizontal colocado sobre el suelo, alimentado por corriente alterna de baja frecuencia (del orden de 500 Hz). El receptor consta de dos bobinas, una vertical y otra horizontal, unidas rígidamente. El método se basa en la suposición de que el eje mayor de la elipse de polarización es casi vertical y real, mientras que el menor es casi horizontal, y en cuadratura. Por tanto, lo que se hace es comparar uno con otro, previo desfase de uno de ellos por medio de un condensador. Esta comparación se efectúa modificando el número de espiras de la bobina horizontal, hasta que se equilibran. Como aparato de cero se emplean unos teléfonos, previa amplificación. En cada estación se efectúan dos lecturas, con la bobina vertical cara al Norte y luego al Este. Así se obtiene en cada punto el módulo y rumbo de la componente imaginaria horizontal. Los vectores correspondientes se llevan a un mapa, con origen en la estación donde se ha observado cada uno. Los cuerpos conductores se detectan por la aparición de anomalías en módulo y rumbo.

El método de los dos cuadros, muy empleado en Suecia hasta hace unos 20 años, puede considerarse como el antecesor del Turam, del que constituye una versión rudimentaria. Como en éste, se comparan los campos magnéticos en dos puntos próximos, pero sólo en módulo, y no en fase. El circuito emisor es cualquiera de los empleados en el Turam. La comparación de los módulos, sólo para la componente vertical, se hace por medio de dos bobinas, unidas por un amplificador conectado a unos teléfonos. No se emplea puente compensador. En primer lugar, se determina la inclinación del campo en la ubicación de una de las bobinas, previa desconexión de la misma. La segunda operación consiste en conectar las dos bobinas entre sí, y manteniendo horizontal la que antes no actuó, vuelve a inclinarse la otra, con lo que se modifica el flujo que recibe, y por lo tanto, la tensión inducida en ella, hasta que se obtenga un

mínimo en los teléfonos. De los dos ángulos medidos puede deducirse la relación entre los módulos del campo vertical en ambas bobinas.

Más información sobre este método puede encontrarse en PARASNIS (1966) y PARASNIS (1972) (*). Sobre los anteriores, en estas mismas publicaciones, así como en HEILAND (1946) y obras antiguas sobre Prospección Geofísica.

VIII.5.7 Métodos de dominio de tiempos

En el apartado VII.13 se expusieron los principios básicos de estos métodos. La aplicación práctica de los mismos fue experimentada por primera vez en la Unión Soviética, alrededor de 1960. (YAKUBOVSKIY *et al* 1960; KOVALENKO, 1964; KAMENSKIY *et al* 1964.)

Un mismo cuadro horizontal tendido en el suelo se utilizaba como emisor y receptor. Los impulsos empleados eran negativos, esto es, consistían en la interrupción de la corriente continua que circulaba previamente por el cuadro. Un par de milisegundos después de cesar ésta, comenzaba el registro de la tensión secundaria inducida en el mismo cuadro.

La figura VIII-42 reproduce un ejemplo de aplicación de este método, a lo largo de un perfil que cruza sobre un yacimiento de calcopirita. Las curvas de la parte superior representan la variación con la distancia de la tensión registrada para un mismo intervalo de tiempo desde el instante inicial. En ellos destaca la clara e intensa anomalía producida por la metalización. En la parte inferior de la figura aparecen dos registros de tensión, uno de ellos obtenido sobre la metalización y el otro sobre zona estéril. La diferencia entre ellas resulta evidente.

Los diversos ensayos realizados demostraron las ventajas del método en lo que respecta a poder separador y alcance en profundidad. Sin embargo, la necesidad de tender y levantar el cable sucesivamente en todas las estaciones, hace que la productividad del método sea baja, lo que lo hace recomendable sólo para trabajos de detalle. VELIKIN y BULGAKOV (1967) describen un método análogo, más perfeccionado.

Dolan y Mac Laughlin pàtentaron en Canadá un sistema terrestre de dominio de tiempos, pero con emisor y receptor separados, con lo que se consigue mayor flexibilidad y movilidad que en el método anterior. El impulso excitador no es (pretendidamente) instantáneo, sino en rampa.

Las CEM de dominio de tiempos, aunque poco empleadas aún en modalidad terrestre pueden llegar a alcanzar gran difusión en versiones perfeccionadas. A las ventajas indicadas puede añadirse la posibilidad de sumar varios transitorios sucesivos, con la consiguiente mejora en la eliminación de ruidos y en la sensibilidad. Métodos de suma de señales se emplean con éxito en la sísmica por percusión.

(*) Versión española de Editorial Paraninfo.

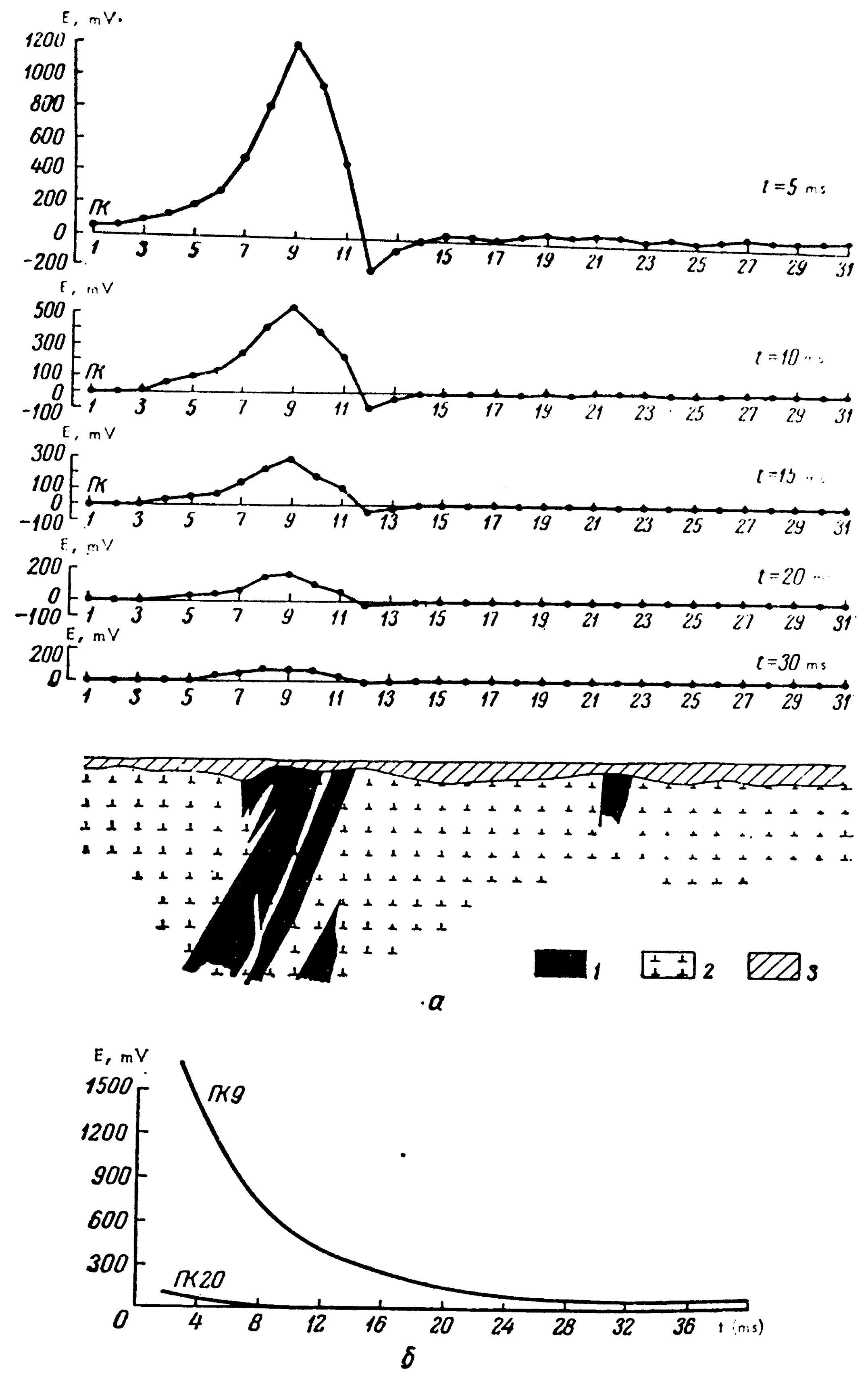


Fig. VIII-42. Calicata electromagnética en el dominio de tiempos. Las curvas superiores al corte geológico representan las amplitudes del campo magnético vertical transitorio, en microvoltios, en función de la distancia sobre el perfil, para los instantes indicados después de producido el transitorio. Las curvas del gráfico inferior son los registros, en microvoltios, en los puntos 9 y 20: 1, metalización continua. 2, roca encajante. 3, recubrimiento. Por error en las escalas los microvoltios aparecen como milivoltios. Según YAKUBOVSKIY y LIAKHOV.

Capítulo IX

METODOS HERTZIANOS Y AFMAG

IX.1 INTRODUCCION

Este capítulo está dedicado a un grupo de métodos de calicateo electromagnético, en los cuales se utiliza como campo primario el producido por emisoras de radio-comunicación, o por fuentes especiales que emiten señales del mismo orden de frecuencia que aquéllas. Se llamará a estos, *métodos hertzianos,* aunque algunos autores emplean la denominación de *métodos de radio-ondas.*

Se incluirá también el método Afmag que, aunque de campo natural, y frecuencia baja, presenta evidentes analogías con algunos de los métodos aludidos, tanto en lo que respecta a instrumental y técnica como la gran distancia existente entre emisor y receptor.

Es lógico que, cuando los medios de comunicación por radio empezaban a desarrollarse y a mostrar sus enormes posibilidades, diversos investigadores, y hasta simples aficionados a la radio, intentaran la exploración del subsuelo por medio de las ondas hertzianas. Surgieron de este modo muchos procedimientos prospectivos, que fueron denominados por los autores de habla inglesa "radio-methods" o "radio-wave methods", y "Funkmutung" por los alemanes.

No obstante, los resultados obtenidos no correspondieron a las esperanzas, en gran parte porque, si bien estos métodos habían de tenerse en principio como muy sensibles, adolecían de muy escasa penetración en profundidad, en razón de las grandes frecuencias utilizadas. Así, los experimentos realizados por Eve y Keys en el interior de las famosas cuevas Mammoth (Kentucky) demostraron que, aún con antenas de gran tamaño y frecuencias bajas, las emisiones de radio-difusión no podían re-

cibirse por debajo de 100 m de recubrimiento. Además de esto se observó en los ensayos de prospección hertziana, que las interferencias de origen superficial y topográfico influían grandemente en las mediciones.

En los últimos años, sin embargo, han surgido diversos métodos hertzianos de prospección, cuya eficacia ha sido comprobada. Tales métodos han alcanzado su mayor desarrollo en la Unión Soviética, aunque en los últimos años están aplicándose métodos análogos en Occidente, en general sin tener en cuenta los trabajos soviéticos, con lo que a veces se inventa lo ya inventado.

IX.2 PROPAGACION DE ONDAS HERTZIANAS SOBRE LA SUPERFICIE TERRESTRE

La propagación de ondas hertzianas en las proximidades de la superficie terrestre no puede reducirse a la de ondas electromagnéticas en el vacío, dada la influencia ejercida por los factores siguientes:

a) Conductividad no nula del terreno.

b) Presencia de las capas conductoras de la ionosfera.

c) Variaciones en la constante dieléctrica de la troposfera, debidas sobre todo a la humedad del aire.

d) Altura sobre el suelo de las antenas emisora y receptora.

Desde el punto de vista de la óptica geométrica, existen varias trayectorias posibles para las ondas que van del emisor al receptor. Además de la *onda directa* (fig. IX-1), que sigue la línea recta entre una y otra antena, y de la reflejada por la ionosfera, existe otra que llega al receptor después de haber sufrido reflexión en el suelo, y que es la llamada *onda reflejada.* Ambas constituyen la *onda de espacio.* Cuando tanto la antena emisora como la receptora se hallan próximas al suelo (*), las longitudes recorridas por las dos ondas son prácticamente iguales, y como la reflexión produce una inversión de fase, las dos componentes interfieren y se anulan. Sin embargo llegarán señales al receptor, las cuales corresponden a la *onda de superficie,* que es una onda que viaja a lo largo del contacto aire-suelo, y cuya atenuación con la distancia depende de las constantes electromagnéticas del terreno sobre el que se propaga. La existencia de esta onda no puede deducirse, como la de las anteriores, por Optica Geométrica.

Cuando la onda de superficie está producida por una antena vertical, su campo eléctrico no es vertical, sino algo inclinado hacia adelante. Exis-

---

(*) Esto es, cuando sus alturas son pequeñas respecto de la longitud de onda empleada.

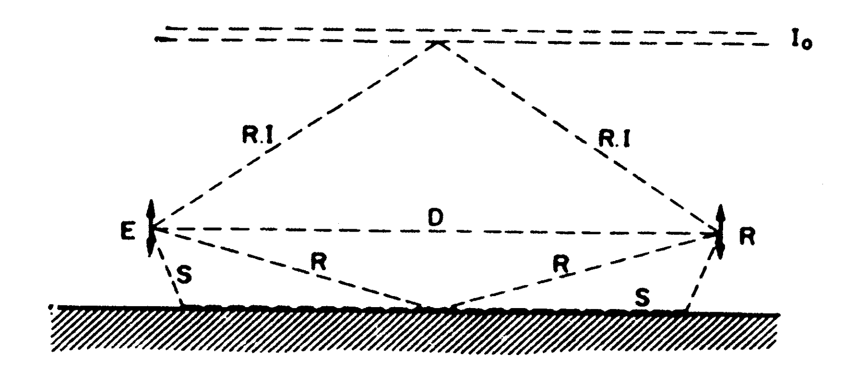


Fig. IX-1. Propagación de ondas hertzianas. Trayectorias posibles entre la emisora E y el receptor R. D, onda directa. RI, onda reflejada por la ionósfera. R, onda reflejada por el terreno. S, onda superficial.

te, pues, una componente longitudinal, dirigida en la dirección de propagación, que en general está desfasada respecto de la componente vertical, por lo que se produce una polarización elíptica. La referida inclinación no suele exceder de 15°, y desaparece a cierta distancia de la fuente.

La atenuación de la onda superficial depende de la resistividad del terreno y puede calcularse mediante una teoría debida al americano NORTON (1941). Por lo tanto, la resistividad puede determinarse si se efectúa una serie de mediciones de intensidad de campo sobre un perfil orientado en la dirección de propagación, y se aplica a los resultados la teoría de Norton. KELLER y FRISCHKNECHT (1966) dan ejemplos prácticos de este método, basado en la suposición de que el subsuelo es homogéneo. Los mismos autores estudian la posibilidad de efectuar sondeos verticales por un método semejante, pero llegan a conclusiones negativas, tanto por la inexistencia de emisoras de radiodifusión de características adecuadas y por ciertas dificultades prácticas, como por el hecho de que los mismos resultados podrían obtenerse más sencillamente por medio de SEV.

IX.3 EL METODO DE RADIOCOMPARACION O «RADIOKIP»

IX.3.1 Fundamentos y origen

El campo electromagnético de emisoras lejanas de radio no resulta adecuado para la realización de sondeos eléctricos, según se ha visto más arriba, pero en cambio puede utilizarse para calicateo poco profundo, con fines de cartografía geológica y de detección de metalizaciones conductoras.

La base del método es que, a distancias grandes de una emisora de radiodifusión, el campo de éstas se reduce prácticamente al de radiación,

que decrece *linealmente* con la distancia. Esto se deduce considerando la antena como un dipolo vertical, cuyo campo (STRATTON, 1941; págs. 434 y sigs.), puede expresarse como suma de varios términos, que incluyen potencias negativas de la distancia R. Para valores suficientemente grandes de ésta, pueden despreciarse los términos de grado superior al primero.

En estas condiciones, dentro de una zona de pocos km² y situada a 100 ó 200 km de la emisora, el campo puede considerarse aproximadamente constante. Si al efectuar observaciones de intensidad de campo se comprueba que ello no es así, se deberá a la existencia de heterogeneidades en la conductividad del subsuelo. Cuando éste es homogéneo, y a distancias al emisor superiores a 100 veces la longitud de onda λ, la onda puede considerarse como plana, con el vector eléctrico polarizado verticalmente. El vector magnético **B** es horizontal y orientado perpendicularmente a la línea OP determinada por la antena emisora y el punto de observación. Si se toma dicha línea horizontal OP como eje x, lo anterior puede resumirse diciendo que las únicas componentes no nulas son E_z y B_y. Si el subsuelo presenta heterogeneidades en su conductividad, aparece una componente magnética vertical B_z, mientras que la B_y, prácticamente constante en el caso de subsuelo lateralmente homogéneo, sufre variación de un punto a otro (*).

Tales fenómenos justifican la posibilidad de un método prospectivo basado en la observación del campo de emisoras lejanas. La primera idea en este sentido parece debida al geólogo alemás CLOOS (1934) quien, al viajar en un automóvil provisto de radio, observó cambios en la recepción de una misma emisora en correlación con la litología de las zonas atravesadas, por lo que sugirió la aplicación del fenómeno a la cartografía geológica. Esta proposición, según parece, cayó en olvido, sin que por otra parte disminuyese el interés sobre la posible aplicación de las ondas hertzianas a la Prospección. Así, varios geofísicos estadounidenses realizaron trabajos teóricos y experimentales sobre la atenuación de estas ondas al penetrar en el terreno, como los de PRITCHETT (1952) y MC GEHEE (1954). Sin embargo, hacia la misma época, el geofísico soviético TARKHOV ideó un método prospectivo cuyas bases son las expuestas en los primeros párrafos de este apartado. El nuevo método fue denominado *método de radio-comparación* y *goniometría* y, en abreviatura, *Radiokip*, que será el nombre que se utilizará en lo que sigue. Los primeros ensayos, realizados en Severouralsk (Ural del Norte) por personal de la Universidad de Moscú, fueron satisfactorios, por lo que, en poco tiempo, el método pasó a emplearse de modo normal y frecuente. Los desarrollos teóricos y la experiencia obtenida en los primeros años de aplicación del método

(*) Compárese con lo que ocurre en el método magnetotelúrico.

permitieron a su inventor la redacción de una monografía sobre él (TARKHOV, 1967).

IX.3.2 Elección de emisoras

Cada campaña de Radiokip debe ir precedida por una serie de mediciones de ensayo en la zona de trabajo, a fin de escoger la emisora o emisoras que va a utilizarse como campo primario. Los factores que hay que tener en cuenta son los siguientes:

a) *Frecuencia.*

Deben preferirse las frecuencias más bajas, ya que así se consigue mayor penetración, menor influjo de los efectos meteorológicos (5 % en ondas largas; de 20 a 50 % en ondas medias y cortas) y menor influencia de las ondas reflejadas por la ionosfera. Por lo tanto, deben escogerse emisoras de onda larga, de 1 a 2 km de longitud de onda en el vacío (300 kHz a 150 kHz). Más convenientes resultan aún ciertas emisoras de frecuencia muy baja (VLF) empleadas para la comunicación con submarinos, de las cuales se hablará más adelante.

b) *Potencia.*

Es necesario que las señales se reciban con intensidad suficiente para que las mediciones puedan efectuarse con seguridad sin que resulten afectadas por el ruido, constituido principalmente por parásitos de origen atmosférico. Deben excluirse, pues, las emisoras de poca potencia.

c) *Distancia.*

Según se ha dicho, la emisora debe distar de la zona de trabajo más de 100 veces la longitud de onda.

d) *Azimut.*

Es necesario que el azimut bajo el cual se encuentra la emisora desde la zona de trabajo, discrepe poco del rumbo predominante en los cuerpos o accidentes buscados (contactos, fallas, metalizaciones). Cuando ambas direcciones son casi ortogonales es muy difícil la detección de los objetivos.

e) *Polarización.*

Según se ha dicho, el campo que se observa está elípticamente polarizado. Es muy conveniente que la elipse sea muy excéntrica. Cuando menos lo sea, más difíciles son las observaciones de inclinación de campo, que llegan a ser imposibles cuando la polarización es circular.

f) *Estabilidad.*

Las mediciones efectuadas en puntos distintos no pueden compararse entre sí, si el campo primario no ha permanecido constante mientras tanto. Por esta causa, es necesario determinar la intensidad de las señales, en varios puntos fijos, por la mañana y por la tarde, a fin de comprobar si su constancia se cumple dentro de límites aceptables.

Las condiciones expuestas merecen algunas aclaraciones y comentarios. La onda superficial sólo está influida por la resistividad del subsuelo, por lo que su amplitud permanece constante si la emisora no modifica su potencia de salida. Las mediciones, por consiguiente, sólo deberían efectuarse para dicha onda. Sin embargo, es inevitable que parte de la señal recibida corresponda a la onda reflejada por la ionosfera, e incluso a la onda directa, las cuales sufren cambios en su amplitud en función de los fenómenos meteorológicos y de las variaciones en la ionosfera. Las observaciones deben efectuarse, pues, de modo que la onda reflejada sólo represente una parte pequeña de la señal estudiada. Con este fin las observaciones se realizan durante el día, pues entonces las ondas *largas* son absorbidas por las capas inferiores de la ionosfera. Esta precaución no es suficiente en zonas de latitud muy elevada, o durante tormentas ionosféricas. No obstante, Tarkhov afirma que en el primer caso, siempre se encuentran épocas en las que las señales presentan estabilidad suficiente para el trabajo, como prueba de lo cual cita investigaciones realizadas en Carelia y en la República de Yakutsk, más allá del círculo polar. En cuanto a los días de tormenta ionosférica, no hay más solución que la de suspender el trabajo durante ellos.

Los parásitos o ruidos atmosféricos mencionados suelen tener origen local, y se producen por causa de las tormentas, tempestades de nieve o arena, y también en zonas donde se producen corrientes de convección, como montañas, arenales, etc. Estos ruidos producen oscilaciones en la aguja del instrumento de medida, y si son intensos y frecuentes pueden dificultar y aun impedir el trabajo.

IX.3.3 Principios teóricos

En el vacío, la amplitud de una onda hertziana (campo de radiación) es proporcional a

$$\frac{e^{-br}}{r}$$

donde r es la distancia a la emisora (dipolo eléctrico vertical) y b la constante de atenuación definida por la ecuación (I.42).

Si en el terreno existe un cuerpo conductor delgado (falla, filón), la onda incidente producirá en él corrientes secundarias cuyo campo se sumará al primario o de la onda. A causa del efecto superficial, y del mismo modo que en los métodos descritos en el capítulo VIII, estas corrientes secundarias pueden representarse por una "concentración" o filamento rectilíneo de corriente, de intensidad I' y que, en igualdad de las demás condiciones, depende de la orientación de la lámina conductora respecto de la dirección de propagación de la onda primaria. Parece que, por analogía con lo visto en el mencionado capítulo, I' será máxima cuando la lámina conductora sea vertical y orientada perpendicularmente a la dirección de incidencia de las ondas, pero un examen más atento indica que la posición más favorable corresponde al paralelismo entre dicha dirección y el plano de la lámina, puesto que en tal caso el flujo magnético recibido por ella será máximo, dado que **B** es horizontal y normal a la dirección de propagación. Compárese con lo que ocurre en las antenas de cuadro cuando se emplean para radiogoniometría.

Si se toma un sistema de coordenadas cartesianas cuyo eje x coincida con la dirección de propagación, y el z está dirigido verticalmente hacia abajo, podemos aplicar directamente las fórmulas del apartado VIII.2.6 con lo que se tendrá

$$B^s_y = \frac{\mu_0 I'}{2\pi} \frac{z_1}{y^2 + z_1^2} = 200\, I' \frac{z_1}{y^2 + z_1^2} \text{ gammas}$$

$$B^s_z = \frac{\mu_0 I'}{2\pi} \frac{y}{y^2 + z_1^2} = 200\, I' \frac{y}{y^2 + z_1^2} \text{ gammas} \qquad \text{(IX.1)}$$

donde z_1 es la profundidad de la concentración de corriente, que coincide prácticamente con el borde superior de la lámina, que se supone paralela al eje x y situada bajo él.

Como en el caso del Turam, la componente horizontal secundaria B^s_y presenta un máximo para $y = 0$, o sea, sobre la lámina, y que vale

$$B^s_{yM} = \frac{200\, I'}{z_1} \qquad \text{(IX.2)}$$

También como en el método mencionado, la componente secundaria vertical B^s_z presenta dos máximos (en valor absoluto) para $y = \pm z_1$ separados por un cero ($y = 0$). Téngase en cuenta que en el método radiokip no puede darse signo a B^s_z porque no existe referencia de fase.

Una vez determinada z_1 por la posición de los referidos máximos, puede calcularse el parámetro

$$A = 200\, I' = z_1\, B^s_{yM} \tag{IX.3}$$

que se utiliza como índice de calidad de la anomalía (en igualdad de las demás condiciones) para la clasificación de éstas.

La profundidad z_1 puede determinarse también por medio de la expresión

$$z_1 = \frac{B_y^s}{B_z^s}\, y \tag{IX.4}$$

que se obtiene por división de las (IX.1).

La anomalía que acaba de considerarse es del tipo de "capa conductora". Tarkhov distingue, además, otro tipo de anomalía que es el de "contacto" y se observa sobre el contacto de dos rocas de diversa resistividad. Esta anomalía puede calcularse, según el autor mencionado, suponiéndola producida por dos concentraciones lineales de corriente, paralelas entre sí y al contacto, y próximas a éste. Se obtiene así, sobre el contacto, un máximo en B^s_z y dos extremos en B^s_y, o sea lo contrario

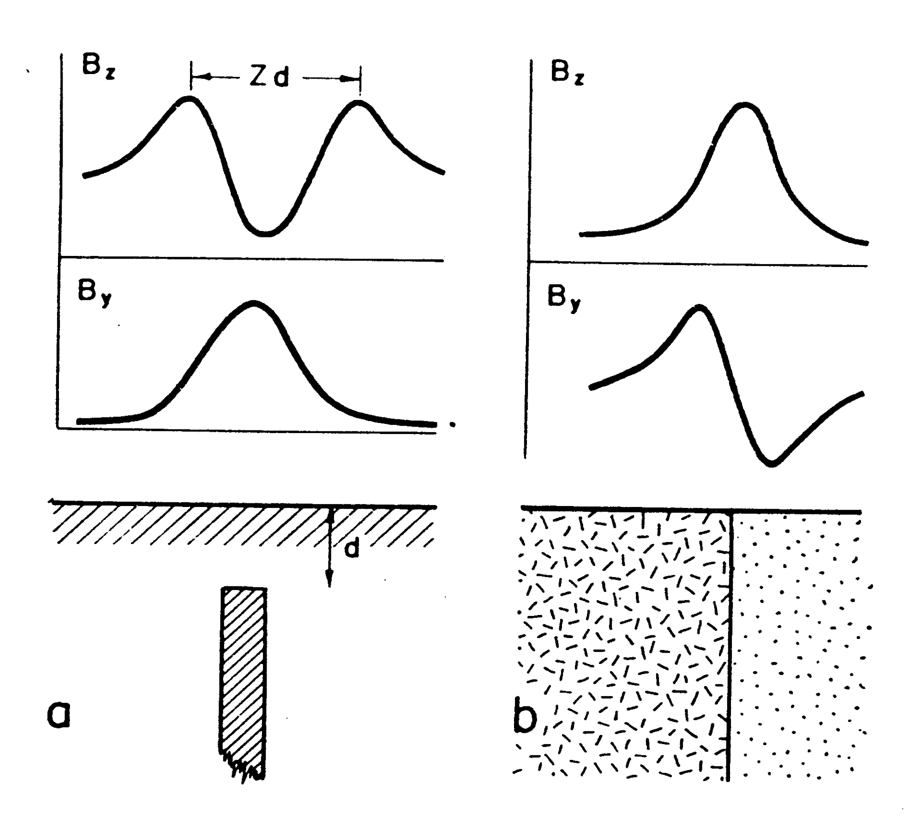


Fig. IX-2. Anomalías típicas en el método radiokip. *a*, anomalía de capa conductora (vertical). *b*, anomalía de contacto.



Fig. IX-7.—El instrumento EM-16 en funcionamiento. (Cortesía de Geonics, Ltd.)

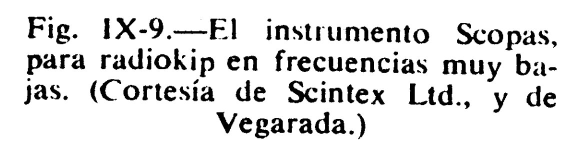


Fig. IX-9.—El instrumento Scopas, para radiokip en frecuencias muy bajas. (Cortesía de Scintex Ltd., y de Vegarada.)

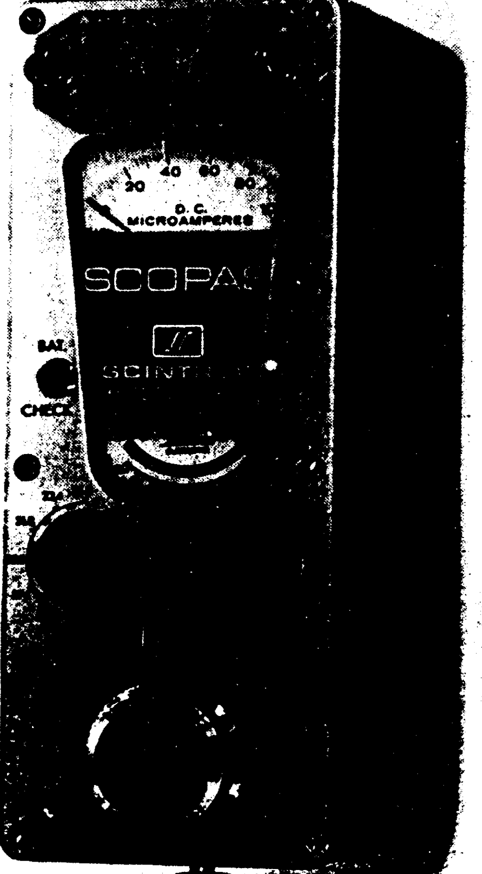




Fig. IX-10.—Empleo del instrumento Scopas. (Cortesía de Scintrex Ltd., y de Vegarada.)

Fig. X-3a.—Avión Otter de la casa Scintrex, con equipo de prospección electromagnético Río Mullard. El emisor y receptor se hallan en los extremos de las alas, dentro de las cubiertas en forma de torpedo. (Cortesía de Scintrex y de Vegarada, S. A.)

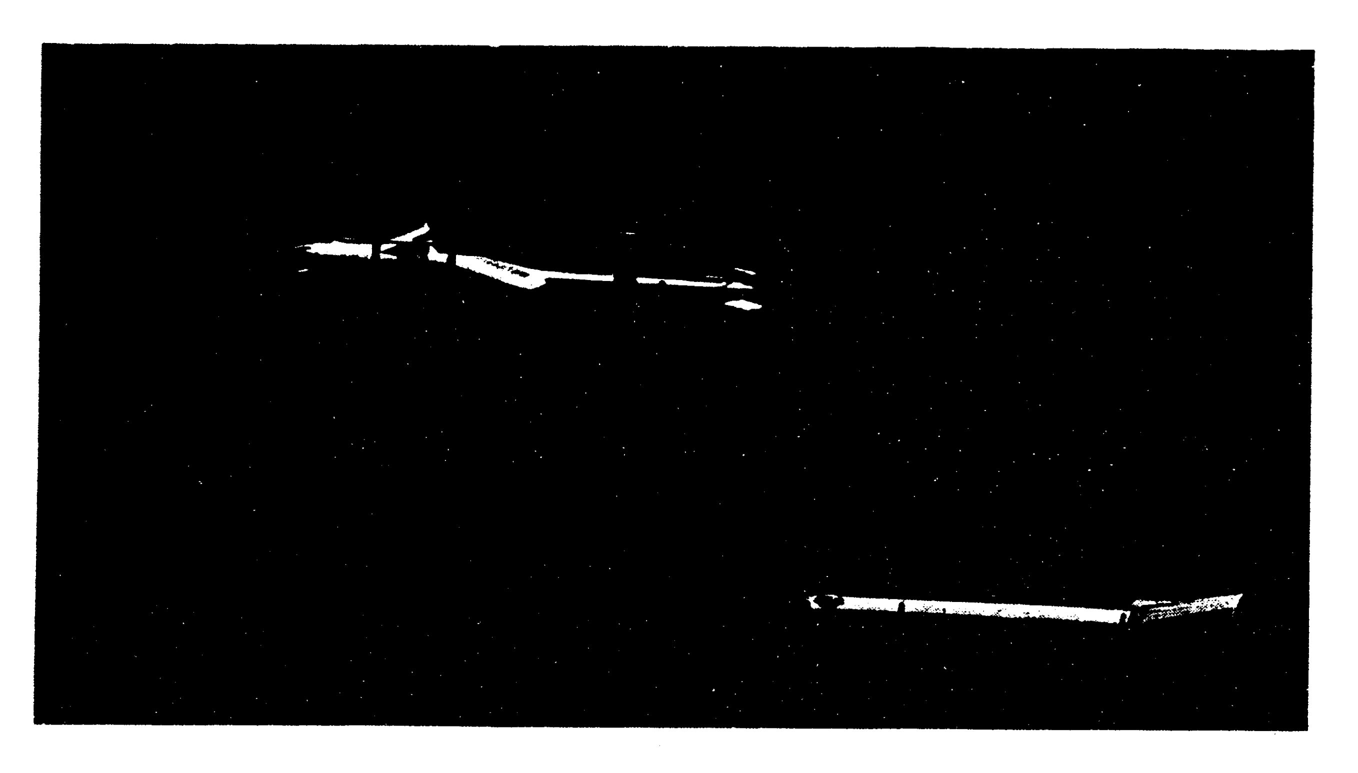


Fig. X-3b.—Prospección electromagnética aérea por medio del sistema Scintrex HEM 701. El emisor y el receptor van montados en el soporte cilíndrico visible en la parte inferior derecha de la fotografía. (Cortesía de Scintrex y de Vegarada, S. A.)

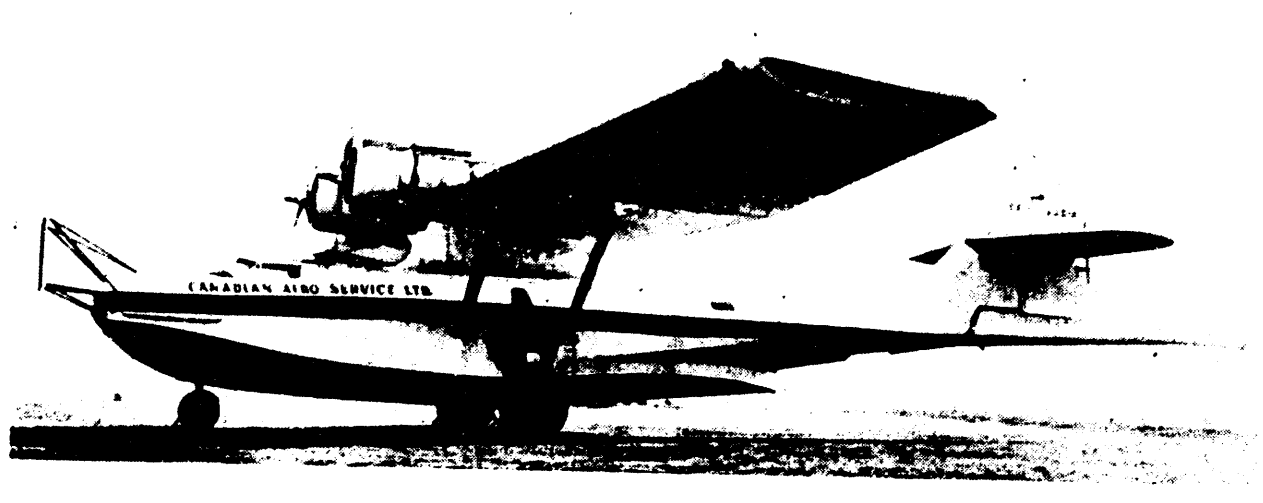


Fig. X-3c.—Avión anfibio Canso de la Cía. Aero Service, provisto de equipo electromagnético de soporte rígido, con la antena emisora a proa, magnetómetro, medidor de radiactividad y navegación Doppler

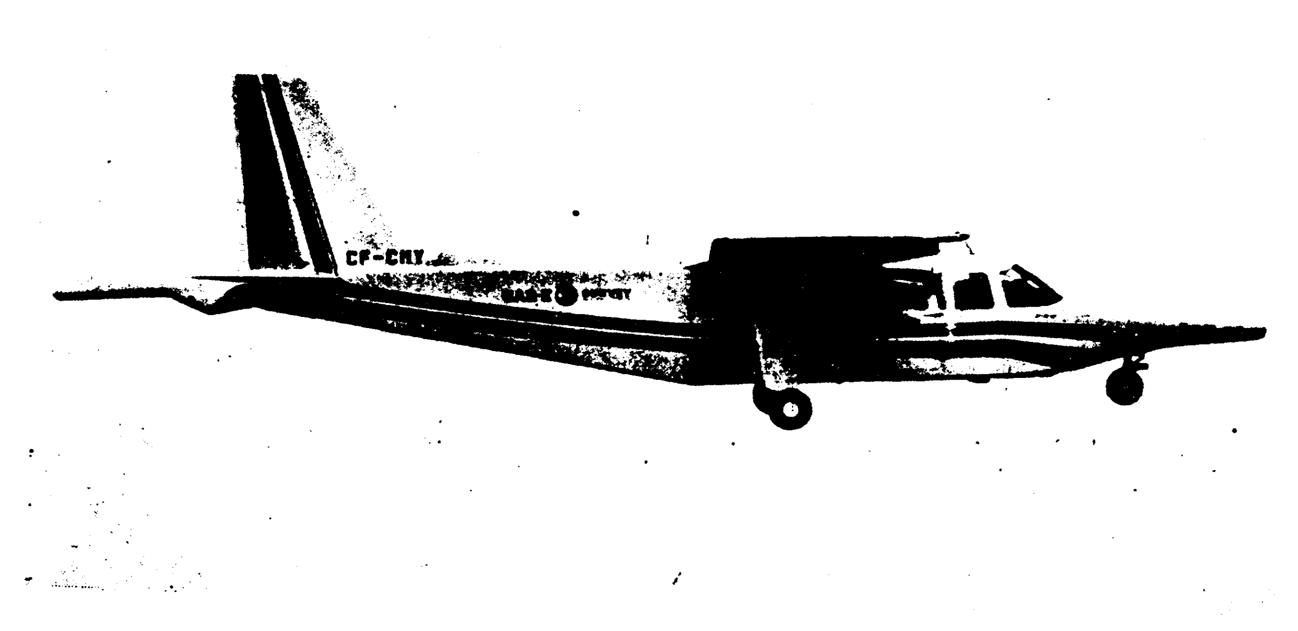


Fig. X-8.—Avión Britten Norman Islander equipado para la aplicación de los métodos de Barringer Radiofase y Fase E (en tres frecuencias), cuyos elementos sensibles van montados en la "nariz" de proa. Magnetómetro en la de popa. (Cortesía de Barringer Research)

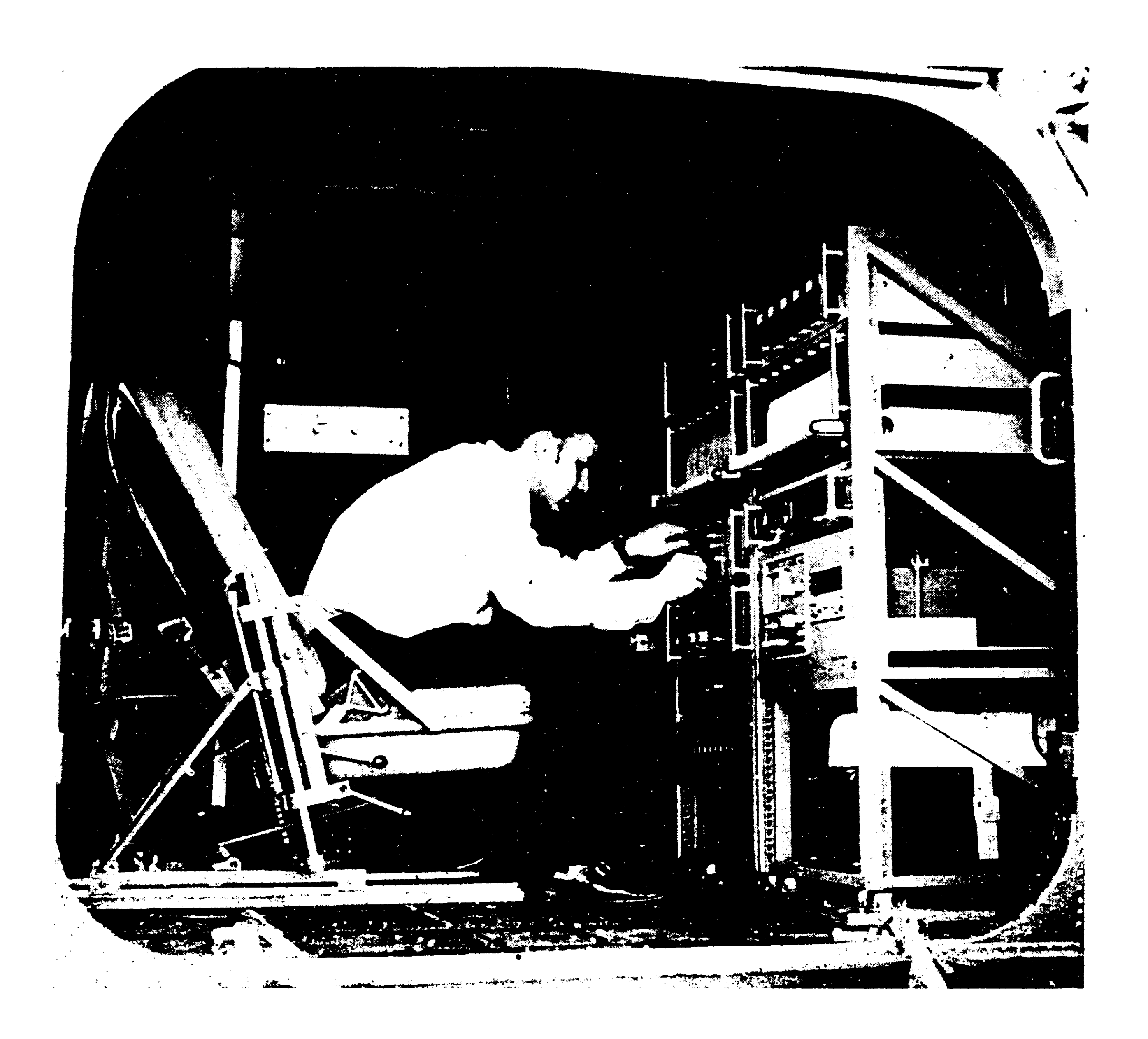


Fig. X-10.—Interior de un helicóptero Sikorsky S58 del Bundesanstalt fur Bodenforschng con el equipo electrónico necesario para la aplicación de los siguientes métodos: Barringer Radiofase, electromagnético de soporte rígido con bobina receptora múltiple, magnetómetro de protones y espectrómetro de rayos gamma. (Cortesía de Barringer Research)

de lo que ocurre en la anomalía de capa conductora. Ambos tipos principales de anomalía se representan esquemáticamente en la figura IX-2.

Lo dicho hasta aquí corresponde a la aproximación "clásica", esto es, supone que la resistividad de la roca en la que arma la metalización es infinita. El caso real, en que esta resitsividad es finita, ha sido investigado por NIKITIN (1956, 1960), para heterogeneidades en forma de cilindro y de lámina, esta última con diversas inclinaciones. El efecto de la inclinación es, como puede suponerse, de asimetría en las curvas de anomalía, de modo que las curvas de B_y^* y B_z^* correspondientes al caso de capa vertical van transformándose una en otra. En el segundo de los trabajos citados se dan curvas teóricas para diversas inclinaciones en función de la distancia efectiva y/δ. Se deduce de estas curvas que la lámina no puede detectarse si $z_1 > \delta$.

Si la heterogeneidad es de dimensiones finitas en relación con la longitud de onda, el problema teórico se vuelve muy complicado, pues aparecen fenómenos de difracción, que han sido estudiados por medio de modelos reducidos. (Véase el apartado IX.5.6).

IX.3.4 Instrumental y trabajo de campo

Las magnitudes que suelen medirse en el método Radiokip son las componentes B_x, B_y y B_z que pueden sustituirse por β, γ, y B_z siendo β y γ respectivamente, los ángulos formados por el vector total con la horizontal y por la componente horizontal con el plano normal al eje x que, según se dijo, coincide con la línea punto de observación-emisora.

Se tiene, pues, que

$$\beta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{B_z}{(B_x^2 + B_y^2)^{1/2}}$$
$$\gamma \doteq \operatorname{tg}^{-1} \frac{B_x}{B_y} \qquad \text{(IX.5)}$$

Los ángulos β y γ son llamados, respectivamente, *inclinación* y *azimut* (fig. IX-3).

No se describirán aquí los instrumentos que han sido empleados por los geofísicos soviéticos en la aplicación del método Radiokip, dado el rápido progreso de la instrumentación electrónica. Puede utilizarse cualquier microvoltímetro selectivo, es decir, sintonizable a la frecuencia de la emisora escogida. Sirven por lo tanto, medidores de parásitos y de intensidad de campo. La antena receptora debe ser del tipo de cuadro; las antenas "abiertas" están excluidas por causa de los efectos de capacidad

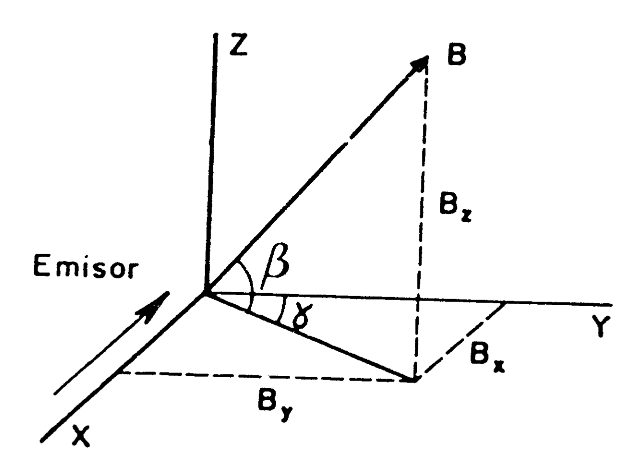


Fig. IX-3. Definición de los ángulos β (inclinación) y γ (azimut) que definen la dirección del campo magnético en el método radiokip.

que producen. Pueden emplearse antenas ferríticas, o bobinas circulares de varias decenas de espiras y diámetro del orden de medio metro. La antena debe ir montada sobre un trípode, de modo que pueda orientarse adecuadamente.

Por regla general, y con el fin de aumentar el rendimiento del trabajo, se mide sólo la componente B_z, para lo cual basta colocar en posición horizontal la antena receptora por medio de un nivel. Esta componente es nula sobre terreno homogéneo, y si excediese de cierto límite determinado prácticamente en las mediciones preliminares, puede concluirse que se está sobre una anomalía, y entonces se disminuye el espaciado entre las estaciones, y se miden las otras componentes o ángulos. El azimut y la inclinación se miden determinando posiciones de mínima salida mediante el giro de la antena, como en el método de inclinación de campo.

La distancia entre estaciones suele ser del orden de 20 m pero se reduce a 10, 5 y hasta 3 m en las zonas de anomalía. Un equipo compuesto por un operador y dos obreros puede efectuar hasta 60 estaciones en una hora. Lógicamente, si se utilizan instrumentos de estado sólido, el trabajo sólo requiere el operador y un ayudante, e incluso sólo el primero.

IX.3.5 Interpretación

Los datos observados se representan gráficamente en la forma acostumbrada de curvas y de planos. Las primeras representan la variación de las magnitudes observadas a lo largo de cada perfil, y los segundos su distribución en planta. A este respecto, véase FRASER (1969).

Es conveniente realizar una primera interpretación con los valores de B_z, llevándolos a un mapa (*) para determinar las zonas de anomalía. Sobre cada una de estas se efectúa una serie completa de observaciones, en las que se miden todos los elementos del campo (B_x, B_y, B_z, β y γ) a lo largo de unos cuantos perfiles paralelos y ortogonales a la dirección de la anomalía. Estos perfiles, que reciben el nombre de *perfiles de interpretación* son analizados e interpretados, y con los resultados obtenidos se traza un mapa definitivo de los *ejes eléctricos* o sea de los ejes de las anomalías.

Para la interpretación ha de tenerse en cuenta lo expuesto en el apartado IX.3.3, clasificando las anomalías en las dos clases ya descritas, o sea la capa conductora y de contacto. Las últimas se caracterizan por un máximo de B_z, coincidente con una inflexión de B_y situada entre un máximo y un mínimo relativos y con un mínimo de β. Las anomalías de capa conductora consisten en un mínimo de B_z coincidente con un máximo de B_y y con un cero ("cruce") de β.

En algunos trabajos, el campo normal no es constante a lo largo de la zona investigada, pero ello no implica inconveniente siempre que la variación sea gradual. En este caso puede tratársela como un gradiente regional y aplicar la corrección correspondiente, aunque esto raras veces es necesario, dado que la interpretación se basa en los máximos y mínimos relativos.

Las variaciones temporales del campo primario deben tenerse en cuenta. Lo ideal sería disponer de un instrumento registrador de funcionamiento continuo en una base permanente pero por lo general lo que se hace es efectuar mediciones en un punto fijo, al comienzo y fin del trabajo de cada día. Si la variación es pequeña, pero no despreciable puede aplicarse corrección a los valores observados, distribuyendo linealmente la diferencia en función de la hora, del mismo modo que se hace en los levantamientos magnéticos. También como en estos el trabajo debe suspenderse cuando las variaciones son muy fuertes (tormentas ionosféricas, que al mismò tiempo son geomagnéticas).

En la interpretación deben distinguirse y desecharse las anomalías espúreas de origen "cultural" o topográfico. Entre las primeras figuran las debidas a la presencia de tuberías metálicas enterradas, a líneas eléctricas aéreas o subterráneas y vías de ferrocarril. En cuanto a la influencia del relieve se manifiesta por la aparición de máximos de B_z en las vaguadas o depresiones y de máximos de B_x en las elevaciones o crestas. También se observan máximos de B_z hacia la parte central de los declives cuya pendiente es superior a 20°.

(*) En realidad los datos que se utilizan son las lecturas en μV del instrumento, proporcionales a los campos magnéticos.

Es importante desechar las anomalías cuyo origen radica en heterogeneidades puramente superficiales. Las fórmulas incluidas en el apartado IX.33 son de poca utilidad a este respecto, porque sólo dan, aproximadamente, la profundidad del borde superior del cuerpo o estructura que produce la anomalía, y no distinguen si el objeto en cuestión se prolonga en profundidad o se trata de una heterogeneidad sin "raíces". TARKHOV (1963) establece dos criterios a este respecto. Uno de ellos es trabajar con dos emisoras de distinta frecuencia. La comparación de las curvas correspondientes mostrará la disminución o desaparición de las anomalías superficiales en la curva de la estación de menor frecuencia. El segundo criterio es que las anomalías de origen superficial pierden amplitud rápidamente con la altura de la bobina receptora, mientras que no ocurre lo mismo con las anomalías debidas a contactos o a cuerpos extensos en profundidad. Para aplicar esta idea, es necesario repetir la medición de B_z sobre los perfiles que muestran anomalías, con la bobina receptora montada en la extremidad de una pértiga vertical de 4 ó 5 m de longitud. Las nuevas mediciones dan curvas más suaves, donde los extremos de origen superficial se atenúan considerablemente o desaparecen, mientras que los debidos a causas que se prolongan en profundidad apenas modifican su amplitud.

IX.3.6 Aplicaciones

El método Radiokip ha demostrado su eficacia en los tipos de investigación siguientes:

a) Cartografía geológica de zonas recubiertas por espesores reducidos de cuaternario, en especial sobre estructuras monoclinales con buzamiento relativamente grande. En estos casos pueden detectarse contactos, zonas de metamorfismo o de rotura, fallas, etc. El espesor del recubrimiento penetrable para el método es sólo de 10 a 20 m cuando se emplean emisoras de onda larga, pero si se utilizan las de VLF, estas cifras pueden multiplicarse por tres (fig. IX-4).

b) Detección de mineralizaciones conductoras dentro de las limitaciones de profundidad indicadas más arriba. En algunos casos las frecuencias empleadas pueden resultar demasiado altas, y detectarse cuerpos cuya conductividad es mediocre y no representan metalizaciones.

c) Estudios hidrogeológicos (detección de cavidades cársticas y zonas carstificadas, de lentejones de agua dulce entre aguas saladas, etc.).

El método Radio-kip puede aplicarse también desde avión (apartado X.8).

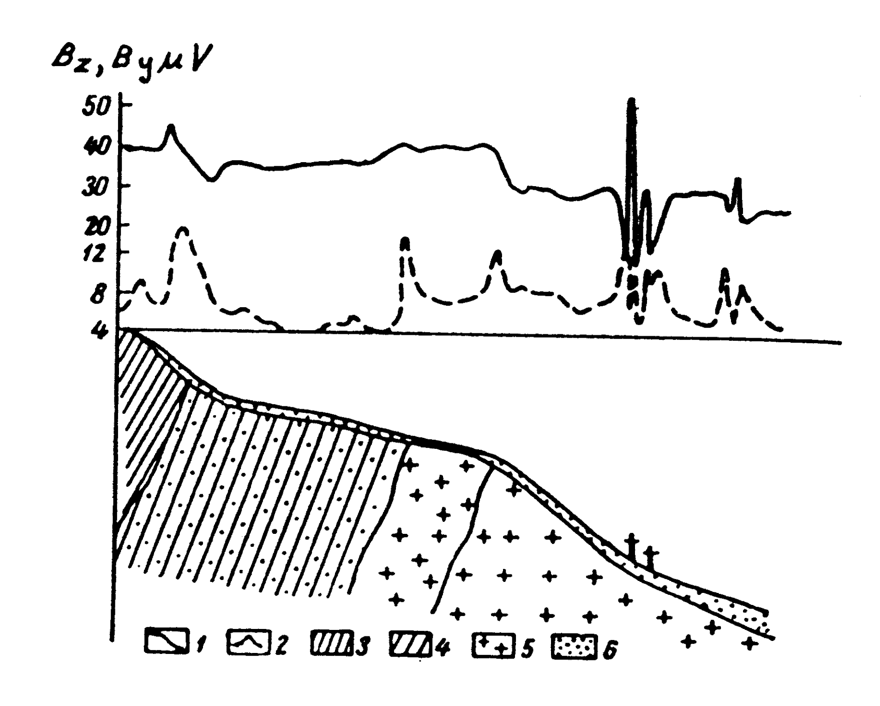


Fig. IX-4. Aplicación del método radiokip a la cartografía geológica. 1, componente horizontal B_y en μV. 2, componente vertical B_z en μV. 3, pizarras. 4, cornubianita. 5, granito. 6, derrubios de ladera. Obsérvense las anomalías parásitas intensas de la parte derecha de la figura, causadas por las líneas eléctricas, que se representan por dos cruces sobre la superficie del terreno. Según Yakubovskig-Liakhov.

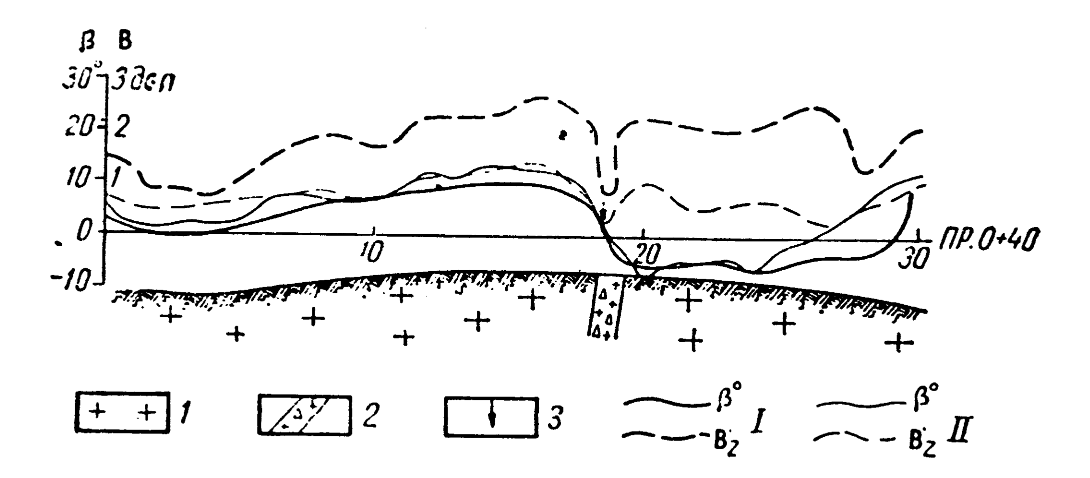


Fig. IX-5. Aplicación del método radiokip a la prospección minera. 1, granodiorita. 2, zona metalizada. 3, ejes eléctricos o concentraciones de corriente. I, observaciones en invierno. II, observaciones en verano. Según Fedorenko.

IX.3.7 Versiones occidentales

Se pensaría sin duda que, ante los buenos resultados obtenidos por el método Radio-kip, dados a conocer en diversas publicaciones, el nuevo procedimiento prospectivo habría sido adoptado con rapidez en Occidente o, al menos, se realizarían ensayos para comprobar su efectividad. Sin embargo, no ocurrió nada semejante; al menos el autor no ha podido encontrar ningún comentario sobre este método en la literatura occidental, a pesar de que el BRGM de Francia tradujo, y publicó con poco retraso, números enteros de la revista soviética "Razvedka i Okhrana Nedr" que contenían artículos sobre el nuevo sistema.

No obstante, algunos geofísicos occidentales han desarrollado independientemente, métodos prospectivos análogos al Radiokip, repitiendo sin necesidad de investigaciones ya realizadas. El origen de estos pro-

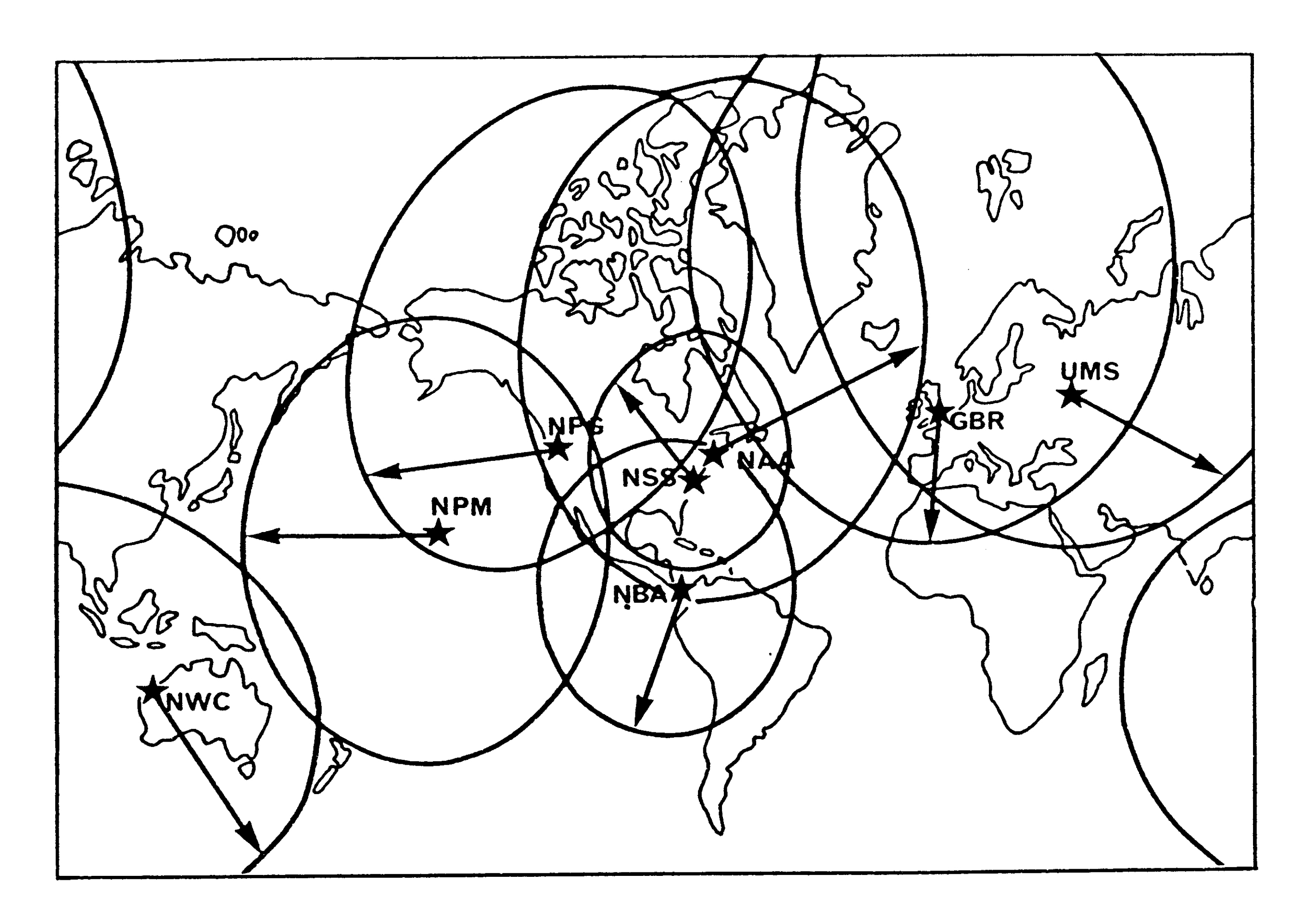


Fig. IX-6. Ubicación de algunas emisoras de frecuencias muy bajas (VLF) y zonas de recepción de las mismas. Los incrementos de potencia en las emisoras, y de la sensibilidad de los receptores, hacen que las zonas sean ahora más amplias que lo indicado. (Cortesía de Geonics Ltd.)

cedimientos parece estar en las investigaciones de PAAL (1965). Este autor, al efectuar en Suecia investigaciones con un Slingram de frecuencia alta (18 kHz) observó que a ciertas horas del día, siempre las mismas, aparecían fuertes perturbaciones, que impedían el trabajo. Se pudo averiguar que la causa de dichas interferencias radicaba en emisoras muy potentes y de frecuencia muy baja, empleadas para la comunicación con submarinos. En aquel tiempo existían dos emisoras de esta clase: la GBR, inglesa (16,0 kHz; 400 kW) y la americana NAA, de Maine (17,8 kHz, 2 Mw). Durante 1963 y 1964, Paal realizó ensayos sistemáticos, cuyas conclusiones no es necesario detallar porque confirman los resultados que Tarkhov y sus colaboradores habían obtenido diez años antes, y que ya han sido expuestas. Paal realizó también mediciones en el interior de minas con el resultado de que el campo a 275 m de profundidad oscilaba entre el 12 y 30 % de su valor en superficie.

Desde entonces, el número de emisoras del tipo indicado (VLF = frecuencias muy bajas) ha crecido (fig. IX-6), y se construyen otras aún más potentes y de frecuencia aún más baja. Conviene indicar que a la frecuencia de 20 kHz corresponde, en el vacío, la longitud de onda de 15 km. El campo de estas emisoras es también muy intenso; los valores medios registrados por Paal oscilaban entre 500 y 700 μV/m. Existen actualmente en el mercado al menos dos instrumentos muy portátiles que permiten aplicar modalidades del método Radio-kip que utilizan como fuentes emisoras de VLF.

El aparato EM-16, ideado en 1965 por el finlandés Vanio Ronka, y fabricado por la casa Geonics, de Toronto, pesa algo menos de 1,5 kg y puede trabajar simultáneamente con dos emisoras, para las que va sintonizado (fig. IX-7; en lámina aparte). Para trabajar con otras diferentes basta con la sustitución inmediata de una parte del circuito, montada en una sola pieza. Las magnitudes medidas son las partes real e imaginaria de la componente vertical magnética B_z, tomando como referencia la horizontal B_y (fig. IX-8). Pueden sintonizarse emisoras de frecuencias comprendidas entre 15 y 25 kHz. Las lecturas son muy rápidas, y pueden efectuarse en el interior de minas.

Recientemente, los constructores de este aparato le han añadido, como accesorio opcional, un circuito supletorio que se conecta al terreno por medio de dos tomatierras con 10 m de separación. Ello permite medir E_x y compararlo con H_y, y determinar la resistividad del recubrimiento del mismo modo que en los SMT (*).

(*) Procedimiento análogo es el utilizado en la Unión Soviética (ROGACHEV *et al*, 1969), usando las señales de la emisora americana NPG, situada en Seattle, a más de 5.000 km de distancia.

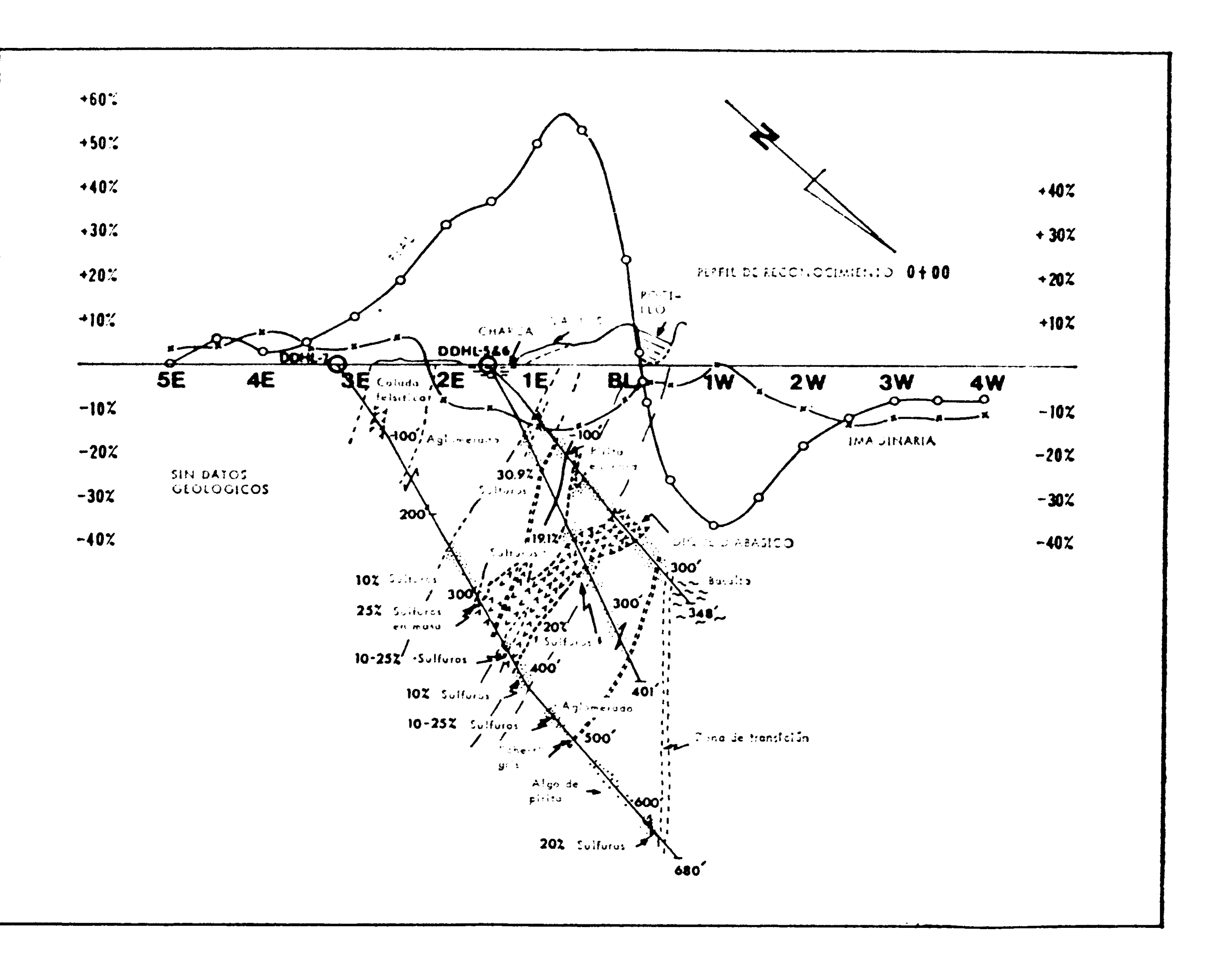


Fig. IX-8. Curvas de las componentes real e imaginaria del campo magnético vertical de una emisora de VLF, obtenidas con el instrumento EM-16, sobre un filón de sulfuros, en Terranova. (Cortesía de Geonics Ltd.)

El "Scopas" es un instrumento más reciente, producido por la empresa canadiense Scintrex, y cubre aproximadamente el mismo margen de frecuencias que el EM-16. Puede medir las amplitudes de las diversas componentes magnéticas del campo, así como la inclinación y azimut del campo total. El aparato, de estado sólido como el anterior, es también muy liviano 1,35 kgs) y se alimenta por dos pilas secas de 9 voltios (figuras IX-9 y IX-10, en láminas aparte).

El desfase φ entre las componentes vertical y horizontal del campo, puede determinarse en función de las amplitudes de estas y de la incli-

nación β del campo total (en realidad la del eje mayor de la elipse de polarización). Para ello se utiliza un ábaco basado en la fórmula

$$\cos \varphi = \frac{1}{2}\left(\frac{B_r}{B_z} - \frac{B_z}{B_r}\right) \operatorname{tg} 2\beta \qquad \text{(IX.6)}$$

que se obtiene fácilmente de la (VII-23).

Las mediciones que pueden efectuarse con este instrumento son las mismas descritas para el método Radiokip, con las ventajas prácticas que resultan de la portabilidad del aparato.

IX.4 EL METODO AFMAG

IX.4.1 Definición y origen

El método Afmag es un procedimiento de calicateo electromagnético de campo natural, que trabaja en frecuencias comprendidas entre 1 Hz y 10 kHz. Este campo se produce principalmente como efecto de los fenómenos eléctricos que acompañan a las tormentas (meteorológicas).

Fue ideado por el canadiense Mc Laughlin y sus colaboradores, pero la primera publicación sobre el tema se debe a S. H. WARD (1959). El nombre Afmag se deriva de la expresión "audio frequency magnetics".

La aplicación para la que se ideó este método era la búsqueda de metalizaciones conductoras profundas, las cuales serían accesibles en razón de la baja frecuencia empleada. Aunque se han obtenido algunos éxitos en investigaciones de esta clase, donde se ha mostrado eficaz el método Afmag es en la detección de fallas y zonas de fractura.

IX.4.2 Campo primario

Las frecuencias utilizadas en el método Afmag, corresponden a las bandas ELF (frecuencias extra-bajas, de 1 ó 3 Hz a 3 kHz) y VLF (frecuencias muy bajas, de 3 kHz a 30 kHz). Dentro de estas bandas, y en las proximidades de la superficie terrestre, se observa un campo natural, irregular y variable, al que contribuyen señales de muy diverso origen.

La parte principal de dicho campo se debe a los rayos, pero contribuyen también a él otras causas. Entre éstas pueden citarse trenes de ondas provenientes de la ionosfera, exosfera, límites de la magnetosfera, e incluso del espacio exterior. También puede existir, dentro del margen de frecuencias indicado, campos debidos a efectos giromagnéticos de iones en el campo geomagnético, los cuales pueden producirse tanto en medio natural como en los escapes y estelas de aviones de reacción y explosio-

nes nucleares. Las instalaciones eléctricas industriales o urbanas prestan también su contribución.

Todos los ruidos indicados, cuando son de origen terrestre, reciben el nombre de *parásitos atmosféricos,* que los investigadores anglosajones suelen abreviar en "sferics".

Conviene estudiar más detalladamente el efecto de las descargas atmosféricas que, como se ha dicho, constituyen la parte más importante del campo estudiado en el método Afmag. Cada rayo constituye un impulso, de algunos milisegundos de duración, que se propaga a lo largo de una guía de ondas constituida por el suelo y el límite inferior de la ionosfera, cuya altura y conductividad cambian constantemente. En esta propagación, las diferentes frecuencias no se atenúan por igual, por lo que el espectro de las descargas varía con la distancia a su fuente. Según los trabajos de Chapman y Macario, a distancias del orden de 2000 km, dicho espectro presenta dos máximos; uno, muy suave, próximo a 120 Hz y otro más agudo, alrededor de 7 kHz.

Existen en la superficie terrestre tres zonas de máxima producción de tormentas, que son respectivamente el centro de Sudamérica, Africa Central y Extremo Oriente (Indias Orientales). Estas zonas sufren desplazamientos estacionales de algunos grados de latitud hacia el N o hacia el S, según en qué hemisferio vaya a comenzar el verano, aproximándose a él.

Según lo dicho, el campo electromagnético "atmosférico" observado en un punto cualquiera de la superficie terrestre estará formado, por una parte, por la contribución de las tormentas próximas, y por otra parte por el campo creado por las mencionadas zonas de producción de tormentas. Tanto la teoría como la observación demuestran que la intensidad del campo es, en líneas generales, máxima en las proximidades del ecuador, y decrece con el aumento de latitud, con mínimo en los polos.

Característica esencial del campo "atmosférico" es su variabilidad, debida tanto a los cambios en la fuente como a las fluctuaciones en la ionosfera. A causa de estas últimas existen variaciones undecenales (ciclo solar), anuales o estacionales, y diurnas. Como resultado de la variación estacional hay épocas del año en que el campo es tan débil que impide el trabajo prospectivo por el método Afmag. Así, su aplicación sólo es posible durante los meses de mayo a septiembre en el hemisferio Norte, y en los de noviembre a marzo en el Sur. No obstante, en las regiones ecuatoriales es posible trabajar durante todo el año. En cuanto a la variación diurna, consiste en que la intensidad del campo es mínima desde la salida del sol hasta mediodía, momento en que comienza a crecer y se mantiene a niveles relativamente alto durante la noche. A estos cambios graduales se superponen otros irregulares de período corto.

La amplitud del campo en un punto dado varía aleatoriamente con el

tiempo, pero en la distribución de los azimutes hay preponderancia de ciertas direcciones. Cada impulso suele estar polarizado elípticamente, de por sí, o como resultado de las corrientes que induce en el subsuelo. Si las mediciones se prolongan durante algún tiempo, se obtiene un *elipsoide de integración* que resulta de la polarización elíptica en dos planos perpendiculares.

Si el terreno es homogéneo, el elipsoide de polarización se reduce a una elipse horizontal, con muy poca excentricidad. La presencia de cuerpos conductores hace aparecer una componente vertical, mientras que el azimut del eje mayor tiende a orientarse perpendicularmente al eje del cuerpo. La elipse de polarización en el plano vertical suele ser bastante excéntrica, con el eje horizontal de 3 a 5 veces que el vertical.

Sin embargo, la orientación e inclinación del elipsoide de polarización suelen variar con el tiempo, llegando a cambiar en algunos casos 90° en 24 horas. Estas variaciones fueron estudiadas por WARD *et al* (1966) en dos localidades de California (Gilroy y Mariposa) comprobándose su irregularidad, así como el efecto sobre las mediciones de los armónicos de la corriente de las líneas eléctricas de transporte. Por el contrario, el eje menor de la elipse de polarización vertical suele oscilar muy poco, no más de un par de grados.

IX.4.3 Instrumental y trabajo de campo

El aparato más empleado para la prospección por el método Afmag consta de dos bobinas cilíndricas de núcleo ferrítico, ortogonales entre sí. Una de ellas, de menor número de espiras, es la *bobina de referencia,* y la otra, la *bobina de señal.* Ambas van acopladas a circuitos que comparan el campo captado por la segunda bobina con el recibido por la primera, eliminando las señalas que no estén en fase con las de esta última. Si el conjunto de las bobinas gira en un plano, la salida será nula cuando el eje de la bobina de referencia coincide con el mayor de polarización en dicho plano (fig. IX-11).

Normalmente se emplean dos frecuencias, que son 150 y 510 Hz, adecuadas para los países con 60 Hz en la corriente industrial, pero que no pueden utilizarse en aquellos donde esta última frecuencia es de 50 Hz, dada la interferencia que producirían sus armónicos. En este caso las frecuencias que se usan son las de 175 y 475 Hz.

En el trabajo de campo se miden dos datos en cada estación, que son el azimut y la inclinación del eje mayor del elipsoide de polarización. El primero se determina haciendo girar las dos bobinas en un plano horizontal, hasta que sea nula la lectura en el instrumento de salida. El azimut es la dirección que en este momento tiene la bobina de referencia. Para

determinar la inclinación se procede del mismo modo en el plano vertical que pasa por el azimut hallado.

Las mediciones se efectúan a intervalos de 25 m sobre perfiles perpendiculares al rumbo previsto para los objetos buscados. En las zonas de anomalía se aumenta la densidad de estaciones.

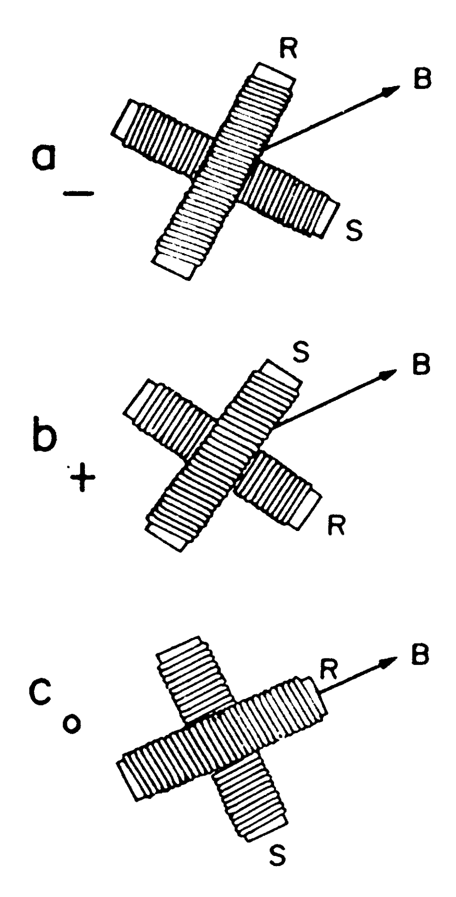


Fig. IX-11. Medición de la inclinación del eje mayor del elipsoide de polarización en el método Afmag. B, campo magnético o su semieje mayor. R, bobina de referencia. S, bobina de señal. La inclinación de B es la de la bobina R cuando la salida de S es nula (*c*). En las posiciones *a* y *b* las salidas son negativa y positiva respectivamente, tomando como referencia la de R.

IX.4.4 Representación de los resultados

Las inclinaciones se representan gráficamente en forma de curvas que muestran su variación a lo largo de cada perfil, como en el método de inclinación de campo.

Los azimutes pueden representarse del mismo modo, pero se usa preferentemente una representación en planta, trazando, con origen en cada estación, un vector cuya dirección coincide con el azimut, y cuyo módulo es proporcional al ángulo de inclinación. El sentido del vector es convencional, siendo más usual tomarlo según el de la inclinación.

IX.4.5 Interpretación

En principio, las mediciones de Afmag se interpretan de modo análogo al empleado para el método de inclinación de campo.

Los ejes conductores se encuentran aproximadamente bajo los puntos de cruce de la inclinación, esto es, donde esta cambia de signo (fig. IX-12). En el plano de azimutes, tales ejes se manifiestan por una inversión en el sentido (fig. IX-13).

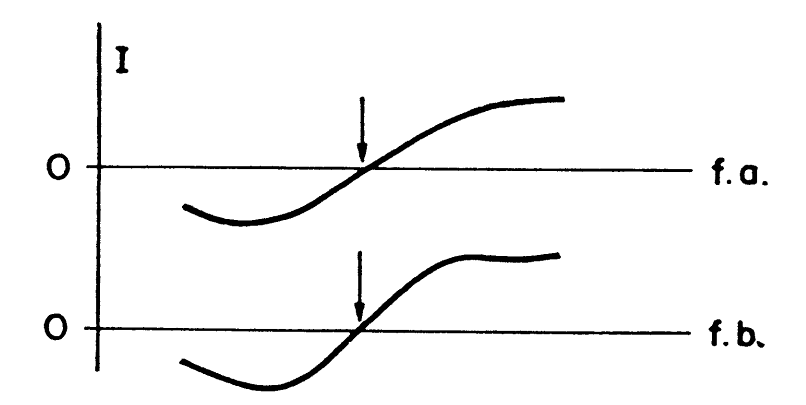


Fig. IX-12. Detección de una zona conductora en el método Afmag, mediante el "punto de cruce" en las curvas de inclinación (señalado por una flecha). *f.a.* Curva de frecuencia alta; *f.b.* idem idem baja.

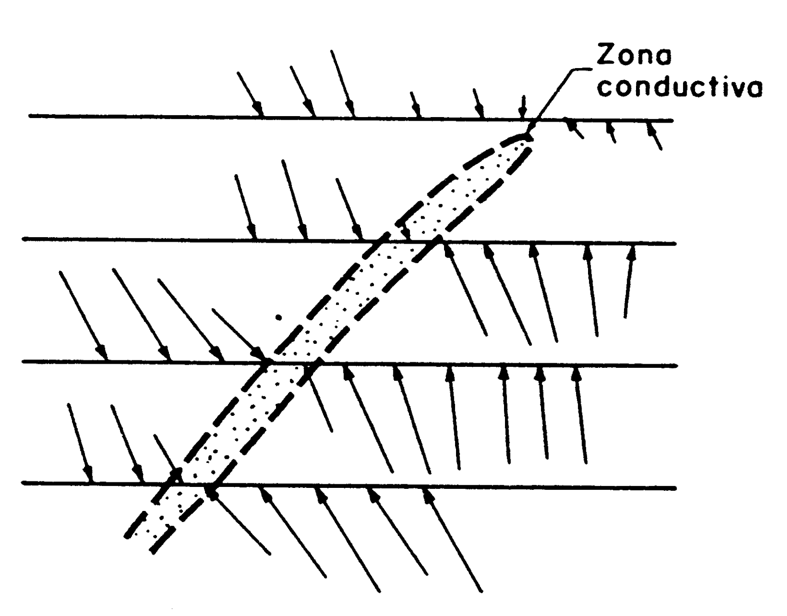


Fig. IX-13. Representación de las observaciones de Afmag en un plano de vectores. Estos se trazan con su extremo en el punto de observación, con longitud proporcional a la inclinación y con dirección igual al azimut observado. Obsérvese el cambio de sentido al pasar sobre la zona conductora, acompañado por una disminución de longitud, que se reflejaría en un "cruce" en las curvas de inclinación. Al mismo tiempo, el azimut tiende a colocarse ortogonalmente a la zona conductora.

WARD y otros (1968) han calculado un catálogo de curvas patrón para las anomalías de Afmag producidas por un disco metálico conductor. Se incluyen diagramas para la determinación de todos los parámetros del disco, en la hipótesis de que tanto el recubrimiento como la roca circundante son de conductividad nula. Los efectos que se producen cuando no se cumple dicha hipótesis han sido estudiados por VOZOFF (1971). Uno de los resultados más importantes de este trabajo es que un recubrimiento suficientemente grueso o conductor puede "borrar" las anomalías de los cuerpos conductores subyacentes. Las condiciones para que esto ocurra se dan frecuentemente en la práctica. El problema del disco ha vuelto a ser estudiado por GREENFIELD (1971).

Sobre el Afmag aéreo, véase el apartado X.8.6.

IX.5 EL METODO DE RADIOGRAFIA HERTZIANA

IX.5.1 Fundamento y origen

El método de *radiografía hertziana* tiene por finalidad el descubrimiento y cartografía de cuerpos buenos conductores situados entre dos sondeos o labores mineras, o incluso entre una de éstas y la superficie del terreno.

Este procedimiento prospectivo es de origen soviético, y parece ser desconocido en Occidente. El autor, al menos, no ha encontrado ningún trabajo, referencia o alusión sobre él en la literatura geofísica occidental. El método, cuyo nombre originario es el de *radiografía por ondas de radio,* no es muy reciente, pues el trabajo de DOSTOVALOV (1946) citado por Tarkhov, describe ya técnicas usuales de trabajo.

El principio del método no puede ser más sencillo. Si en el campo de un emisor de ondas hertzianas se coloca un cuerpo metálico, se produce una *zona de sombra,* dentro de la cual no es posible recibir las señales del emisor. Inversamente, si al medir el campo de un emisor a lo largo de un perfil se observa la presencia de una zona de sombra, puede concluirse que existe un cuerpo conductor entre el emisor y el perfil.

La figura IX-14 a indica, esquemáticamente, el principio del método. Entre la galería *G* y la superficie del terreno existe una metalización muy conductora en forma de bolsada. Entonces, si se colocase en la galería un emisor *E* y se midiese la intensidad del campo creado en la superficie, se observará una zona de amplitud nula o mínima correspondiente al cono de sombra producido por la bolsada. Repitiendo las mediciones para diversas posiciones del emisor puede determinarse aproximadamente la forma y situación de la bolsada, o al menos dentro de qué límites geo-

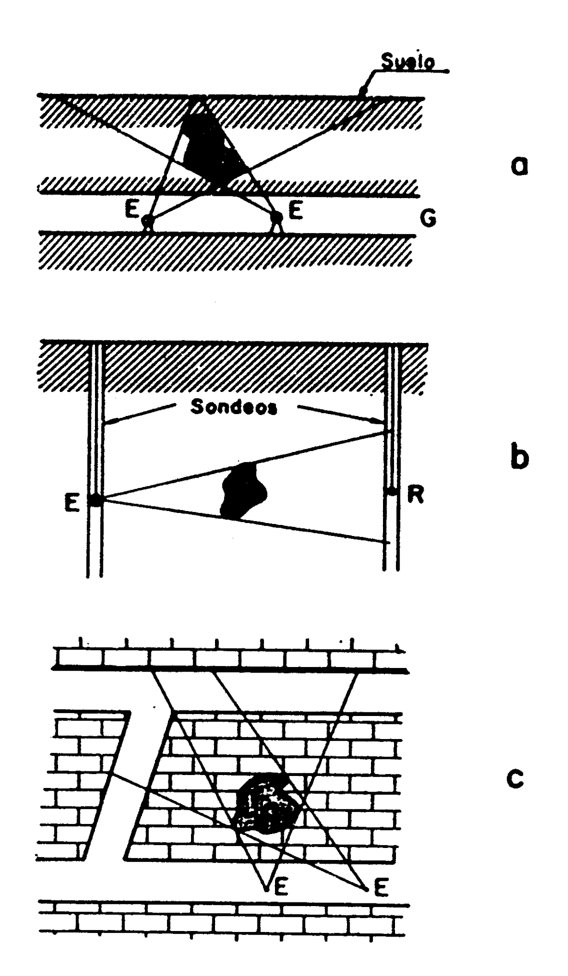


Fig. IX-14. Método de radiografía hertziana. Las ondas producidas por el emisor E son detenidas por las zonas metalizadas conductoras (en negro) dando lugar a zonas de sombra. *a*, emisor en una galería y receptor en la superficie del terreno. *b*, emisor y receptor en el interior de sondeos. *c* (en planta), emisor y receptor en sendas galerías.

métricos se encuentra. Las figuras IX-14 b y c representan aplicaciones análogas del método entre dos perforaciones, y entre dos galerías de una mina.

Lo dicho expresa el principio básico del método, pero los fenómenos que tienen lugar en su aplicación no son tan sencillos, pues los conceptos de la Optica Geométrica sólo representan una primera aproximación, insuficiente cuando, como suele ocurrir, los cuerpos implicados tienen tamaños comparables con la longitud de onda, pues entonces se producen fenómenos de difracción. Hay que tener en cuenta, además, que las rocas de caja producen a su vez una cierta atenuación de la señal por absorción de energía y que en las galerías se producen efectos de guía de ondas. Además pueden aparecer anomalías "falsas" debidos a zonas conductoras sin interés práctico, o a las instalaciones de la mina, como carriles, cables, tuberías, etc.

IX.5.2 Principios teóricos

Las frecuencias empleadas en el método de radiografía hertziana son del orden de algunos MHz. Ahora bien, según se calculó en el párrafo final del apartado I.12, la longitud de onda correspondiente a un medio de 100 Ω-m, valor muy usual, para la frecuencia de 1 MHz es de 31,6 m. Por lo tanto, las longitudes de onda que intervienen en el método considerado serán del orden de una o pocas decenas de metros, y puede suponerse para el cálculo que se trabaja en la zona lejana.

De lo expuesto en el apartado I.21 se deduce que el campo electromagnético de un dipolo magnético sumergido en un medio homogéneo de constante de propagación γ, a distancias superiores a una longitud de onda (zona lejana) puede escribirse en la forma

$$E = E_0 \frac{e^{i\gamma R}}{R} e^{-i\omega t}$$

$$B = B_0 \frac{e^{i\gamma R}}{R} e^{-i\omega t} \qquad \text{(IX.7)}$$

que también es válida para un dipolo eléctrico. Ahora bien, por ser $\gamma = a + b\,i$ se tendrá

$$e^{i\gamma R} = e^{iaR} \cdot e^{-bR}$$

cuyo primer factor, combinado con $\exp(-i\omega t)$ representa un término periódico que no influye en la amplitud, por lo que, a efectos de la medida de ésta, las ecuaciones (IX.7), pueden expresarse más sencillamente como

$$E = E_0 \frac{e^{-bR}}{R}$$

$$B = B_0 \frac{e^{-bR}}{R} \qquad \text{(IX.8)}$$

En lo que sigue, se considerará sólo la componente magnética **B** pero las consecuencias que se obtengan serán igualmente aplicables a **E** dada la identidad de las fórmulas a que obedecen ambas.

Para determinar el valor de la constante de atenuación b, cuando no se conoce B_0, pueden efectuarse mediciones de la intensidad de campo a dos distancias diferentes, R_1, R_2 entre el emisor y el receptor. Se tiene entonces

$$B_1 R_1 = B_0 e^{-bR_1}$$

$$B_2 R_2 = B_0 e^{-bR_2} \qquad \text{(IX.9)}$$



Fig. XI-8.—Equipo de polarización inducida (dominio de tiempos), construido por la casa canadiense Scintrex. A la izquierda, el emisor. La caja que lo une al receptor es un circuito simulador del terreno. Cortesía de Scintrex y de Vegarada, S. A.)



Fig. XI-9.—Receptor del equipo de PI reproducido en la fig. XI-7. (Cortesía de Scintrex y de Vegarada, S. A.)

Fig. 1-4.—Equipo Widco-Logger para testificación eléctrica por electrodo único y rayos gamma hasta 360 m. de profundidad. (Cortesía de Gearhart-Owen Industries y de Vegarada, S. A.)

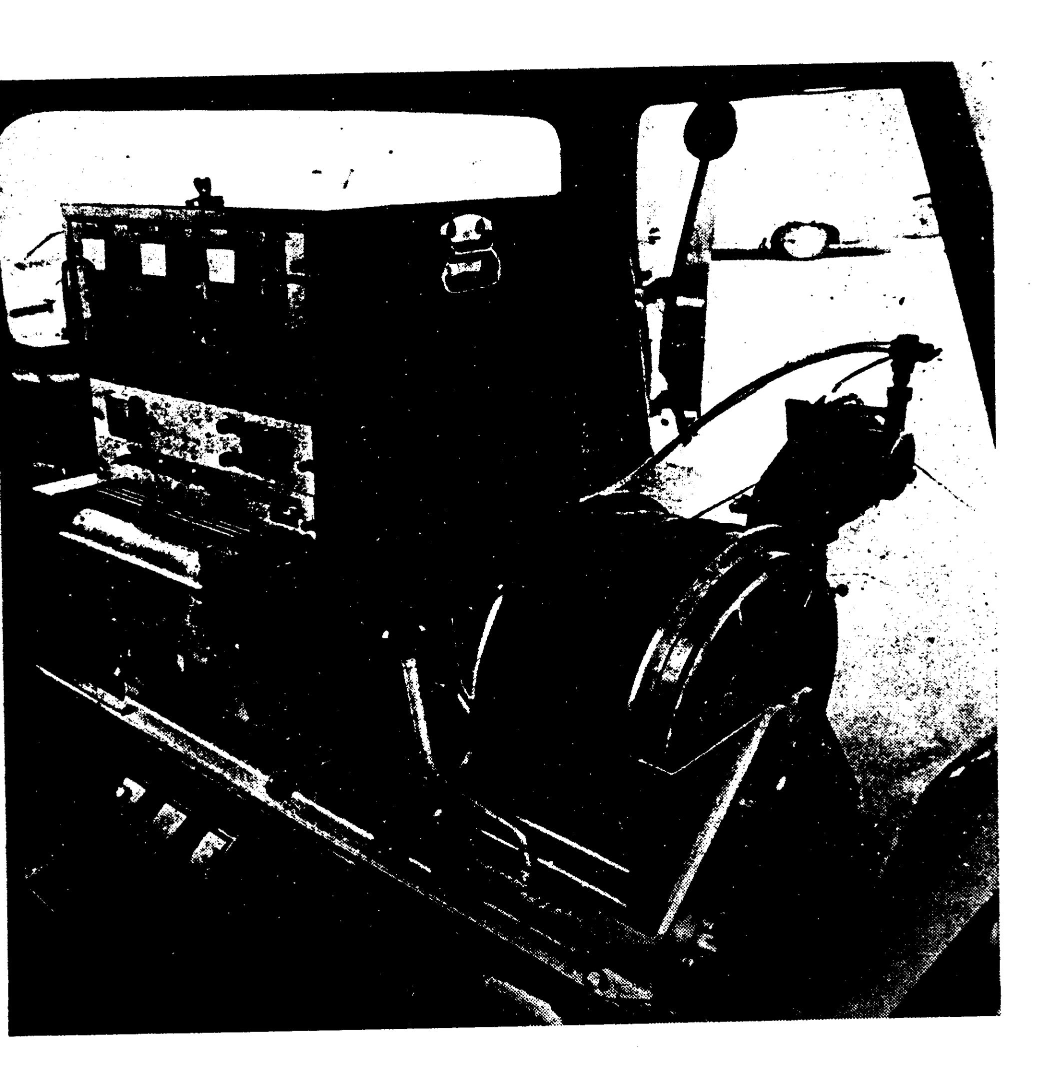


Fig. 1-5.—Equipo Widco-Logger para testificación eléctrica por electrodo único y rayos gamma hasta 1.500 metros de profundidad, montado sobre una furgoneta. (Cortesía de Gearhart - Owen Industries y de Vegarada, S. A.)

Dividiendo entre sí ambas expresiones, y tomando logaritmos resulta

$$b = \frac{\ln \dfrac{B_1 R_1}{B_2 R_2}}{R_2 - R_1} \text{ (en nepers/m)} \tag{IX.10}$$

La resistividad ρ y la constante dieléctrica ε del medio pueden calcularse si se determina el valor de b para dos frecuencias diferentes ω_1, ω_2. En efecto, según se vio en el capítulo I, la constante de atenuación vale

$$b = \left(\frac{\mu\omega}{2}\right)^{1/2} [(\varepsilon^2 \omega^2 + \sigma^2)^{1/2} - \varepsilon\omega]^{1/2} \tag{I.42}$$

de donde resulta, para las dos frecuencias, y después de elevar dos veces al cuadrado, junto con la adecuada reagrupación de términos

$$\frac{4 b_1^4}{\omega_1^2 \mu^2} + \frac{4 b_1^2 \varepsilon}{\mu} = \sigma^2$$

$$\frac{4 b_2^4}{\omega_2^2 \mu^2} + \frac{4 b_2^2 \varepsilon}{\mu} = \sigma^2 \tag{IX.11}$$

de las que pueden despejarse ε y σ:

$$\varepsilon = \frac{b_1^4 \omega_2^2 - b_2^4 \omega_1^2}{\mu (b_2^2 - b_1^2) \omega_1^2 \omega_2^2} \tag{IX.12}$$

$$\sigma = \frac{2 b_1 b_2}{\mu \omega_1 \omega_2} \left(\frac{b_1^2 \omega_2^2 - b_2^2 \omega_1^2}{b_2^2 - b_1^2}\right)^{1/2} \tag{IX.13}$$

si se conoce μ que, en general, será igual a μ_0.

IX.5.3 Instrumental

Los aparatos empleados en el método de radiografía hertziana han de ser livianos y de tamaño reducido con objeto de que puedan ser transportados y manejados fácilmente en el interior de galerías mineras. Estas exigencias suben de punto cuando ha de trabajarse en la modalidad de sondeos, en la que los instrumentos han de introducirse en el interior de perforaciones, generalmente de reducido diámetro. Al propio tiempo, los aparatos han de ser herméticos y tropicalizados, con el fin de resistir las difíciles condiciones ambientales en que han de trabajar.

Los emisores empleados en la modalidad minera, trabajan en dos o tres frecuencias fijas, estabilizadas por cuarzo, y comprendidas entre 2 y 10 MHz, con potencia de salida de 10 vatios en una antena orientable de cuadro. El receptor es del tipo superheterodino y utiliza una antena

de cuadro análoga, y lleva un instrumento de salida graduado en μV.

Los aparatos que se utilizan en la modalidad de sondeos presentan características análogas, pero al estar excluidas las antenas de cuadro en razón de su tamaño, han de emplearse para este fin dipolos eléctricos formados por un trozo de cable, cuya longitud más adecuada, determinada empíricamente, es aproximadamente la décima parte de la longitud de onda en el aire, y que cuelga del emisor o receptor en el interior del sondeo.

En ciertos modelos, algunos de los circuitos van montados en el exterior junto a la cabria que se emplea para hacer descender el resto de ellas y la antena. En otros equipos el emisor es autónomo, pues va encerrado, incluyendo las pilas que lo alimentan, en una caja cilíndrica de 50 mm de diámetro y 300 de longitud, y pende de un cable de fibra enrollado en el tambor de la cabria, con lo que se evitan los efectos perturbadores de un cable metálico. El receptor correspondiente va todo en el exterior salvo la antena, que es lo único que desciende por el sondeo que pudiéramos llamar de recepción. La entrada del receptor va unida a un cable apantallado, que es el de la cabria, y en cuyo extremo se suprime el blindaje, en la longitud conveniente, para formar la antena. La salida del receptor suele ir acoplado a un registrador que, combinado con la cabria, traza un gráfico amplitud-profundidad, como en los equipos de testificación eléctrica.

Es fundamental que la señal de salida del emisor, así como la sensibilidad del receptor, sean lo suficientemente estables para garantizar la reproducibilidad de las mediciones.

IX.5.4 Efectos perturbadores

La propagación de las ondas hertzianas entre dos labores mineras se ve afectada por algunas causas perturbadoras que, si no son eliminadas o corregidas, pueden dificultar o falsear las mediciones. Tales efectos son de dos clases.

a) *Efecto de guía de ondas.*

La energía emitida por el transmisor tiende a canalizarse por las galerías de la mina, que actúan como guías de onda, en vez de propagarse a través de las rocas intermedias. Así, la intensidad de campo medida a lo largo de una galería sufre una disminución brusca al pasar frente a la boca de una galería transversal (fig. IX-15) por lo que han de aplicarse las oportunas correcciones. También puede eliminarse el efecto colocando, en la boca de las bifurcaciones, "tapones electromagnéticos" es decir, pantallas conductoras de tela metálica o material análogo.

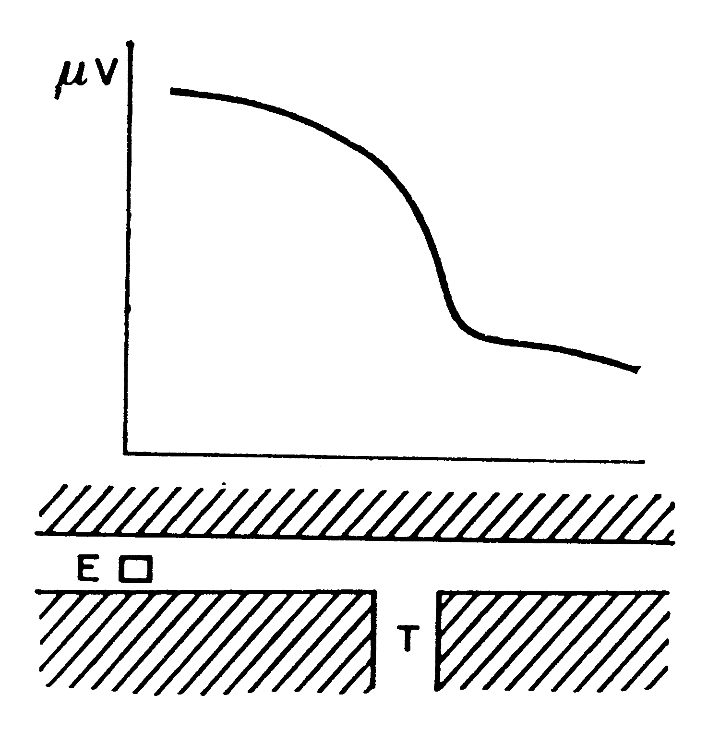


Fig. IX-15. Disminución de la intensidad de campo producida por la presencia de una galería transversal. El decrecimiento regular de la tensión producida en la antena del receptor por el emisor E, se acentúa fuertemente cuando el primero pasa frente a la galería T, que "deriva" parte de la energía emitida.

b) *Efecto de los conductores artificiales.*

La propagación de las ondas se ve afectada por la presencia de cuerpos metálicos de gran longitud que existen en el interior de las minas, como carriles, tuberías y cables, cuyo efecto perjudicial crece en el orden indicado, y que se evita poniéndolos a tierra en diversos puntos. El problema más difícil lo constituyen los cables aéreos recorridos por corriente continua para alimentación de locomotoras eléctricas. Tales cables deben cortocircuitarse para las corrientes variables, uniéndolos a tierra en varios puntos a través de condensadores de papel de 0,5 μF, por lo menos para tensiones de 500 a 1000 V.

Una vez efectuadas estas operaciones de desacoplo debe comprobarse su efectividad por medio de algunas mediciones de ensayo, que se comparan con las efectuadas antes.

IX.5.5 Mediciones preliminares

Antes de aplicar el método a una zona o problema determinados se efectúa una serie de mediciones previas que tienen por objeto el cálculo de la constante de atenuación de las rocas presentes, la elección de la frecuencia más efectiva, y la determinación del alcance de los instrumentos

en las condiciones locales. Además, si existen mineralizaciones conocidas puede comprobarse sobre ellas la eficacia del método.

La determinación de B se efectúa para los diversos tipos de roca presentes en el problema. Para cada una de ellas se efectúan mediciones en varios lugares diferentes, elegidos entre aquellos donde las rocas sean más homogéneas. Con el emisor fijo en un punto se mide la intensidad de campo para dos distancias diferentes R_1 y R_2 (a través de la roca). Entonces puede determinarse b por medio de la fórmula (IX.10). Cabe también efectuar las mediciones para mayor número de distancias, y trazar una curva $B = f(R)$ en escala semilogarítmica. De este modo, los puntos correspondientes a la zona lejana quedan sobre una recta como las representadas en las curvas teóricas de la figura IX-16. El valor de b puede

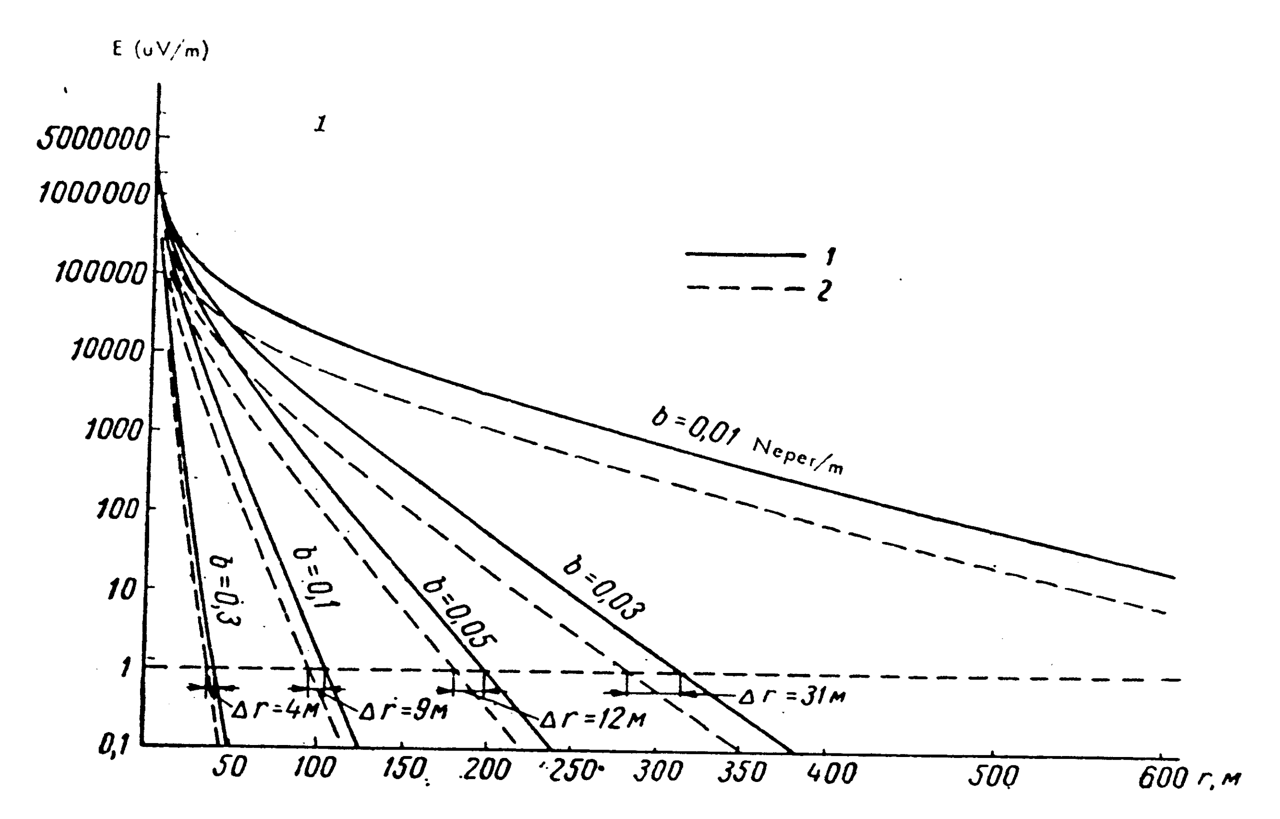


Fig. IX-16. Representación, en escala semilogarítmica, de la variación del campo del emisor en función de la distancia, para diversos valores de la constante de propagación. 1, curva para emisor de 15 W. 2, idem idem de 1 W. Según Yakubovskig.

determinarse directamente si las observaciones se representan sobre papel transparente, con las distancias en abscisas a escala 1:50 y las intensidades en escala logarítmica de 10 cm de módulo. El gráfico así obtenido se superpone al ábaco de la figura IX-17 debido a Kovalenko, donde se lee directamente el valor de b, que será la cantidad correspondiente a la recta inclinada del ábaco que mejor coincida con la obtenida experimen-

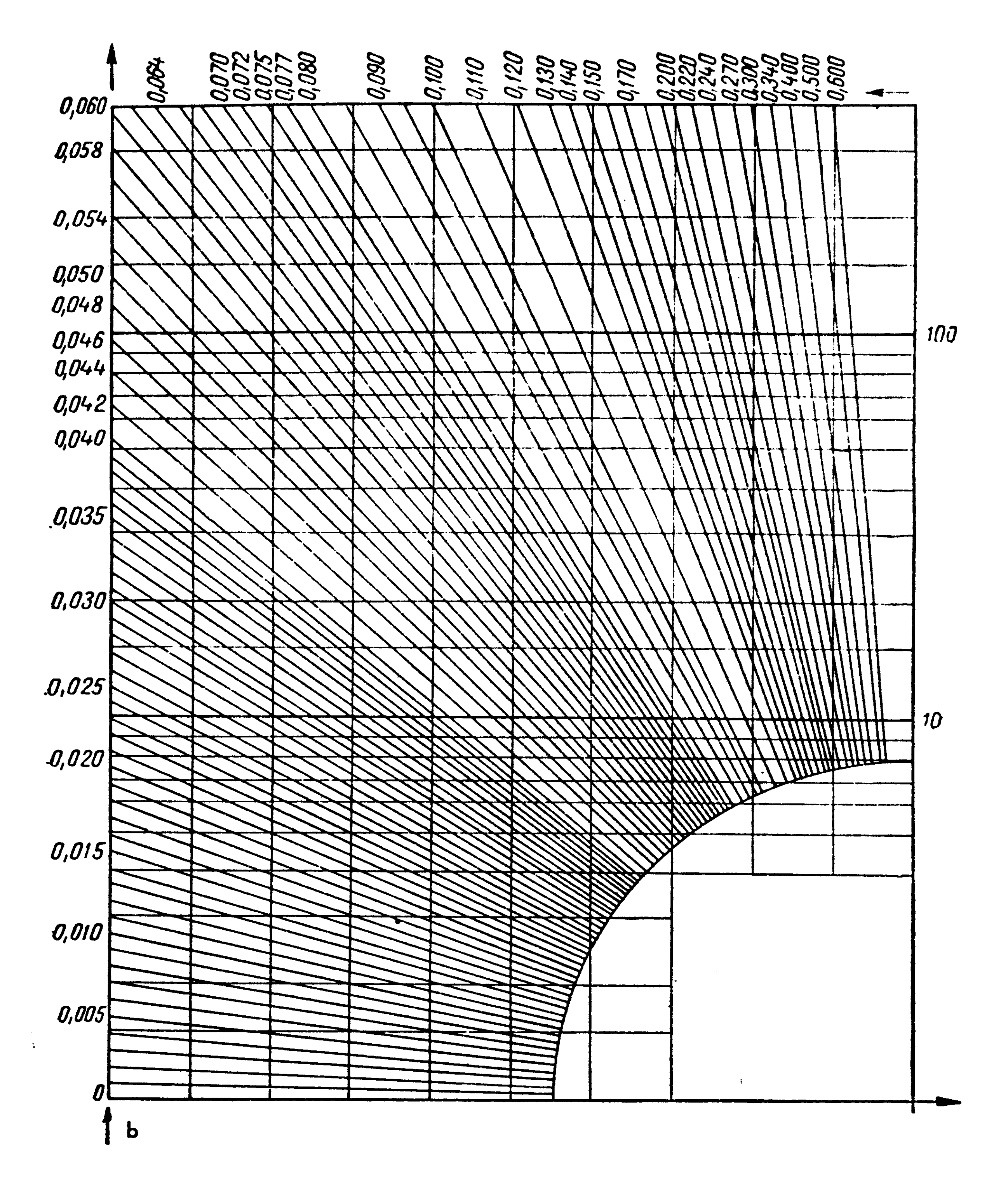


Fig. IX-17. Abaco de Kovalenko para la determinación de la constante de atenuación *b*. Los valores de ésta se indican en las escalas izquierda y superior.

talmente. La distancia máxima de trabajo se obtiene prolongando la parte recta de $B = f(R)$ hasta que corte a la línea horizontal que represente la señal mínima detectable por el receptor.

IX.5.6 Mediciones en minas

Terminada la fase preliminar se comienzan las mediciones prospectivas propiamente dichas o trabajo de producción, las cuales se efectúan en todas las galerías accesibles, y para varias frecuencias. El cuadro receptor se hace girar alrededor de un eje vertical, hasta conseguir la señal máxima, siendo ésta la que se anota, junto con el azimut correspondiente. Cuando se encuentra una anomalía, se procede a su estudio de detalle para varias posiciones del emisor. La situación del emisor y de las estaciones de recepción se determinan topográficamente y se llevan a un plano de labores con los datos geológicos y de situación de los conductores "artificiales". Junto a cada estación se marca la intensidad de la señal recibida en μV/m o en unidades arbitrarias. Estos valores pueden representarse también en forma de curvas que indican su valor a lo largo de cada galería.

IX.5.7 Mediciones en sondeos

Se introduce el emisor en una perforación, a cierta profundidad, y el receptor en otra; a éste se le hace recorrer todo el sondeo mientras se registra la señal recibida en función de la profundidad. Se procede del

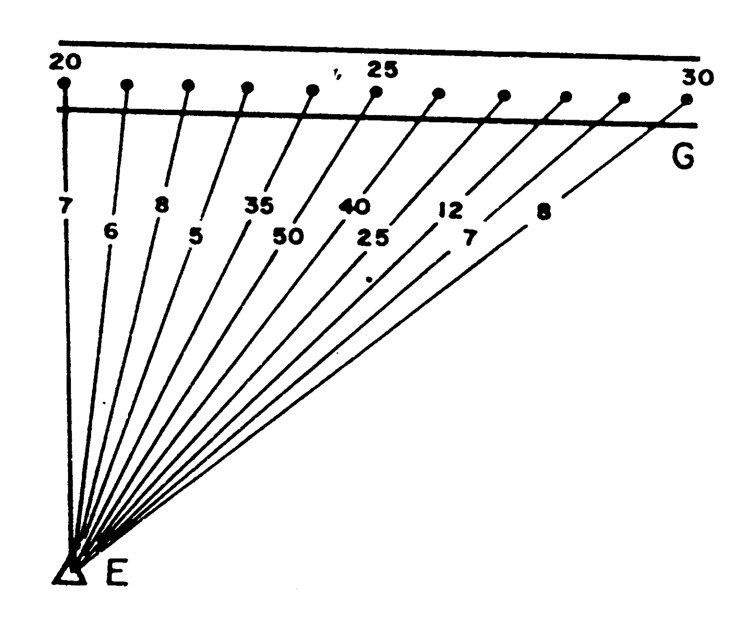


Fig. IX-18. Interpretación de mediciones de radiografía hertziana por el método de los rayos. Estos unen el emisor con las diversas posiciones del receptor a lo largo de la galería G, y llevan números que indican el factor de apantallamiento o atenuación. En la estación 25 y las próximas se registra la presencia de una zona conductora.

mismo modo que para los demás sondeos. Si se encuentra una zona anómala, se repite el registro después de modificar la profundidad del emisor.

IX.5.8 Interpretación

La interpretación en el método de radiografía hertziana se basa en la hipótesis de propagación rectilínea de las ondas (Optica Geométrica) y tiene por finalidad establecer la ubicación y el tamaño aproximado de los cuerpos causantes de las anomalías. Se emplean dos procedimientos interpretativos principales, que son el *método de rayos* y el *método de comparación*.

a) *Método de rayos.*

En medio homogéneo de constante b, el campo a la distancia R vale según se ha dicho,

$$B = B_0 = \frac{e^{-bR}}{R}$$

y la presencia de una heterogeneidad conductora puede representarse por la introducción de un factor de atenuación $1/F < 1$ de modo que si es B' el campo realmente observado sea

$$B' = B_0 \frac{e^{-bR}}{R} \frac{1}{F} \qquad \text{(IX.14)}$$

por lo que se tiene,

$$F = \frac{B}{B'} \qquad \text{(IX.15)}$$

El valor B' es el medido en cada estación, mientras que el B se calcula partiendo de b y R, así como de B_0, que habrá de determinarse en los ensayos previos. En el plano se trazan líneas (rayos) que unen el emisor con las diversas posiciones del receptor, y sobre cada una de ellas se anota el valor F correspondiente. Las zonas anómalas son las que destacan por su elevado valor de F. Los rayos que las limitan determinan el cono de sombra producido por el objeto. La zona común para varias posiciones del emisor es un polígono que se toma como sección aproximada del cuerpo detectado.

b) *Método comparativo.*

Se calculan curvas teóricas de la variación de B a lo largo de cada galería utilizando la fórmula (IX.8). Sobre cada una de ellas se superpone la curva experimental correspondiente. Las zonas de anomalía son aquellas en que el campo observado queda muy por debajo del teórico. Estas zonas se llevan al plano y se procede como en el otro método.

Debe advertirse que la propagación rectilínea no es hipótesis válida cuando los cuerpos conductores tienen tamaños comparables con la longitud de onda. Entonces tienen lugar fenómenos de difracción, y en el centro de la zona de sombra se produce un máximo de Fresnel, esto es, una región de mejor recepción que hace que la anomalía aparezca como debida a *dos* cuerpos diferentes. Esto indica la conveniencia de emplear frecuencias lo más altas posibles, con lo que se disminuye además la difracción de las ondas en los bordes de los cuerpos grandes (DAEV *et al*, 1963).

IX.5.9 Aplicaciones

Según se ha dicho más arriba, el método de radiografía hertziana se utiliza para la detección de zonas conductoras situadas entre dos labores mineras o sondeos. Estas zonas conductoras suelen representar metalizaciones, pero el método se ha empleado también para la detección de cavidades cársticas con agua en yacimientos de bauxita (Ural del Norte) o de cavidades con agua salada en minas de sal. Las condiciones más adecuadas se presentan cuando el objetivo tiene resistividad inferior a 1 Ω-m y la roca circundante más de 1000 Ω-m. También influye favorablemente la continuidad de la metalización. Sin embargo, por aplicación de frecuencias suficientemente altas se ha conseguido la detección de metalizaciones dispersas con resistividades de algunos millares de ohmios-metro.

Capítulo X

CALICATAS ELECTROMAGNETICAS AEREAS

X.1 GENERALIDADES

Todas las modalidades de CEM exigen el desplazamiento sobre el terreno del receptor, o del emisor, o bien de ambos simultáneamente. Si este desplazamiento se efectúa por medio de un vehículo aéreo, las mediciones pueden efectuarse con gran rapidez y de modo automático, mediante instrumentos registradores, de modo que la longitud del perfil explorado cada día es mucho mayor que en la modalidad terrestre, del orden del 50 a 100 veces más. Los métodos aéreos presentan la ventaja adicional de que se obtiene una curva continua de la magnitud medida en función de la distancia, en vez de una serie discontinua de estaciones. Por otra parte, no es difícil instalar sobre el mismo avión otros instrumentos, de modo que con un aumento en los costes relativamente pequeño, puede aplicarse simultáneamente otro u otros métodos prospectivos, como el aeromagnético, el radiométrico, o el Afmag. Siempre que la extensión de la zona que se estudia sobrepase un tamaño mínimo, las CEM aéreas resultan mucho más económicas que las terrestres.

No todo han de ser ventajas en las modalidades aéreas. En primer lugar, el ahorro de tiempo y dinero afecta sólo a la toma de datos, pero no a su elaboración e interpretación. Por otra parte, dada la rapidez de la marcha, y aun utilizando métodos perfeccionados de navegación, no puede determinarse con exactitud la ubicación del avión en el momento de registrarse cada anomalía, por lo que la situación de cada una de ellas debe comprobarse luego por métodos terrestres. Otra desventaja de las CEM aéreas proviene de que la altura del vehículo sobre el suelo, que al menos ha de ser de algunas decenas de metros, se suma a la pro-

fundidad de los cuerpos buscados, con la consiguiente disminución de los factores de acoplo K_{13} y K_{23} en la fórmula (VII.11), lo que implica menor respuesta que en la aplicación terrestre, lo que ha de contrarrestarse mediante el empleo de instrumentos más sensibles. Además, aparecen nuevas fuentes de ruidos, como las vibraciones de los soportes de las bobinas y las instalaciones eléctricas del motor o motores y otras. Por estas causas, el instrumental requerido por las CEM aéreas es mucho más costoso que el empleado en las terrestres.

Las CEM aéreas nacieron en Canadá, poco después de la segunda guerra mundial, con el método del cable largo, debido al sueco Lundberg. Este procedimiento prospectivo, en el que el emisor estaba fijo en tierra, y el emisor instalado en un helicóptero, parece haber caído en desuso en Occidente, si bien se ha empleado con buenos resultados en diversas regiones de la Unión Soviética.

En 1950, la International Nickel CO. de Canadá puso en funcionamiento el primer método de CEM totalmente aéreo, cuya eficacia fue demostrada poco después por el descubrimiento de importantes yacimientos de sulfuros en New Brunswick (PEMBERTON, 1962). Hacia 1955, eran varios los sistemas en uso, y las CEM habían pasado a figurar entre los métodos prospectivos normales. Desde entonces se han desarrollado muchas modalidades, alguna de las cuales emplea corriente primaria en forma de impulsos.

La literatura existente sobre las CEM aéreas es relativamente incompleta, y a veces poco objetiva. Esto se debe, por una parte, a que algunos métodos han sido desarrollados por empresas mineras, las cuales prefieren no revelar detalles técnicos de procedimientos prospectivos que las colocan en posición de ventaja frente a sus competidores en lo que respecta al hallazgo de nuevos yacimientos explotables. Además, muchas de las publicaciones sobre el tema se deben a empresas comerciales, que exageran las posibilidades de los métodos que ofrecen, disimulando sus limitaciones. Se ha llegado a dar el caso, insólito en la literatura sobre Prospección, de que brotase, hace años, una violenta polémica sobre los méritos relativos de dos métodos.

Hasta ahora, las CEM aéreas se emplean principalmente para la detección de metalizaciones conductoras. También pueden utilizarse para cartografía geológica de fallas o de horizontes-guía conductores como pizarras grafitosas. Una aplicación reciente la constituyen ciertas investigaciones hidrológicas.

X.2 CLASIFICACION DE LOS METODOS DE CEM AEREAS

Son muchos los métodos de CEM aéreos que se encuentran en uso o han sido utilizados alguna vez. Los nombres que los designan son frecuen-

temente ambiguos, y en parte, tienen origen comercial, por lo que se da el caso de que un mismo método recibe diferentes nombres por compañías distintas. Por todo ello, y para introducir algún orden, conviene establecer una clasificación. Los diversos métodos pueden dividirse en tres clases, atendiendo a su principio básico:

a) Métodos en que el emisor está fijado en tierra, mientras que el receptor es transportado por un avión o helicóptero, como el del cable largo. También puede incluirse aquí el método Radiokip.

b) Métodos en que tanto el emisor como el receptor van instalados en el propio vehículo aéreo o en algún remolque arrastrado por él, y el campo creado y medido es sinusoidal.

c) Métodos con las mismas características que los del grupo anterior, salvo que la fuente emite impulsos en vez de un campo continuo sinusoidal.

Se emplean muchas variantes en los métodos del grupo *b*) las cuales pueden clasificarse en tres subgrupos, de acuerdo con la instalación del emisor y del receptor, del modo siguiente:

b) 1) Las bobinas emisora y receptora van unidas a un mismo soporte, aproximadamente rígido, como el ala del avión, o el fuselaje de éste o de un helicóptero, o un armazón remolcado (figs. X-1 a, b y d).

b) 2) Una de las bobinas va instalada directamente en el vehículo aéreo, mientras la otra, generalmente la receptora, se encuentra en un remolque (fig. X-1 c).

b) 3) Emisor y receptor van sobre aviones diferentes, montados sobre estos mismos o en un remolque (fig. X-1 e).

La figura X-1 representa esquemáticamente algunos de estos dispositivos que, a su vez, pueden subdividirse atendiendo a las orientaciones de la bobina emisora y receptora. Estas pueden ser muy variadas. PARASNIS (1970) ha propuesto la siguiente notación, válida para todos los sistemas de la familia Slingram. Se establece un sistema cartesiano de coordenadas, cuyo eje x coincida con la dirección de avance del sistema, y el z con la vertical. La orientación del eje del dipolo emisor se expresa por sus cosenos directores respecto de dichos ejes, precedidos por la letra T (transmisor). Lo mismo se hace con la bobina receptora R, y con la línea de unión T-R de los centros de las bobinas, que se designa por L. Según esto, el dispositivo Slingram de bobinas horizontales, usual en el trabajo terrestre, se representará por T 001 L 100 R 001.

Las configuraciones más empleadas en el Slingram aéreo son:

a) Bobinas verticales coplanares, situadas en un plano perpendicular a la dirección de marcha: T 100 L 010 R 100 (fig. X-1 a).

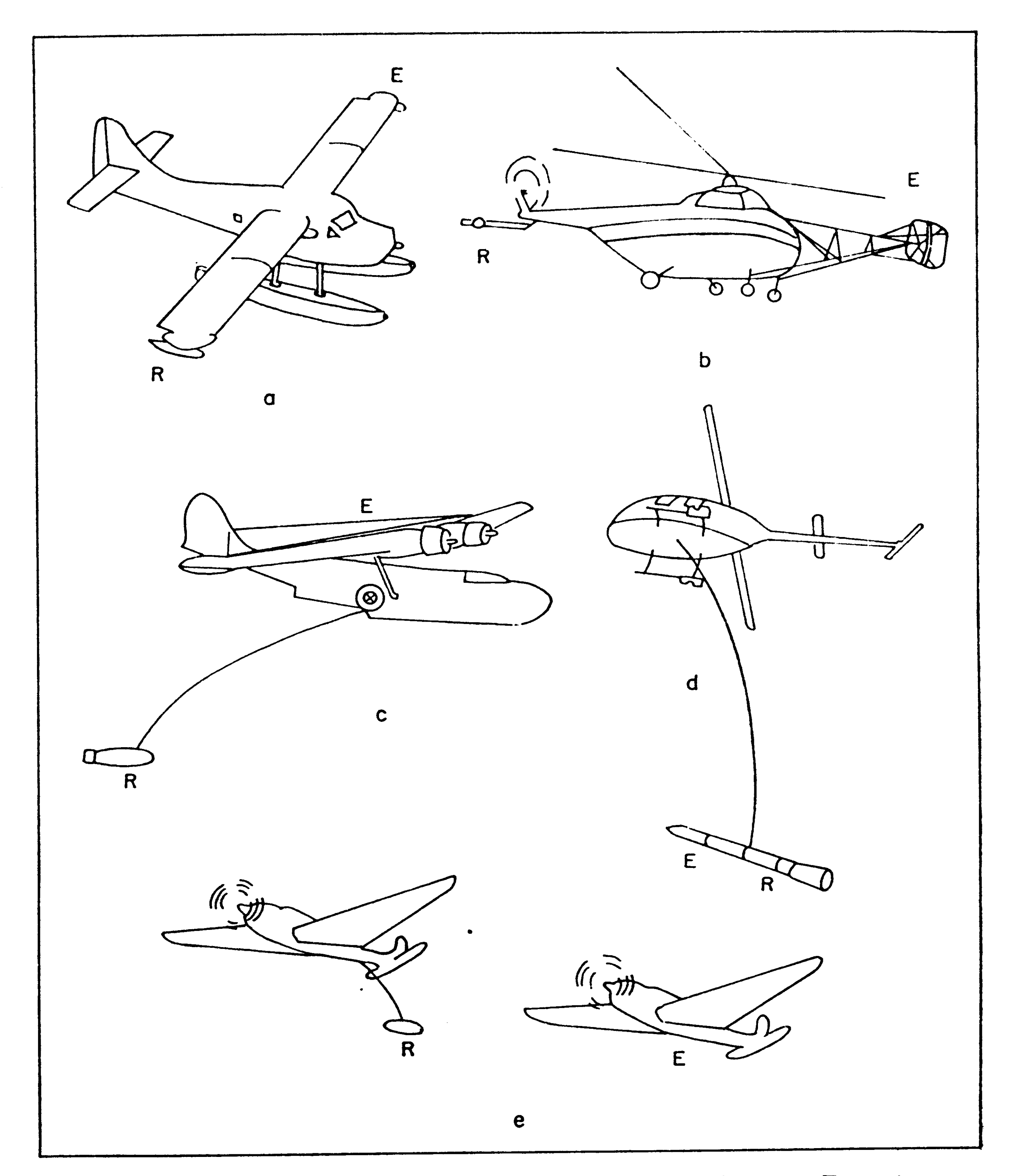


Fig. X-1. Principales dispositivos utilizados en el Slingram aéreo: *a,* Transmisor y receptor montados en las alas del avión. *b,* idem idem instalados a proa y cola del vehículo aéreo. *c,* Transmisor y receptor en el interior de un soporte rígido carenado, remolcado por avión o helicóptero. *d,* Transmisor en el avión y receptor en remolque. *e,* Transmisor y receptor en aviones diferentes.

b) Bobinas verticales coaxiles, con su eje común horizontal y orientado en la dirección de vuelo: *T* 100 *L* 100 *R* 100 (fig. X-1 b y d).

c) Bobina emisora horizontal y receptora vertical, situadas a diversa altura. Por ejemplo: *T* 001 *L* 0,82; 0; 0,57 *R* 100 (fig. X-1 c).

Otras configuraciones serán descritas más abajo.

X.3 FACTORES INSTRUMENTALES

Los sistemas de colocación de las bobinas indicados en el apartado anterior poseen diversas propiedades, que influyen mucho en la calidad de los resultados, por lo que conviene comentarlas con algún detenimiento.

Según se dijo en el capítulo VIII, cuando en el campo captado por la bobina receptora aparecen valores anormales, esto es, diferentes de los que se medirían en el vacío, puede atribuirse el hecho a una variación en la impedancia mutua de las dos bobinas. Esta variación puede deberse tanto a la presencia en el subsuelo de los cuerpos conductores buscados, como a variaciones de la separación de las bobinas o del ángulo que forman. Estas últimas constituyen una causa de ruido instrumental, que conviene disminuir en lo posible, y que tiene gran importancia en la prospección electromagnética aérea. A este respecto, véase KUZOVKIN (1964).

Consideremos en primer lugar los sistemas en que ambas bobinas van montadas en un soporte en forma de torpedo, remolcado por el avión. Tal soporte no puede ser perfectamente rígido, sino que flexará algo, y esta flexión puede variar según las condiciones de vuelo. Si la distancia entre las bobinas es de 10 m (en la mayoría de los sistemas es algo menor), una variación de ella de 0,1 mm representa un cambio relativo de 10^{-5} o sea 10 ppm (partes por millón). Teniendo en cuenta que el campo de un dipolo varía con el cubo de la distancia, se deduce que la variación relativa del campo es de 30 ppm, que no es despreciable, dada la pequeñez de las anomalías producidas por los objetivos de la investigación.

El efecto de los cambios en el ángulo α formado por las bobinas depende de si éstas son ortogonales (acoplo nulo) o coaxiles. El primer caso, si bien presenta la ventaja de su gran sensibilidad, por ser nulo el campo primario captado, adolece del grave inconveniente de que una ligera desviación respecto de la ortogonalidad de las bobinas produce en la receptora la entrada de un campo primario relativamente intenso. En efecto, el flujo recibido por la bobina es proporcional a cos α y, por lo tanto, su variación para cambios pequeños en la orientación, es proporcional a la derivada sen α que, en este caso ($\alpha = 90°$) vale 1. Resulta, pues, que una desviación de un minuto de arco respecto de la ortogonalidad, representa

una variación respecto del flujo máximo de $1/60 \cdot 90 = 1/5400$ equivalente a 227 ppm. Por esta razón, se prefiere el uso de bobinas paralelas y coaxiles, o sea en la posición de acoplo máximo, ya que entonces la variación es mucho menor. En todo caso, la estructura del remolque que soporta las bobinas ha de ser lo más rígida posible, y construidos de modo que, al al flexar, no cambie la orientación mutua de las bobinas. En algunos sistemas, las bobinas van unidas a partes extremas del propio avión o helicóptero, o de un bastidor sujeto a él. En tales casos, las condiciones de estabilidad geométrica no mejoran por causa de la mayor longitud de la estructura.

En otros métodos, la bobina emisora va unida al avión, mientras que la receptora está montada en un remolque. Dada la longitud del cable de unión, el remolque suele volar a unos 130 m. por debajo del avión y a unos 80 m detrás de él. El remolque debe estar cuidadosamente proyectado, de modo que vuele con orientación constante, pero esto es sólo posible de modo aproximado, ya que la turbulencia, cambios de velocidad, etc., influyen sobre ella, y al propio tiempo, sobre la distancia emisor-receptor. Esto hace que el campo primario captado por la bobina receptora sufra fuertes variaciones. Un modo de eliminar esta causa de ruido es registrar sólo la componente imaginaria que, por definición, no puede deberse al primario, sino a los campos inducidos en el terreno, pero esta solución no está exenta de inconvenientes, como veremos más adelante.

Además de los ruidos "geométricos" que se acaban de describir, existen otros. Si las bobinas vibran, como se mueven en el campo geomagnético, se inducen en ellas corrientes, que pueden ser eliminadas por filtrado, siempre que su frecuencia difiera suficientemente de la de trabajo. Los circuitos eléctricos del vehículo, en especial los del motor o motores, deben ser convenientemente corregidos por la aplicación de condensadores y blindajes, a fin de que no influyan sobre la bobina receptora. Otra causa proviene del movimiento de las partes metálicas y ferromagnéticas del vehículo aéreo en el campo geomagnético, con la consiguiente producción de corrientes inducidas, cuyos efectos pueden evitarse por medio de circuitos compensadores, o por el empleo de aviones con estructura de madera.

Los campos parásitos, tales como los debidos a líneas de transporte de energía eléctrica, atmosféricos, etc., pueden combatirse por medio de filtros y de la elección de la frecuencia de trabajo.

En resumen, la prospección electromagnética aérea entraña la aparición de múltiples causas de error que no existen o no tienen gran importancia en los métodos terrestres y que obligan a emplear una instrumentación más delicada y compleja que en éstos.

X.4 NAVEGACION

Los métodos electromagnéticos aéreos se aplican a lo largo de perfiles paralelos. La longitud de perfil explorada en un día oscila entre 200 y 1000 km.

El problema de atribuir cada valor del registro al punto geográfico sobre el que volaba el avión o helicóptero en el momento de observarlo suele resolverse por medio de una cámara que fotografía, sobre una banda continua, el terreno sobre el que se vuela. Esta banda se compara con la fotografía aérea de la zona en estudio, identificando los diversos accidentes que en ella aparecen y reconstruyendo así la trayectoria de vuelo. Cuando en la zona escasean los objetos fácilmente reconocibles, pueden emplearse alguno de los múltiplos sistemas existentes de radionavegación.

También es preciso tener en cuenta las variaciones en la altura de vuelo, que pueden deformar las anomalías, o crearlas falsas si son bruscas. Para ello se utiliza un radio-altímetro y se registran sus indicaciones, de modo que puede saberse la distancia al suelo en cada momento de la investigación.

Algunos sistemas van instalados en aviones y otros en helicópteros. El empleo de helicópteros es más caro que el de aviones (del orden del doble) por causa de su menor velocidad y del mayor coste por hora de vuelo. Sin embargo, los helicópteros presentan ventajas en zonas montañosas; y en caso de ausencia de aeródromos próximos a la zona de trabajo es más fácil montar bases auxiliares.

X.5 METODOS MAS IMPORTANTES (DOMINIO DE FRECUENCIAS)

A continuación se describen los métodos de prospección electromagnética aérea más importantes, bien por su difusión, bien por el principio de su funcionamiento. Muchos de ellos son conocidos por varios nombres diferentes, tales como el de la compañía que los ha puesto en funcionamiento o el de la que los explota comercialmente. Incluso existen sistemas que, salvo el nombre, son casi idénticos. Los métodos semiaéreos, y los de impulsos y hertzianos serán descritos en otros apartados.

X.5.1 Método de la componente imaginaria

También llamado método de las dos frecuencias. Aunque de origen finlandés (Puranem, Kahma y Ronka) fue puesto en funcionamiento como método comercial por la Compañía Hunting en Canadá, y por esta razón

ha sido denominado a veces "método canadiense", y "Hunting-Canso" donde la última palabra alude al tipo de avión empleado.

La bobina emisora es horizontal y triangular, con dos de sus vértices en las alas y el tercero en el timón. Tiene tres espiras y 50 m^2 de superficie.

Las bobinas receptoras, una para cada frecuencia, pequeñas y con varios millares de espiras, van montadas en un remolque unido al avión por un cable de 150 m de longitud. En condiciones normales de vuelo, el remolque queda a 67 m por debajo del avión y 130 m por detrás de éste. Como la altura normal de vuelo es de 150 m, el remolque queda a unos 80 m de altura. No es infrecuente la pérdida del remolque por choque de éste con las capas de los árboles u otros obstáculos en caso de vuelo más bajo o de topografía accidentada.

Se emiten dos frecuencias, 400 y 2300 Hz en la versión original, y valores semejantes en otras. Lo que se registra es la componente imaginaria del campo captado por las bobinas receptoras. Una bobina emisora auxiliar compensa el campo debido al movimiento de las partes conductoras del avión en el campo geomagnético. Se atribuye al sistema un nivel de ruido del orden de 10^3 ppm. Sin embargo el nivel de ruido geológico es grande, pues siendo horizontal la bobina emisora, queda bien acoplada con los conductores en la misma posición (recubrimiento conductor, lagunas, zonas pantanosas, etc.).

El inconveniente principal de este método, que parece haber caído ya en desuso, es que sólo mide la componente imaginaria. Si se operase sólo con una frecuencia, se tendrá respuesta máxima para un determinado factor de inducción. Si se supone que el "blanco" de la investigación es una lámina cuya conductancia es S, según lo dicho en el apartado VII.7 la respuesta para una frecuencia determinada será función de S (fig. X-2), con un máximo en la componente imaginaria, única que en este caso se mide, para un cierto valor S_1. Un cuerpo de conductancia suficientemente grande no será detectado. Si se dota al sistema de una segunda frecuencia

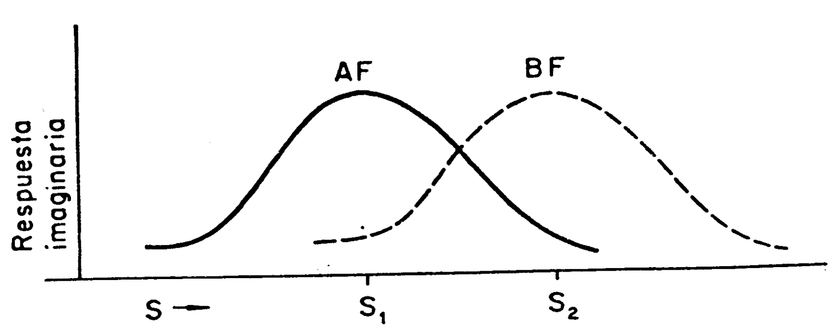


Fig. X-2. Curvas de respuesta en el método de la componente imaginaria, para lámina conductora delgada, en función de la conductancia S de ésta. AF, frecuencia alta; BF, frecuencia baja.

de trabajo (BF) más baja que la anterior, alcanzará su máximo para una conductancia mayor, tal como S_2, pero con ello el defecto queda atenuado, pero no eliminado, puesto que láminas de conductancia aún más intensa, como S_3, no serán detectados. Resulta, pues, que el método descrito no detecta aquellos cuerpos que, por su mayor espesor o su menor resistividad, presentan más interés minero. Tal circunstancia fue puesta de manifiesto en el curso de una virulenta polémica (HEDSTRÖM y PARASNIS, 1958 y 1959, PATERSON, 1959). Sin embargo, la situación no es tan desfavorable cuando la metalización está rodeada por un halo de diseminación o recubierta por sedimentos de conductividad apreciable, pues en tal caso, la respuesta en cuadratura puede ser mayor y observable aun en el caso de yacimientos de gran conductancia.

El empleo de dos frecuencias diferentes tiene la ventaja de que pueden efectuarse estimaciones de la conductancia del cuerpo detectado. Para ello basta dividir la respuesta obtenida para la frecuencia más baja por la observada a la más alta. El cociente crece con la conductancia, según se deduce de la figura.

La casa McPhar ha empleado un método semejante, pero con bobina emisora vertical y receptora horizontal.

X.5.2 Método Anson Aerophysics

Como en el método anterior, la bobina emisora va en el avión (en su interior, pues su estructura es de madera) y la receptora en un remolque. La altura de vuelo y la posición del remolque respecto del avión son las mismas que en el caso anterior.

Lo característico de este método es que ambas bobinas son coplanares, situadas en el plano vertical que pasa por la dirección de vuelo. Su fórmula según Parasnis es del tipo T 010 L 0,2-0-0,57 R 010.. Esta disposición es ventajosa para la disminución del ruido geológico, dado su acoplo nulo con los conductores horizontales.

Las magnitudes registradas son el campo total y su componente imaginaria. La frecuencia del emisor es de 140 Hz, lo que también reduce el ruido geológico. Por el contrario, la orientación de las bobinas hace que sólo se obtengan buenas respuestas cuando el ángulo entre la dirección de vuelo y el rumbo del cuerpo conductor está comprendido entre 30° y 60°. El nivel de ruido propio del sistema es de unas 1000 ppm, aunque algún autor lo estima en más. Este método ha caído en desuso.

X.5.3 Método Inco

Ha sido ideado por los técnicos de la International Nickel Co. Su característica principal es que tanto el emisor como el receptor constan de dos bobinas ortogonales. Dos de ellas se hallan en el plano vertical de

vuelo, como en el sistema Anson, mientras que el segundo par es de bobinas con sus ejes paralelos, y situados en posición inclinada en dicho plano vertical.

El par de bobinas emisoras va instalado en el avión y el de receptoras en un remolque retrasado 120 m respecto del avión y situado 70 m por debajo de él. La altura de vuelo es 150 m.

Las magnitudes registradas son cinco. Por una parte, se mide la amplitud y fase de la respuesta del sistema constituido por el sistema de bobinas coplanares, y por otra se hace lo mismo para el de bobinas coaxiles. El quinto canal, el más importante, señala la diferencia de amplitudes entre ambos sistemas, que no es afectada por las variaciones de distancia entre emisor y receptor debidas a la turbulencia. Se emplean varias frecuencias, por lo general dos simultáneamente, comprendidas entre 100 y 2500 Hz.

El nivel de ruido se estima en 1500 ppm y se consideran significativas las anomalías de más de 4000 ppm. La principal limitación radica en el ruido debido a los cambios en la posición relativa del receptor, lo que impide los vuelos con atmósfera agitada.

X.5.4 Sistema Aero Otter (*)

Ideado por el geofísico canadiense Donald M. Wagg. Las bobinas emisora y receptora son coplanares y situadas en los extremos del ala de un avión Otter, con lo que su distancia entre ejes es de 18,6 m (fig. X-1 a). La notación de Parasnis correspondiente es *T* 100 *L* 010 *R* 100. La frecuencia del emisor es 320 Hz, y la altura de vuelo de 45 a 65 m. Se miden las componentes real e imaginaria, con un nivel de ruido de 40 ppm. La Cía. Minera Boliden, Scintrex y Geoterrex han utilizado sistemas análogos al descrito (fig. X-3 a, en lámina).

X.5.5 Métodos de bobinas coaxiles en soporte rígido

El primer sistema de este tipo fue ensayado con éxito en 1955 por la empresa Nucom. Posteriormente, otras compañías han puesto en funcionamiento sistemas análogos. Un helicóptero que vuela a alturas de 30 a 50 m, remolca, con un cable de 15 m de longitud, un soporte en forma de torpedo de unos 9 m de largo, el cual contiene las bobinas emisora y receptora en posición coaxil (fig. X-3 b, en lámina). Se miden las componentes real e imaginaria del campo captado por la receptora, tomando como referencia una derivación de la bobina emisora o la tensión inducida en una bobina auxiliar colocada junto a ésta. Las frecuencias utilizadas varían entre 400 y 4000 Hz. La escasa distancia entre la bobina emisora y

(*) También denominado Rio-Mullard.

la receptora hace que este método tenga un poder resolutivo relativamente grande. El nivel de ruidos (10 a 20 ppm) es excesivo teniendo en cuenta la reducida separación de las bobinas, por lo que este sistema sólo se utiliza en la actualidad en algunas versiones modernas, como la de Barringer, en la que dicho nivel ha sido rebajado hasta 1 a 5 ppm.

En el equipo Varian T.G.S. las bobinas van montadas en una ligera estructura metálica sujeta inferiormente a un helicóptero Bell 47G2. La separación entre ellas es de 15 m y la altura de vuelo de 50 m. La característica esencial de este sistema es la presencia de una bobina compensadora conectada a la emisora y situada junto a la receptora, de modo que el campo primario captado por ésta es nulo, y se mide directamente el campo secundario en sus componentes real y en cuadratura. La frecuencia empleada es de 400 Hz.

En el sistema Canadian Aero Sikorsky (o Newmont-Aero) de la empresa Canadian Aero Service la estructura metálica está sustituida por el propio helicóptero (Sikorsky S-55) prolongado a proa por un bastidor que soporta la bobina emisora, con lo que se consigue una separación de 18 m.

Mayor distancia entre bobinas (25 m) se obtiene en el equipo instalado por la compañía Aero Service sobre un avión Canso bimotor anfibio. La disposición de las bobinas es semejante a la descrita para el helicóptero Sikorsky y la frecuencia aplicada de 390 Hz. La gran capacidad de este avión le convierte en un "laboratorio volador", equipado, además del sistema electromagnético, de bobinas coaxiles, de instrumentos para prospección magnética, por radiactividad, y Afmag, amén de radio-altímetro, y sistema Doppler de navegación (fig. X-3 c, en lámina).

X.5.6 El método ABEM de campo rotatorio

Fue ideado por los suecos Hedström y Tegholm en 1955. Presenta características muy peculiares, como el empleo de campo emisor rotatorio y el que la prospección se realiza por medio de dos aviones. Esta última circunstancia no es esencial para la aplicación del método, pero sí muy conveniente.

En su aplicación clásica se utilizan dos aviones, que vuelan uno tras otro a unos 250 m de distancia, la cual se mantiene aproximadamente constante por medio de un sistema óptico. La altura de vuelo es de 60-80 m. El avión delantero remolca por medio de un cable corto (unos 15 m) dos bobinas receptoras ortogonales, mientras que el que vuela detrás lleva montada sobre él las bobinas emisoras, también ortogonales.

Estas bobinas están dispuestas de modo que en cada par hay una horizontal, y otro vertical, con su plano en la dirección de vuelo (fig. X-4). Las emisoras están alimentadas respectivamente por dos tensiones alternas de varios centenares de Hz, iguales en amplitud, pero con desfase de 90°.

En tales condiciones, el campo emisor resultante está polarizado circularmente (véase el apartado VII.3) y los campos inducidos en las dos bobinas receptoras, en ausencia de campos secundarios, estarán desfasados entre sí 90°. Las tensiones de salida de ambas bobinas son amplificadas, y la de una de ellas es desfasada en otros 90°, con lo que quedan en oposición, y por ser iguales en amplitud, se anulan, independientemente de la distancia entre emisor y receptor. La presencia de cuerpos conductores en el subsuelo produce campos secundarios que alteran dicho equilibrio. La diferencia entre las salidas de las dos bobinas, constituye la señal, que se expresa en tantos por ciento de campo normal en una bobina. El ruido, debido principalmente a las desviaciones en el paralelismo de las bobinas, es el del orden de 2 %.

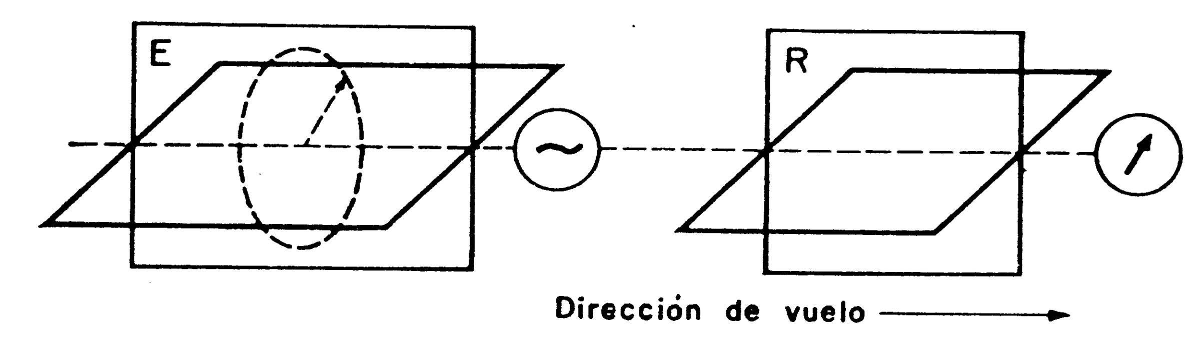


Fig. X-4. Disposición de los dos pares de bobinas en el método ABEM de campo rotatorio. E, emisor; R, receptor.

La señal recibida por la bobina receptora horizontal se utiliza como indicador de la distancia entre emisor y receptor, ya que el acoplo entre las bobinas horizontales no se ve afectado por la presencia de cuerpos conductores verticales y más o menos perpendiculares a la dirección de vuelo.

La principal ventaja de este método es su gran penetración, dada la separación entre emisor y receptor. Esta misma causa limita su poder resolutivo, de modo que cuerpos conductores próximos entre sí dan una sola anomalía conjunta. El empleo de dos aviones en vez de uno no encarece el coste total de una investigación, ya que pueden emplearse aviones más pequeños y rápidos, y las suspensiones de vuelos por causa de la turbulencia son menos frecuentes. SINHA (1970) ha establecido la teoría de este método.

X.6 METODO DE TRANSITORIOS

El primero y prácticamente único método electromagnético aéreo en uso de este tipo es el denominado *Input* (INduced PUlse Transient) debido a A. R. Barringer y cuyo empleo comenzó en 1965.

El emisor es una bobina plana triangular, semejante a la descrita en el apartado X.5.1 pero de mayor tamaño, pues dos de sus vértices coinciden con las puntas de las alas. A esta bobina o antena se aplica cada 3,5 ms un impulso de 1,5 ms de duración en forma de media sinusoide, cuya polaridad es opuesta en cada dos impulsos sucesivos (fig. X-5). Se tiene así un fenómeno periódico de 285 Hz de frecuencia (o la mitad si se tiene en cuenta la polaridad) con intervalos "muertos" de 2 ms. Es precisamente durante estos lapsos sin corriente primaria, cuando actúa la bobina receptora, vertical, y situada en un remolque unido al avión por un cable de 150 m. de longitud. De este modo sólo se registra el efecto de los campos secundarios que, en ausencia del primario, van amortiguándose exponencialmente con el tiempo. La medición del campo secundario se efectúa muestreando las tensiones inducidas en la bobina receptora, vertical, y situada en un remolque unido al avión por un cable de 150 m de longitud. De este modo sólo se registra el efecto de los campos secundarios que, en ausencia del primario, van amortiguándose exponencialmente con el tiempo. La medición del campo secundario se efectúa muestreando las tensiones inducidas en la bobina receptora durante lapsos de 200 μs de duración, con sus centros a 300, 500, 700, 1100, 1500 y 1900 μs después de cada interrupción de la corriente primaria (fig. X-6). Cada una de estas seis tensiones se registran en un canal independiente.

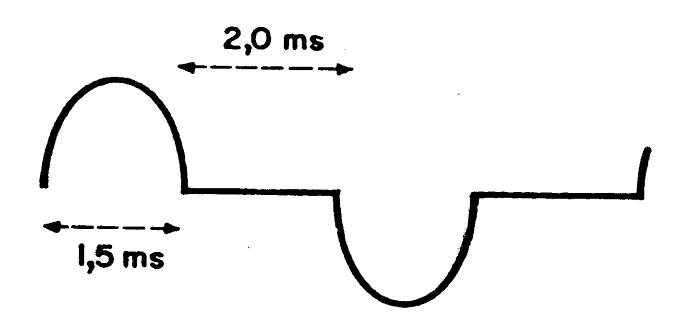


Fig. X-5. Forma del impulso primario en el método INPUT.

La medición del campo secundario en ausencia del primario es una ventaja del método de transitorios, que comparte con aquellos del dominio de frecuencias en los que se anula el campo primario, como ocurre en el ABEM. Sin embargo también se inducen campos secundarios en la estructura metálica del avión, cuyo efecto se elimina mediante señales compensadoras que se introducen en cada canal, proporcionales al campo primario inducido en la bobina receptora, con lo que se corrige la influencia de las variaciones de distancia entre emisor y receptor.

Las fuentes de ruido más importantes en este método parecen ser los parásitos atmosféricos e industriales.

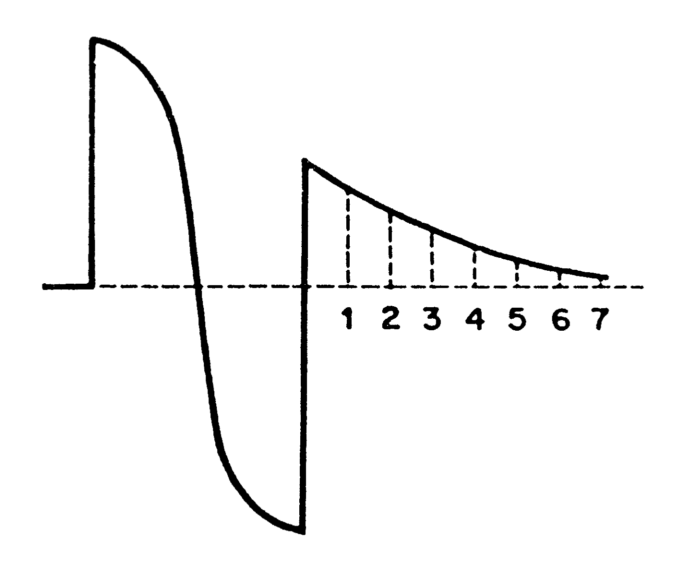


Fig. X-6. Señal captada en la bobina receptora del método INPUT. La sinusoide de la izquierda corresponde al campo primario. El registro se efectúa en la parte exponencial descendente, puramente secundaria, por muestreo en los instantes 1 a 6.

X.7 SISTEMA SEMI-AEREOS

X.7.1 Método del cable largo

Este método fue desarrollado en Canadá por el sueco Lundberg, y se empleó en varios países occidentales, habiendo caído luego en desuso, si bien se han hecho recientemente ensayos de una modalidad nueva, en la que el cable emisor horizontal se sustituye por un cuadro vertical. La literatura occidental sobre este método es muy escasa, pero no ocurre lo mismo con la rusa, dada la extensa aplicación del procedimiento en la Unión Soviética. Lo que sigue se basa, pues, en fuentes soviéticas.

El método en cuestión es semiaéreo, puesto que el emisor es un cable recto y largo tendido sobre el suelo, mientras que la bobina exploradora y los instrumentos de medición y registro van montados sobre un helicóptero. La longitud del cable primario varía entre 20 y 30 km. Las líneas de vuelo o perfiles son perpendiculares al cable, que debe instalarse paralelamente a las estructuras o conductores buscados, y su longitud máxima, que depende de la resistividad media del terreno, varía entre 15 y 25 km, a cada lado del cable. Tal dependencia se debe a la atenuación de la señal con la distancia, que crece con la conductividad del terreno. La separación entre perfiles contiguos oscila de 50 a 150 m en función del grado de detalle de la investigación. Según la experiencia soviética, en 20 días puede efectuarse la prospección escala 1:25.000 de unos 600 km², con un coste del 40 al 50 % respecto de una investigación análoga terrestre.

El método se emplea para la búsqueda de yacimientos de sulfuros conductores, y para la cartografía de pizarras grafitosas y zonas tectonizadas de buena conductividad. Las anomalías más importantes corresponden a conductores verticales, siendo poco marcado el efecto de los horizontales, como zonas de recubrimiento conductor, lagunas, etc. La penetración depende de la roca de caja. Si ésta es de 100 Ω-m sólo pueden detectarse sulfuros conductores hasta profundidades del orden de algunas decenas de metros. En rocas de varios millares de Ω-m, la profundidad de detección alcanza hasta 200 m. Se ha empleado con éxito en los Urales, Ucrania, Kazajstán y la península de Kola. Los aspectos instrumentales y operativos se exponen a continuación.

a) *Circuito primario.*

El cable, cuya resistencia óhmica es de unos 3 Ω/km, se tiende desde un vehículo, o a mano si la zona es difícil. En este último caso los carretes pueden depositarse a lo largo del tendido por medio de un helicóptero. Si hay alguna laguna, el cable se deposita en su fondo desde una barca. En los extremos del cable se colocan tomatierras como en el Turam. El generador, con 2 Kw de potencia de salida, consta de un oscilador estabilizado con cuarzo y varias etapas amplificadoras. La corriente que circula por el cable suele ser de 3 ó 4 amperios, y a causa de la gran longitud de la línea, se observan a lo largo de ellas desfases de algunos grados por km. Las frecuencias principales de trabajo son dos, 244 y 976 Hz y en ciertos casos, de 81 y 3904 Hz.

b) *Receptor.*

Consta de una bobina de núcleo ferrítico, de eje horizontal, instalada en un remolque unido al helicóptero por un cable de 15 a 20 m de longitud. Los circuitos de medición, acoplados a la salida de la bobina, e instalados en el helicóptero, registran los valores de la parte real de la componente horizontal B_y, así como del desfase respecto del campo primario. Esta última magnitud se mide utilizando como tensión de referencia una señal de radio emitida desde el circuito primario, captada por una antena del helicóptero y luego amplificada. El error en la medición de amplitud suele ser del orden de 3 %, y el de desfase de 1 a 2°. La anchura de la banda de registro es 160 mm.

La causa principal de ruidos es la vibración de la bobina en el campo geomagnético, El nivel típico equivale a un campo B_y de $10^{-2}\gamma$ para 244 Hz y casi tres veces mayor para 976 Hz.

c) *Medición.*

El helicóptero suele volar a unos 50 m de altura, a velocidad del orden de 80 km/h que debe ajustarse de modo que el ruido sea mínimo, y manteniendo uniforme el régimen del motor. Los vuelos deben suspenderse en caso de que fenómenos meteorológicos, como lluvia, nieve o

viento eleven el nivel del ruido. En particular, no debe volarse cuando la velocidad del viento es superior a 6 m/s.

Es conveniente efectuar, al comienzo y final de cada vuelo, un calibrado de los instrumentos, pasando sobre un perfil de control de varios km de longitud próximo al aeródromo.

Sobre las anomalías encontradas se efectúan trabajos de detalle, con nuevas frecuencias y alturas de vuelo.

d) *Elaboración de los datos.*

Los valores observados de Re B_y y φ_y se llevan a un mapa de escala adecuada. Los datos de Re B_y se someten a elaboración previa, refiriéndolos a un A de corriente primaria, y dividiéndolos por el campo normal. Se trazan además curvas de la variación de ambas magnitudes a lo largo de cada perfil.

X.7.2 Método Turair

Este método, de origen canadiense, es en realidad un Turam aéreo, o si se prefiere semi-aéreo, ya que el emisor es un cable recto muy largo, con sus extremos a tierra, o bien un cuadro grande, también tendido en el suelo. Se emplean dos bobinas receptoras, remolcadas por avión. Como en el método terrestre, lo que se mide (se registra) es la relación de amplitudes y la diferencia de fase entre ellas. Por lo demás el método Turair es idéntico al Turam terrestre, aunque con las ventajas e inconvenientes generales inherentes a los métodos aéreos. La comparación con los valores normales se efectúan gráficamente, suavizando las curvas obtenidas de modo que desaparezca el gradiente regional debido al aumento de la distancia al cable. La curva resultante representa directamente los valores anómalos (fig. X-7). Con este suavizado se elimina también, aunque sólo sea en parte, el efecto de la conductividad del terreno.

X.8 METODOS HERTZIANOS AEREOS

X.8.1 Generalidades

En general, todos los métodos hertzianos de prospección pueden aplicarse desde vehículos aéreos, e incluso alguno sólo se emplea de este modo.

Estas versiones aéreas gozan de la ventaja de su gran rapidez de trabajo, y también de defectos como la poca exactitud en la ubicación de las anomalías. Como es obvio, los principios físicos de cada método son los mismos que en las versiones terrestres correspondientes, si bien existen diferencias en la medición, pues las observaciones en puntos aislados se

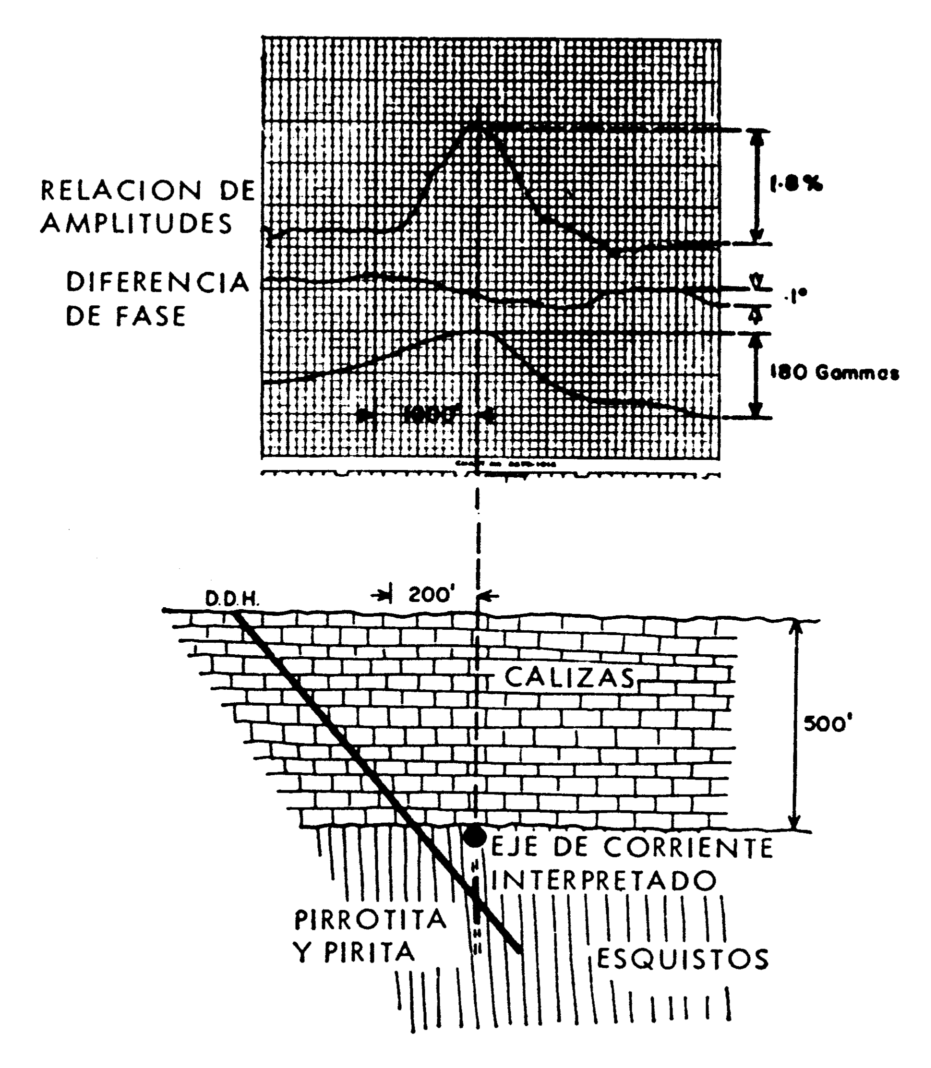


Fig. X-7. Anomalía producida por una metalización conductora en los registros del método Turair. (Cortesía de Scintrex Ltd. y de Vegarada, S. A.)

sustituyen por un registro continuo, y sobre todo, quedan excluidas las mediciones de rumbo e inclinación del campo por causa del movimiento, un tanto irregular, del vehículo portador. Se hace precisa, pues, la sustitución de estas magnitudes por otras equivalentes y que puedan ser medidas con precisión desde aviones o helicópteros. Los métodos interpretativos son, en general, los mismos que en las modalidades terrestres homólogas.

X.8.2 Radiokip aéreo

Es el método más antiguo de este grupo, pues se empezó a emplear antes de 1961. Normalmente sólo se mide la componente vertical B_z aunque también cabe la medición simultánea de B_x. En otros casos, se ha

empleado con éxito en la República de Turkmenia para la localización de lentejones de agua dulce. Sobre estas, el campo observado era mucho menor que en las zonas con impregnación de agua salada.

La casa Geonics, Ltd. de Toronto, dispone de una versión aérea de su método EM 16 (apartado IX.3.7) que se denomina EM18. Los elementos sensibles son dos bobinas ortogonales colocadas en el exterior del vehículo aéreo. Las magnitudes registradas son, como en la versión terrestre, las partes real e imaginaria de la componente vertical magnética de una emisora de VLF, tomando como referencia la componente horizontal.

X.8.3 Sistema Deltair

De origen canadiense, este método puede considerarse como un Turam aéreo que, a diferencia del *Turair,* ya descrito, elimina la necesidad de un emisor especial instalado en tierra. El campo primario utilizado es el de emisoras de radio lejanas, de frecuencia baja (16-30 kHz). Debe tenerse en cuenta que si estas frecuencias son bajas desde el punto de vista de la radiocomunicación, son muy altas comparadas con las usuales en el Turam terrestre, por lo que con este método la penetración ha de ser mucho menor que en aquél, y mayor el efecto de los conductores mediocres. El sistema Deltair puede considerarse también como la modalidad Turam del método Radio-kip.

X.8.4 Sistema KEM

Su nombre está formado por las siglas de "Kilocycle electromagnetics". Empleado por la casa Mc Phar, desde un helicóptero, utiliza también como campo primario el de emisoras lejanas de radiocomunicación en V.L.F. La magnitud medida es la relación B_z/B_x.

X.8.5 Métodos Radiofase y Fase E

Han sido ideados por A. R. BARRINGER (1967 y 1971) y se utilizan conjuntamente, a bordo de un helicóptero o avión (fig. X-8; en lámina aparte). Su explotación industrial la realiza la empresa canadiense Barringer Research. Merecen ser descritos con mayor detalle que los anteriores, ya que no se corresponden con ningún método terrestre empleado hasta ahora.

El rasgo más importante y nuevo de estos métodos es en el empleo de antenas "eléctricas" en forma de varillas o dipolos, lo que permite captar y medir, o tomar como referencia de fase la componente eléctrica de las ondas de una emisora lejana de VLF. La antena principal de referencia de fase es la llamada *fusta* ("whip"), de posición vertical, que cuelga del helicóptero, aunque en los primeros ensayos en avioneta sobresa-

lía del cuerpo de esta hacia arriba, en forma de mástil, y en los modelos más recientes es más corta y va sujeto a proa, dentro de un revestimiento aerodinámico cuando el vehículo portador es un avión.

En el método Radiofase se registra la amplitud de aquella parte de la componente horizontal del campo magnético que se halla en cuadratura con la señal eléctrica captada por la "fusta". Los trabajos de NORTON (1937), WAIT (1962 a) y otros, demuestran que a distancias superiores a 5 λ la componente eléctrical vertical del campo de una emisora de radio está en fase con la componente magnética horizontal, siempre que el terreno sea llano y de conductividad uniforme. Los efectos del relieve del terreno y de los cambios en la resistividad del terreno no alteran, sin embargo, la fase de dicha componente eléctrica en más de un grado con respecto a su valor en el vacío. Por lo tanto, la componente magnética horizontal en cuadratura, será nula, salvo cuando se pase sobre una heterogeneidad muy conductora del subsuelo.

La referida componente magnética horizontal se mide por medio de dos bobinas pequeñas ortogonales; los campos captados por ellas que estén en cuadratura con el campo eléctrico vertical, son sumados vectorialmente y el resultado se registra. El paso del helicóptero sobre una heterogeneidad conductora, asimilable a un plano vertical o inclinado, se manifiesta por un fuerte aumento en la señal, cuyo máximo se produce cuando el dispositivo se halla en la vertical de la zona conductora. La relación de amplitudes en las dos bobinas permite hallar además la dirección del campo secundario, que es perpendicular al rumbo del plano conductor, por lo que éste puede determinarse con una sola línea de vuelo. En las últimas versiones se miden las componentes de fase e imaginaria del campo magnético, en la dirección de marcha del avión.

Los valores registrados se llevan a un mapa, donde se trazan las isolíneas correspondientes, que reflejan la distribución de resistividades en el terreno, dentro de la penetración del método, que es reducida por causa de la frecuencia empleada. Aunque la aplicación principal del sistema es la detección de metalizaciones conductoras, se ha observado recientemente que, en ausencia de éstas, las isolíneas reflejan no sólo cambios litológicos, sino también tendencias estructurales, cuyo conocimiento puede ser muy útil (fig. X-9).

La aplicación del método Radiofase suele ir acompañada por un levantamiento aeromagnético simultáneo desde el mismo helicóptero (figura X-10), cuyos resultados sirven de gran ayuda en la interpretación de los datos electromagnéticos. De acuerdo con lo dicho en el apartado IX-3.2, las heterogeneidades conductoras alargadas de rumbo ortogonal con el azimut de la emisora no serán detectadas por el método Radiofase. Este inconveniente puede obviarse por el registro simultáneo de dos emisoras situadas en azimutes más o menos perpendiculares desde la zona de trabajo.

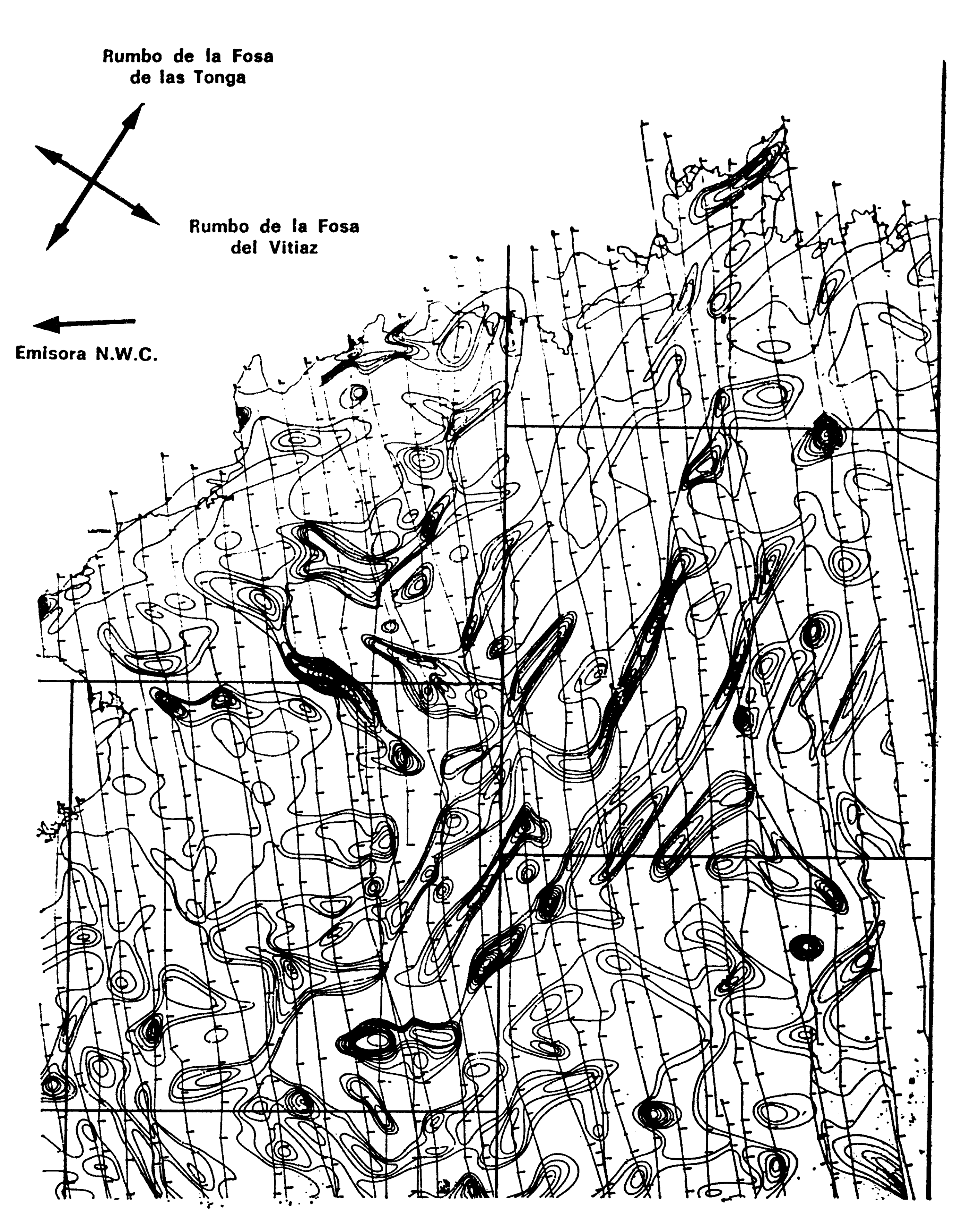


Fig. X-9. Isolíneas de campo secundario en fase determinadas por el método Radiofase, sobre el archipiélago Fiji. Las tendencias de estas líneas reflejan directrices estructurales. (Cortesía de Barringer Research.)

En el método Fase *E*, el elemento receptor es una antena eléctrica (dipolo) horizontal ("trailing antenna" o antena colgante, que en los últimos modelos va sujeta rígidamente, sin embargo, a un botalón o mástil horizontal que sobresale de la proa). Esta antena se emplea para la medición de la parte de la componente horizontal E_x que está en cuadratura con la vertical E_z. La amplitud de la componente E_x depende de la resistividad del subsuelo hasta más o menos la profundidad de penetración nominal. Por otra parte, el desfase entre E_x y E_z es de 45° para un amplio margen de resistividades y frecuencias, lo que permite calcular el valor total de E_x y a partir de éste, la resistividad del terreno, de modo que puede obtenerse un registro continuo de ésta. Se obtienen así mapas de la resistividad del recubrimiento (o más exactamente, de una resistividad aparente influida por las capas del terreno superiores a la indicada profundidad) en tiempo mucho más breve del requerido para efectuar análogo trabajo por medio de dispositivos electródicos de corriente continua.

Las resistividades obtenidas por el método de Fase **E** son sólo aproximadas, no sólo porque los fundamentos del cálculo no son rigurosamente exactos, sino porque la horizontalidad de la antena receptora no es perfecta.

Este método se ha utilizado para la búsqueda de graveras. Si se registran simultáneamente las señales de varias emisoras de frecuencia diferente (incluso de frecuencias medias) se obtiene un calicateo a varias profundidades (fig. X-11).

X.8.6 Afmag aéreo

Sus fundamentos son los mismos que en la modalidad terrestre. En la aérea, sólo se mide una magnitud, que es la inclinación del campo magnético en la dirección de vuelo. Esto se consigue midiendo la diferencia entre las señales captadas por dos bobinas ortogonales entre sí y contenidas en un remolque, en el interior del avión si éste es grande, o en una barquilla pequeña adosada a las alas o al fuselaje. Los ejes de estas bobinas están inclinadas 45° a uno y otro lado de un plano horizontal, de modo que cuando las dos señales son iguales, puede concluirse que el campo es horizontal. En caso contrario, el campo estará dirigido hacia arriba o hacia abajo según que predomine la señal de una u otra bobina. Como en el trabajo terrestre, se trabaja con dos frecuencias, que suelen ser 150-510 ó 90-340 Hz. Los amplificadores, cuya deriva debe vigilarse para mantener constante la ganancia, están construidos de modo que la amplitud del registro sea aproximadamente proporcional al ángulo de inclinación. La señal es integrada con una constante de tiempo de varios segundos, con lo que se atenúan los ruidos inherentes a las irregularidades del vuelo.

El método Afmag aéreo resulta sensible sobre todo para la detección

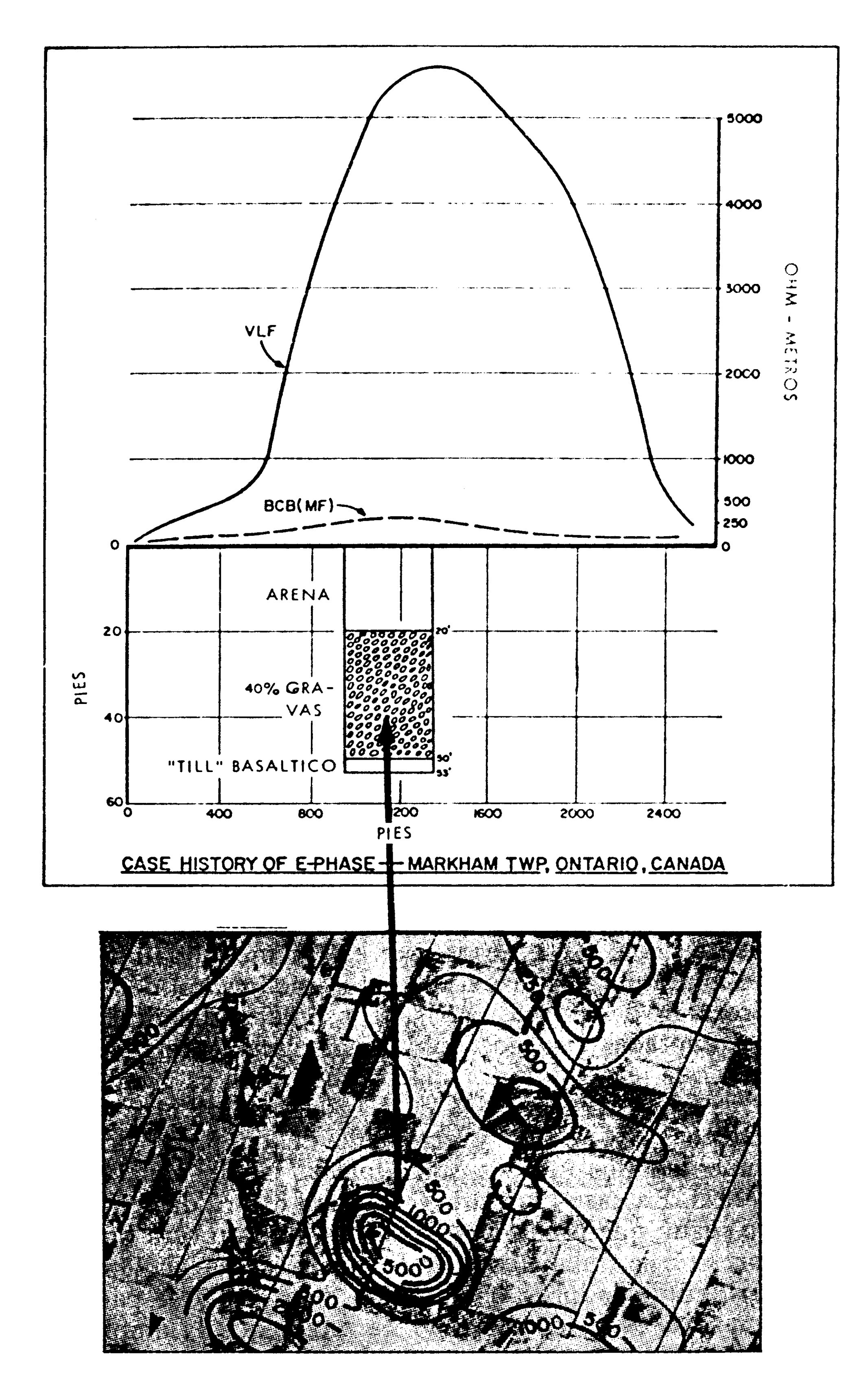


Fig. X-11. Aplicación del método Fase E para la detección de graveras. La presencia de una de ellas se refleja por la existencia de un máximo en la curva de resistividades aparentes de la frecuencia más baja (VLF) apenas apreciable en la de MF de efecto muy superficial (Cortesía de Barringer Research.)

de fallas y de zonas de rotura. El instrumental necesario es reducido en peso y volumen, por lo que puede instalarse en cualquier tipo de avión o helicóptero. Su limitación más importante es que sólo puede aplicarse en aquellas épocas del año en que las señales son suficientemente intensas.

X.9 INTERPRETACION

X.9.1 Fase cualitativa

Como se ha señalado más arriba, la interpretación de las mediciones electromagnéticas aéreas es semejante en sus principios a la de los métodos correspondientes u homólogos de calicateo electromagnético terrestre.

En lo que sigue, se tratará de aquellos métodos, y prospecciones cuya finalidad es la detección de metalizaciones conductoras, que es lo que ocurre en la inmensa mayoría de los casos. Los restantes se considerarán brevemente en el apartado X.10.

Una vez terminada la fase de *compilación,* que consiste en llevar a los mapas de trabajo las líneas de vuelo y los valores observados sobre ellas, puede procederse a la interpretación cualitativa, comenzando por buscar en las curvas de los registros las anomalías atribuibles a la presencia de cuerpos conductores, las cuales tienen forma de máximos en casi todos los métodos (fig. X-12). Los centros de estas anomalías se llevan a los mapas, y cuando varias de ellas, en líneas de vuelo diferentes, parecen corresponder a un mismo cuerpo se unen con una línea, que señala su rumbo y corrida (o una cota inferior de ésta).

Como es obvio, no todos los cuerpos conductores detectados representan metalizaciones, e incluso entre las que lo sean habrá muchos sin interés económico por insuficientes cubicación y riqueza. Así, PATERSON (1967) indica que entre 1955 y 1959 se efectuaron en Canadá 800.000 km de perfil aeroelectromagnético, sobre los cuales se detectaron 100.000 anomalías, pero sólo 10.000 de ellas fueron consideradas interesantes en principio.

Se impone, pues, la necesidad de un "cribado" de las anomalías detectadas, con el fin de escoger las de mayor valor potencial, y separar las atribuibles a otras causas. Esta selección se efectúa en dos etapas. En la primera de ellas se desechan, por correlación con la cartografía topográfica y geológica, aquellas anomalías producidas por charcas, lagunas, lentejones de arcilla o de agua salada, fallas y diaclasas con relleno conductor estéril, etc. Los datos aeromagnéticos que suelen registrarse simultáneamente con los electromagnéticos son también de gran ayuda en la eliminación de anomalías. La segunda etapa es la de interpretación cuantita-

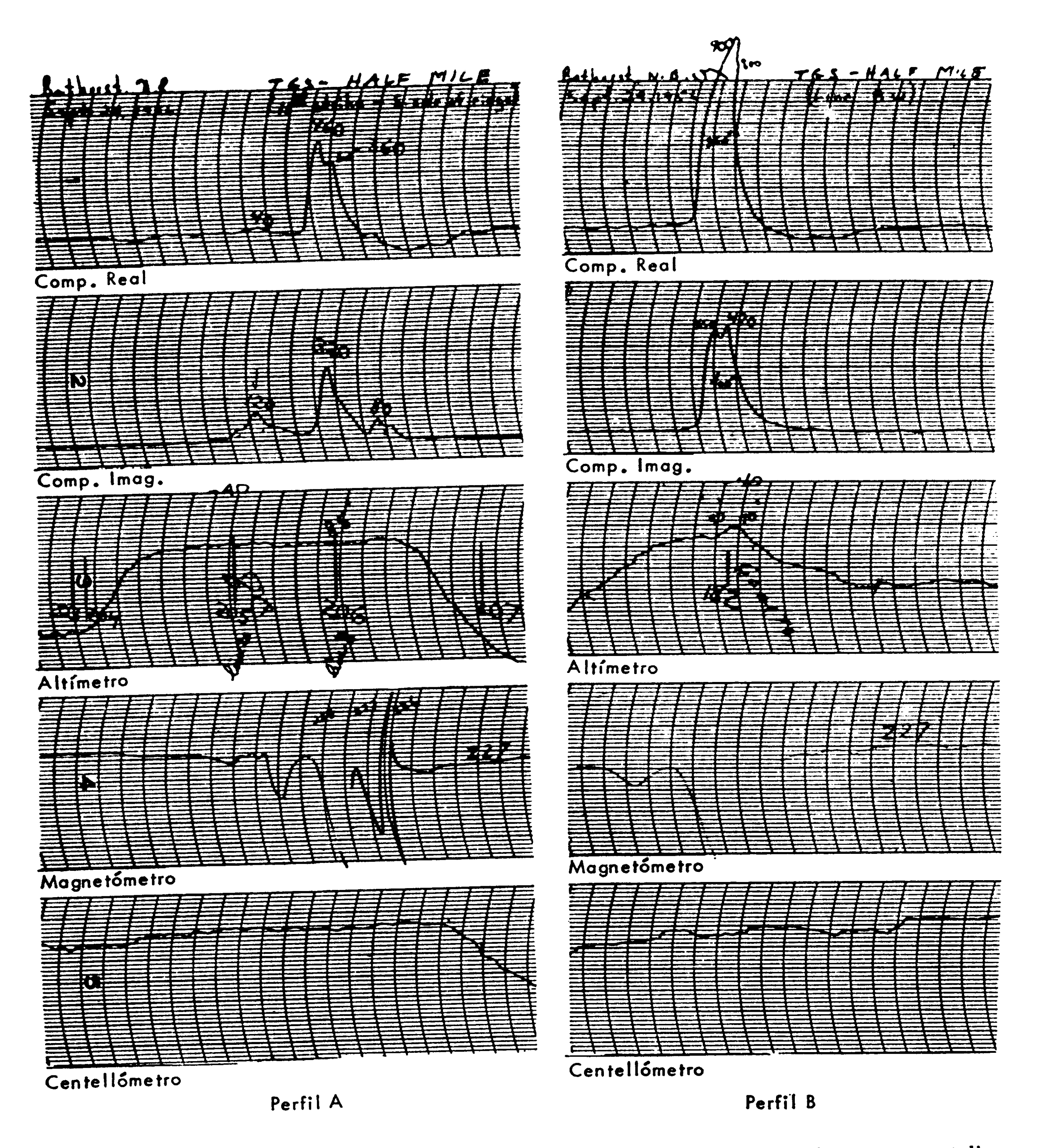


Fig. X-12. Ejemplo de anomalía electromagnética aérea obtenida sobre una metalización de sulfuros en el lago Half Mile (New Brunswick, Canadá). Emisor y receptor montados rígidamente sobre un helicóptero S-55 de la Compañía Aero Service. En la figura aparecen también los registros simultáneo magnético y radioactivo.

tiva, y en ella se determinan, o se intentan determinar, los parámetros geométricos y eléctricos de cada uno de los cuerpos conductores detectados. Conocidos estos parámetros pueden eliminarse aquellos cuerpos que por su posición o conductividad no parezcan atribuibles a metalizaciones importantes.

X.9.2 Interpretación cuantitativa

El proceso de la interpretación cuantitativa de las mediciones electromagnéticas aéreas es el mismo que en las CEM terrestres y, como en éstas, se basa en curvas patrón de las anomalías producidas por cuerpos conductores homogéneos y de forma geométrica regular. Tales curvas, que a veces adoptan la forma de fasores, se establecen mediante cálculos teóricos o ensayos sobre modelos reducidos. De acuerdo con lo dicho en el capítulo VII, hasta hace poco era práctica común no tener en cuenta, en dichos cálculos y mediciones, el efecto de la conductividad del recubrimiento ni el de la roca de caja.

El modelo o tipo de cuerpo más empleado es la lámina, por su mayor aproximación a la forma de un filón, aunque a veces se han considerado esferas y cilindros. Los usuarios de los diversos sistemas han calculado curvas teóricas que muestran el influjo sobre la anomalía de diversas variables, como profundidad del cuerpo, su buzamiento, inclinación, etc. En general, la suposición de que la lámina se extiende indefinidamente en profundidad da buenos resultados en la práctica.

En los métodos en que se miden las componentes real e imaginaria suele determinarse, en primer lugar, el ángulo de buzamiento de la lámina por medio de la curva teórica correspondiente. Se busca, entonces, el fasor correspondiente a dicha inclinación, y se llevan a él las amplitudes real e imaginaria de la anomalía. En el diagrama se leen directamente la conductancia S del cuerpo (frecuentemente denominada "producto espesor × conductividad") y la profundidad de su borde superior. Esta profundidad viene medida desde el sistema de instrumentos, por lo que ha de restársele la altura de vuelo para obtener la profundidad desde la superficie del terreno.

Paterson (1961) ha descrito un proceso interpretativo para el método de la componente imaginaria en dos frecuencias. Los datos que en él se utilizan son los valores de cresta de dicha componente en las dos frecuencias de 400 y 2300 Hz. Se comienza por corregir estos valores de los efectos debidos a la falta de perpendicularidad entre el rumbo de vuelo y el del cuerpo, lo que se efectúa por medio de un diagrama. Los datos así corregidos son luego reducidos a los valores que se observarían si la profundidad del borde superior del cuerpo (lámina) fuese de 122 m (400 pies) bajo el avión. Ello se efectúa mediante otro diagrama, que da la variación del valor cresta de la anomalía en función de la diferencia de

alturas entre el cuerpo y el avión (fig. X-13). Una familia de curvas patrón permite estimar, independientemente, el buzamiento de la lámina. Su conductancia S se determina mediante un cuarto gráfico, que no depende de la altura de vuelo, en función de la relación entre los dos valores de cresta (el de frecuencia más baja dividido por el de frecuencia mayor).

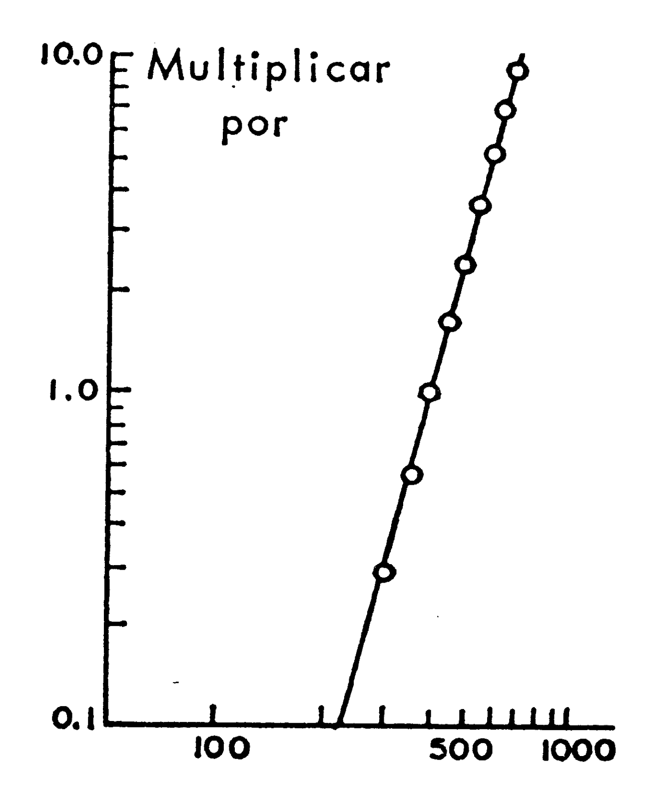


Fig. X-13. Diagrama para reducir la respuesta en cuadratura observada a la altura de vuelo h a la normalizada de $h_0 = 122$ m (400 pies). Según PATERSON. (Cortesía de la SEG.)

Los datos así obtenidos se comprueban y refinan mediante otra curva que representa la variación del cociente que se acaba de citar en función del valor de cresta correspondiente a 400 Hz, para el caso de lámina vertical semi-infinita (fig. X-14). Si los valores observados coinciden con algún punto de esta curva, los valores obtenidos en la interpretación, y la hipótesis de lámina vertical semi-infinita, pueden considerarse como válidos. Si no fuese así, y el punto representativo quedase a la derecha de la curva, la lámina no es vertical o existe efecto del recubrimiento. Por el contrario, si la desviación es a la izquierda, puede ser debido a que la lámina sea de extensión finita, o que la profundidad no sea la prevista de 122 m. Este último efecto puede corregirse, hallándose la profundidad verdadera mediante el factor que lleva el punto observado a la curva, y el diagrama utilizado en el segundo paso de este largo proceso.

WIDUWILT (1962) ha publicado curvas de las anomalías en la compo-

nente real e imaginaria para cuerpos en forma de lámina inclinada, lámina horizontal, esfera y cilindro, con vistas a la aplicación de los métodos aéreos que miden dichas magnitudes (fig. X-15). El caso de lámina horizontal puede utilizarse para eliminar el efecto producido por lagunas. En dicho trabajo se incluyen algunos ejemplos prácticos.

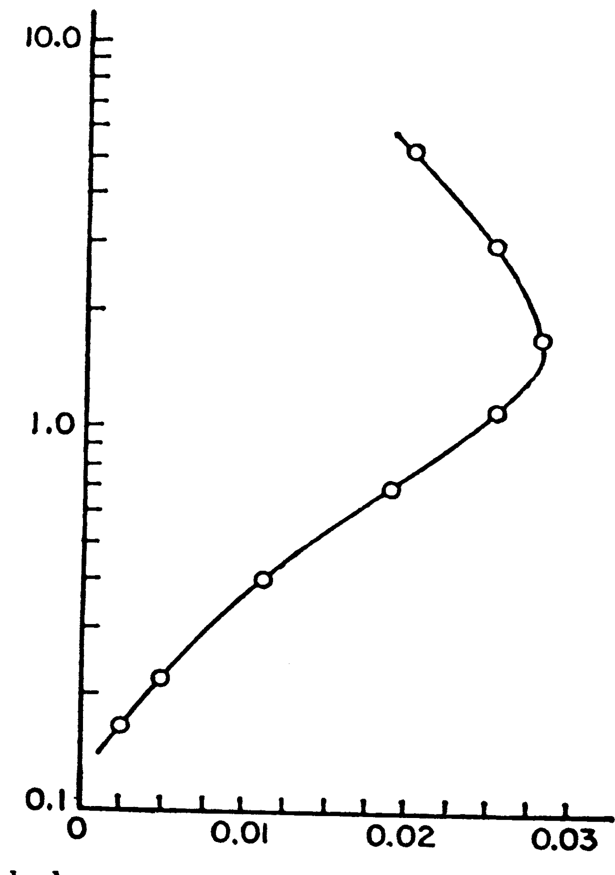


Fig. X-14. Relación de las respuestas en cuadratura a 400 y 2300 Hz en función del valor de cresta para 400 Hz a 122 m de altura. Según PATERSON. (Cortesía de la SEG.)

Los procedimientos que se acaban de describir adolecen del defecto básico de que las curvas patrón y diagramas en ellos utilizados se refieren a un sistema compuesto exclusivamente por emisor, receptor y cuerpo conductor, sin tener en cuenta la conductividad de las formaciones geológicas que rodean al último. En consecuencia, las profundidades y conductancias determinadas mediante tales métodos pueden ser notablemente erróneas. PATERSON (1966) hizo notar que las conductancias S determinadas para un conjunto de 27 anomalías detectadas por el método Hunting Canso (apartado X.5.1) y estudiadas por él, estaban comprendidas entre 2,2 y 14 mhos. Otros autores han llegado a resultados análogos. Esta cuestión, que está relacionada con el problema de si las resistividades de conjunto de los yacimientos de sulfuros son tan bajas como las de muestras sueltas de mineral (PATERSON, 1959; BOSSCHART, 1961), dio lugar a

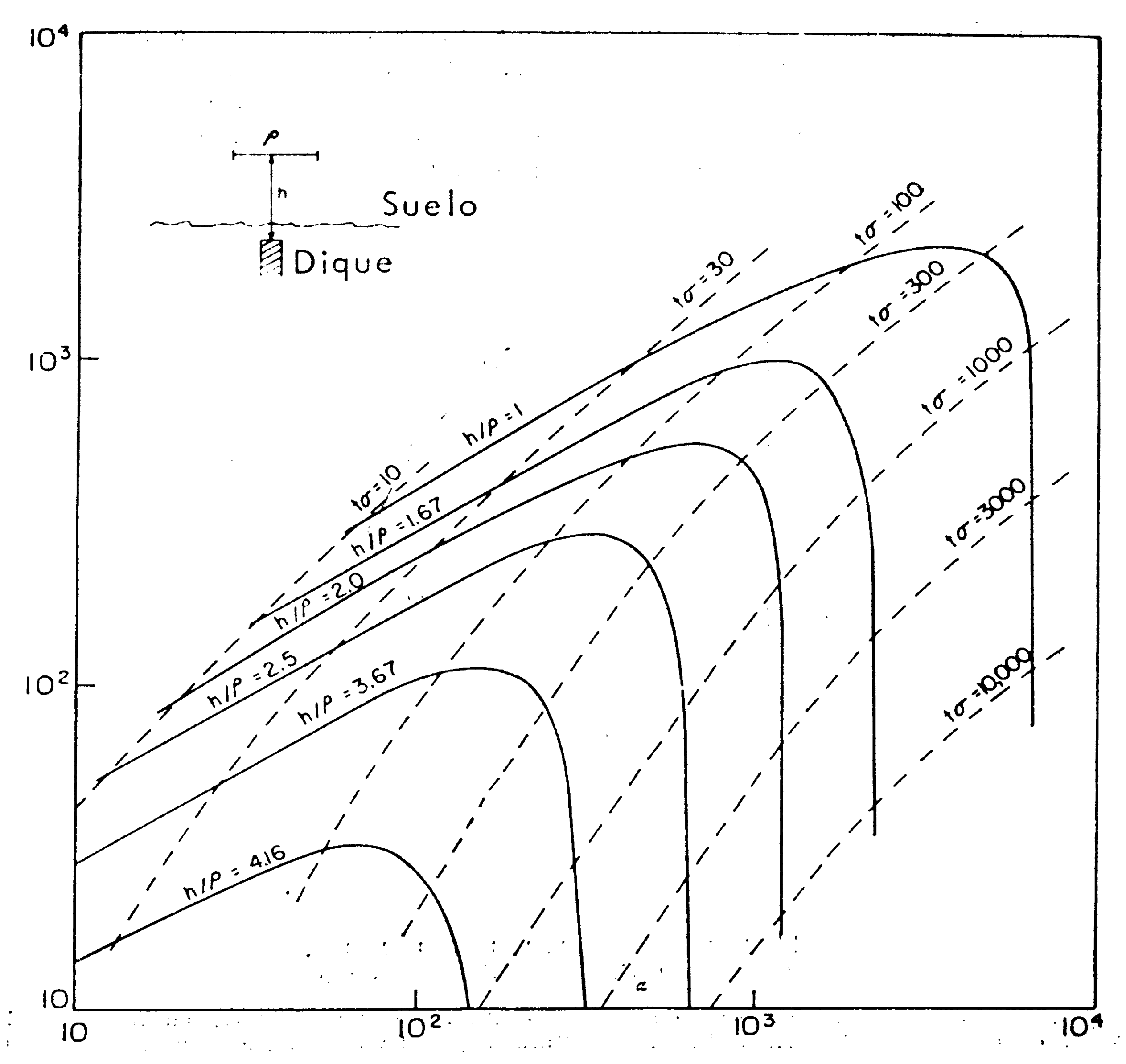


Fig. X-15. Diagrama fasor para dique vertical conductor de anchura *t*, con líneas isohipsas (h/ρ) e iso-*S* ($t\sigma$) para el método Newmont Aero. Según WIEDUWILT. (Cortesía de la SEG.)

que WARD (1967 b) estableciese el concepto de *ventana* para los métodos electromagnéticos aéreos. Según él, a cada sistema, en función de la separación y posición entre bobinas, frecuencia, nivel de ruido, etc., corresponde una estrecha ventana, es decir, un intervalo de valores de *S* detectables. Las anomalías producidas por cuerpos cuya *S* está fuera de dicho intervalo, no serían detectables, por caer por debajo del nivel de ruido. En realidad, la detectabilidad de un cuerpo no depende sólo de sus características intrínsecas, sino del medio en que yace, con el resultado de que la ventana no está tan claramente determinada como parecía, ni es estrecha, según ha reconocido WARD (1971).

Las anomalías encontradas desde el aire se suelen comprobar ("follow-up") por aplicación de un método terrestre, también electromagnético por lo general (inclinación de campo, Slingram, etc.). Con ello se consigue fijar la ubicación exacta de la anomalía, poco precisa desde el aire, y se obtienen datos más completos. Al mismo tiempo se efectúa un estudio geológico de detalle en y alrededor de la zona anómala, y si los indicios son favorables, se efectúa una perforación exploratoria. En muchos casos resulta muy conveniente efectuar uno o dos perfiles gravimétricos cortos sobre el centro de la zona anómala. La presencia sobre ella de un máximo gravimétrico es indicio casi inequívoco de que la anomalía corresponde a una metalización, por tratarse de un cuerpo denso y conductor. Como las operaciones terrestres son mucho más costosas que las aéreas, sólo suelen efectuarse sobre las anomalías que se han clasificado como más favorables y pueden quedar abandonadas otras de mayor interés real. PATERSON (1967) indica que, en muchos casos, se han despreciado yacimientos de sulfuros detectados desde el aire, por ser inadecuada la exploración terrestre ulterior.

X.9.3 Métodos especiales

Lo dicho hasta aquí se refiere a los métodos clásicos de Slingram aéreo. En otros sistemas, como los semi-aéreos o el Afmag, los métodos interpretativos son, en esencia, los mismos que se utilizan en las modalidades terrestres homólogas. No debe olvidarse que, además de la localización de metalizaciones, la prospección electromagnética aérea puede emplearse para cartografía geológica regional. El Radiokip se ha utilizado con este objeto, y parece que el método ABEM de campo rotatorio suministra datos que puede correlacionarse con la geología superficial (COLLET, 1967). El Afmag aéreo resulta muy efectivo para la detección de fallas y zonas de rotura (SUTHERLAND, 1967). También es interesante a este respecto la posibilidad de medir (aproximadamente) las resistividades de las capas superficiales del terreno por medio del sistema Fase-E.

El método INPUT representa otra posibilidad para la cartografía eléctrica superficial efectuada desde el aire. Como en este sistema se efectúan lecturas a diferentes intervalos después de terminado el impulso, las frecuencias predominantes serán tanto menores cuanto más largo sea dicho intervalo, según lo dicho para los métodos de dominio de tiempos. Por lo tanto, los registros correspondientes a dichos intervalos más largos (canales de número más alto) reflejarán resistividades de capas más profundas. En un ensayo efectuado con el método INPUT en la llanura aluvial de la Camargue (Francia) se trazaron mapas de las isolíneas de amplitud en el canal 1 (300 μs) y en 6 (1900 μs). Tales líneas, interpretadas como si fuesen iso-óhmicas, separaban con claridad las zonas de agua dulce de las que contenían agua salada, y reflejaban otros accidente geológicos.

También se pudo comprobar el carácter más superficial de la información suministrada por el canal 1, respecto de la del 6. La correlación con una campaña de SEV realizada en la misma zona, resultó muy instructiva (BAUDOIN *et al*, 1967). Otro estudio de un acuífero por el método INPUT fue el realizado en Winkler (Manitoba, Canadá) y reseñado por COLLET (1967). En el estado actual de la técnica, la información suministrada por estos métodos aéreos no puede compararse en exactitud, seguridad ni detalle con la que proporcionan los procedimientos terrestres, en especial el SEV, por lo que su aplicación principal son los estudios regionales, que luego habrán de completarse con estudios terrestres de detalle en las zonas que aparezcan como merecedoras de ella.

X.10 CRITERIOS COMPARATIVOS

Dado el gran número de sistemas de prospección aérea electromagnética, propuestos o en uso, parece conveniente efectuar una comparación entre ellos. Uno de los principios básicos de la Prospección Geofísica es que nunca puede afirmarse la superioridad de un método sobre otro si no es con referencia a un problema concreto, en condiciones geológicas perfectamente especificadas. Por ello, en vez de una escala de calidades de los diversos métodos, lo que puede establecerse es un conjunto de criterios comparativos que permitan contrastar la eficacia de aquéllos frente a problemas determinados. Sólo se considerarán aquí los diversos métodos desde el punto de vista de la detección de metalizaciones conductoras.

Los criterios comparativos de que se ha hecho mención se refieren a sensibilidad, penetración, resolución, frecuencia, efectos topográficos, y eficacia exploradora.

a) *Sensibilidad.*

Se ha definido esta como la señal mínima detectable por encima del normal de ruido, comparada con el campo primario (PEMBERTON, 1962). Esta magnitud depende, por lo tanto, del nivel de ruido, y de la sensibilidad del sistema receptor. El primero varía, según los datos publicados, entre 1-5 ppm (Sistema de Helicóptero Barringer) hasta 4.500 ppm para el ABEM rotatorio. Debe tenerse en cuenta que el nivel real de ruido depende de la turbulencia del aire y de la contribución del ruido geológico, que es función de las características del terreno y del acoplo del sistema con los conductores superficiales. En todo caso, los sistemas en que ambas bobinas van montadas sobre un soporte "rígido" dan niveles de ruido muy inferiores a los de aquellos sistemas en que el receptor va remolcado en una barquilla.

Sin embargo la sensibilidad así determinada es un dato incompleto,

pues no interviene en ella la amplitud de la anomalía producida por un cuerpo conductor determinado. Para comparar las sensibilidades efectivas de los diversos métodos sería preciso calcular las anomalías correspondientes a cuerpos típicos de diversas formas y posiciones y viendo cuáles quedan por encima del nivel de ruido de cada sistema. Desgraciadamente, no se han publicado hasta ahora datos suficientes en número y calidad para poder efectuar esta determinación. Puede adelantarse, sin embargo, que no quedaría ningún sistema como superior a todos los demás en todos los casos, sino que según la posición y tamaño del cuerpo, éste será más fácilmente detectable para un sistema u otro.

Una variable que influye en la sensibilidad es la altura de vuelo, por lo que, al comparar entre sí los diversos sistemas, habrá que atribuir a cada uno su altura típica o usual. Sin embargo, ocurre que un aumento, aun pequeño, en la altura de vuelo produce disminución intensa en la amplitud de las anomalías. Para variaciones moderadas en la altura a, ésta entra en las amplitudes como un factor a^{-n}, donde n, que depende del sistema y del margen de altura considerado, es un número próximo a 4 ó a 5.

b) *Penetración.*

Ya se ha dicho en varios lugares de esta obra, que el concepto intuitivo de penetración carece de significado estricto para los métodos prospectivos. Debe desecharse la idea de que a cada método electromagnético aéreo corresponda una "profundidad de penetración" tal que puedan detectarse todos los cuerpos conductores situados por encima de ella. El que un cuerpo sea detectable depende de su conductividad, tamaño, posición, etc., además de su profundidad. Por otra parte, las rocas de caja y el recubrimiento influyen también en las posibilidades de detección. En general, estas crecen con el volumen y la conductividad del cuerpo.

No obstante lo dicho, suelen darse cifras que indican, de modo aproximado y orientativo, la profundidad máxima a que pueden detectarse cuerpos conductores relativamente grandes, en condiciones geológicas normales. Los datos de este tipo dadas por diferentes autores son poco concordantes entre sí. A los sistemas de soporte rígido se le atribuyen penetraciones "prácticas" de 20-30 m, si bien parece que los modelos más recientes pueden duplicar la última cifra. PEMBERTON (1962) da las cifras de 60-80 m para la penetración de los sistemas de dos frecuencias, mientras que PARASNIS (1971), la reduce a sólo 20-30 m y más recientemente a poco más de 10 m, por causa del ruido geológico debido a los conductores superficiales. Por este mismo motivo, y según el mismo autor, la penetración del método rotatorio, que se decía de 100-140 m queda reducida en la práctica a unos 40-50 m, salvo en zonas de elevada resistividad superficial.

A otros métodos, como el Afmag y el Radiokip, se les suponía penetración grande por la larga distancia al emisor. La práctica no ha confirmado hasta ahora tales esperanzas.

c) *Resolución.*

La posibilidad de que un sistema electromagnético aéreo sea capaz de separar las anomalías producidas por dos cuerpos conductores próximos entre sí, en vez de registrarlas como una sola, depende de la altura de vuelo y de la separación entre bobinas. Cuanto más pequeña sea ésta, mayor será la diferencia entre los factores geométricos de acoplo entre las bobinas y cada uno de los cuerpos, y mayor el poder separador.

Por consiguiente, dicho poder será máximo en los sistemas en que las bobinas emisora y receptora van montadas en un mismo soporte, de modo que pueden separarse cuerpos que disten entre sí de 30 a 50 m. Los sistemas en que el receptor va en una barquilla remolcada tienen menor resolución, del orden de 100 m. Más desfavorable aún son a este respecto, el método ABEM de los dos aviones y los de fuente exterior y lejana como el Afmag y el Radiokip. En todos ellos no pueden separarse cuerpos cuya distancia mutua sea inferior a 200 m, más o menos.

d) *Frecuencia.*

Las frecuencias usuales en la mayoría de los métodos (de 100 a 3000 Hz) son bastante adecuadas para obtener buenas respuestas de las metalizaciones, y otras mucho menos intensas del recubrimiento, roca de caja, etc. Desde este punto de vista, son preferibles las frecuencias más bajas dentro del margen indicado, pero los campos debidos a ellas son más débiles. Las frecuencias del Afmag quedan dentro de la misma banda; pero las del Radiokip, mucho más altas, pueden dar anomalías intensas sobre cuerpos medianamente conductores carentes de valor económico.

El empleo de dos frecuencias redunda en una eliminación más eficaz de los conductores superficiales. A este respecto, el método Input resulta muy interesante, porque, según se ha visto más arriba, corresponde a un sistema de multifrecuencia, con la consiguiente discriminación de profundidad.

e) *Efectos topográficos y superficiales.*

Los accidentes topográficos pueden influir desfavorablemente sobre las mediciones de dos modos distintos; por una parte, obligando al avión a volar más alto, con la consiguiente pérdida de sensibilidad, y por otra, dichos accidentes pueden causar, por sí mismos, anomalías apreciables. El primer efecto es menos sensible en los métodos en los que se emplean helicópteros, mientras que los que utilizan barquilla remolcada por aviones son los que encuentran mayores dificultades para adaptarse a las irregularidades del terreno. El segundo efecto depende en gran parte de

la resistividad de los materiales que constituyen el relieve topográfico, y según se ha dicho, es ahora cuando comienza a estudiarse cuantitativamente. PARRY y WARD (1971) han calculado que en los métodos Afmag o Radiokip, con 150 m de altura de vuelo, un cerro de tamaño medio (100 m de elevación) puede producir anomalías apreciables aunque su resistividad sea de 100 Ω-m.

Otro tema interesante son las anomalías producidas por conductores no deseados, tales como charcas, capas arcillosas, etc. Dado la posición horizontal de estos cuerpos resultan preferibles, desde el punto de vista de su eliminación, aquellos sistemas cuyas bobinas están dispuestas en posición de acoplo mínimo con los conductores horizontales. Cuando los objetos que se buscan son subhorizontales, la distinción entre unos y otros se vuelve más difícil.

f) *Eficacia de la exploración.*

WARD (1967 b) ha estudiado la eficacia de los métodos electromagnéticos aéreos en lo que respecta a probabilidades de detección. Los cálculos realizados, en los que no se tiene en cuenta el efecto de las rocas de caja, y recubrimiento, indican que la pretensión de detectar todos los cuerpos alargados de longitud comprendida entre 120 y 560 m exigiría densidades de líneas de vuelos que serían prohibitivas desde el punto de vista económico. Los costes sólo son aceptables hasta probabilidades de detección del 75 %. Si los cuerpos presentan orientación sistemática, las condiciones son más favorables que las indicadas.

Capítulo XI

EL METODO DE LA POLARIZACION INDUCIDA

XI.1 INTRODUCCION

En algunos cuerpos que han sido atravesados por una corriente eléctrica, una vez cortada ésta el campo eléctrico no desaparece ni brusca ni exponencialmente, sino de modo más lento. Esta *Polarización Inducida* o residual (abreviadamente P.I.), también llamada *sobretensión,* fue observada antes de 1920 por C. Schlumberger en la proximidad de yacimientos de sulfuros, pero también en zonas estériles, por lo que no prosiguió su estudio.

En los años 1932 a 1934 Weiss y Müller realizaron ensayos experimentales de aplicación del método, pero los resultados no fueron buenos por defecto del dispositivo empleado, que consistía en un solo par de electrodos.

Los geofísicos soviéticos utilizàron este fenómeno en la testificación eléctrica de perforaciones para petróleo, según atestigua Dakhnov en 1941, pero la aplicación sistemática de la PI en la prospección minera se origina con los trabajos de Harold O. Siegel desde 1947, los cuales dan lugar a su tesis doctoral (1949) y a investigaciones en equipo patrocinadas por la Newmont Mining Co., dadas a conocer por WAIT (1950). Independientemente, BLEIL (1953) hizo ver la posibilidad de aplicar la PI a la detección de yacimientos de magnetita y de sulfuros. Desde entonces, las publicaciones sobre el tema se han multiplicado. A este respecto hace notar Komarov que, si bien antes de 1951 sólo se habían publicado seis trabajos sobre el tema, entre 1956 y 1960 vieron la luz treinta y ocho, y más de un centenar durante el quinquenio siguiente. Este crecimiento

de la literatura fue acompañado por la aplicación y comercialización del método, que rápidamente se extendió y puso de moda, hasta el extremo que, según las estadísticas de la SEG sobre la actividad geofísica en el mundo occidental durante 1969, el 33 % de las prospecciones mineras, expresadas en equipos-mes, correspondía a la PI. así como el 44,4 % de los gastos, lo que indica por una parte, el gran desarrollo que ha tomado este método, y por otra, que es más caro que los demás.

La principal, por no decir única aplicación de la PI es la localización de yacimientos de minerales conductores, pues las posibilidades de este método en la búsqueda de aguas subterráneas, que parecían inicialmente muy prometedoras, no se han visto confirmadas hasta el momento presente. Tales posibilidades han vuelto a ser consideradas recientemente por OGILVY y KUZMINA (1972).

Aunque la eficacia del método de la PI ha sido comprobada en una numerosa serie de hallazgos mineros, no ha faltado alguna voz discordante que afirme que los mismos resultados habrían podido obtenerse por otros procedimientos geoeléctricos más sencillos y baratos (véase el apartado XI-12).

XI.2 EL FENOMENO FISICO Y SU EXPLICACION

El fenómeno de la polarización inducida se observa cuando se hace pasar corriente eléctrica a través de un electrolito que contiene cuerpos o partículas de conducción electrónica (metales, semiconductores). Por ejemplo, supongamos que se coloca en el terreno un dispositivo tetraelectródico de corriente continua, sobre una bolsada de mineral conductor (fig. XI.1). La conducción iónica corresponde a la roca de caja (véase PGI, cap. II). Si después de haber mantenido constante durante algún tiempo (tres minutos por ejemplo) la intensidad I en el circuito de

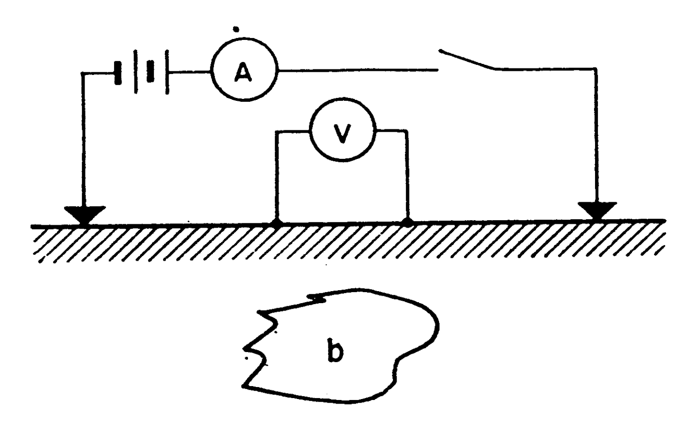


Fig. XI-1. Esquema de un experimento para observar la sobretensión (polarización inducida). *b* = bolsada de minerales conductores.

emisión AB, se corta la corriente, la d.d.p. ΔV entre los electrodos MN no desaparece bruscamente, sino que se atenúa gradualmente, con una constante de tiempo del orden de varias decenas de segundos. Análogo efecto se observa en el establecimiento de la corriente, de modo que la variación de la tensión ΔV entre M y N puede representarse por una curva como la de la figura XI-2.

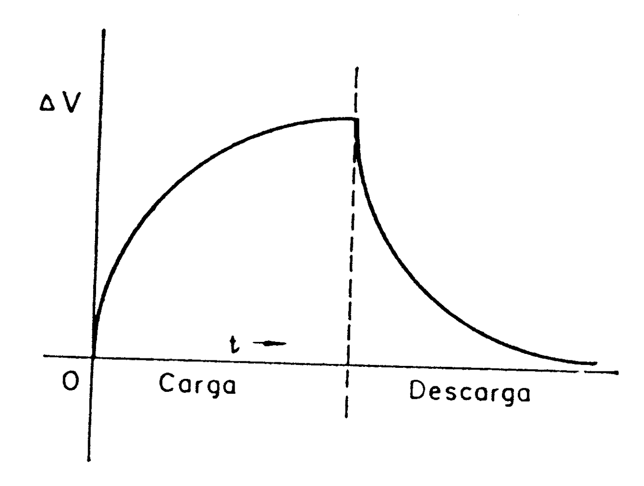


Fig. XI-2. Variación de la tensión Δ V con el tiempo. La línea vertical de trazos indica el momento en que se corta la intensidad excitadora y comienza la descarga.

La explicación comúnmente aceptada de este fenómeno es como sigue (fig. XI-3). En la superficie límite del cuerpo o partícula metálica tiene lugar un paso de la conducción iónica a la electrónica, e inversamente. Esto hace que en dos superficies opuestas del cuerpo se produzca una acumulación de iones, que no han cedido todavía sus cargas al cuerpo o, dicho de otro modo, no han tomado electrones de él ni los han cedido. Si se suprime la corriente, la distribución de los iones se modifica y vuel-

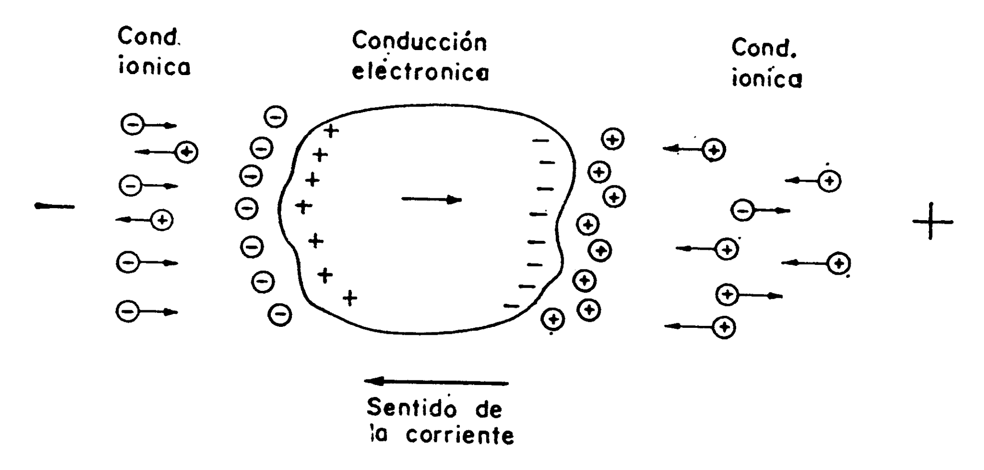


Fig. XI-3. Esquema para explicar la sobretensión de una partícula metálica sumergida en un electrolito.

ve a su estado inicial, en lo que se invierte cierto tiempo, durante el cual existe una polarización en el cuerpo a la que se atribuyen los efectos observados. Como dicha polarización se ha producido por el paso de la corriente, se la denomina *polarización inducida.*

Este fenómeno puede utilizarse, pues, en la práctica para la búsqueda y detección de las sustancias dotadas de conductividad electrónica que puedan existir en el subsuelo. Para ello basta, en principio, la aplicación al terreno de un dispositivo tetraelectródico como el descrito más arriba. La presencia de una tensión residual de polarización ΔV indicaría la presencia de conductores electrónicos dentro del volumen de terreno afectado por la corriente.

Las cosas, sin embargo, no son tan sencillas, porque ocurre que los fenómenos de PI se observan también (aunque, en general, en menor medida), en rocas carentes de sustancias metálicas. Se denomina este efecto *polarización de membrana,* para distinguirlo del llamado *polarización de electrodos,* que es el ya descrito. El resultado es que siempre se observa una sobretensión débil, o *efecto normal,* sobre cuyo fondo destaca la polarización debida a sustancias metálicas, en el caso en que éstas existan en el subsuelo. El fenómeno parece ser debido a una diferencia de movilidad entre los aniones y los cationes, producida por la presencia de partículas de arcilla. Tales partículas se cargan negativamente, atrayendo una "nube catiónica" que permite el paso de los portadores positivos, pero no el de los negativos, ejerciendo el efecto de una membrana (figura XI-4). Se producen así gradientes de concentración, que tardan en desaparecer un cierto tiempo después de suprimida la tensión exterior, y que originan por lo tanto una sobretensión residual.

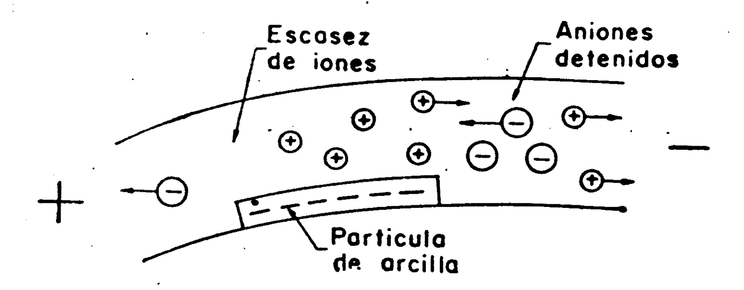


Fig. XI-4. Polarización "de membrana", producida en un camino de poros, con campo eléctrico exterior, por la presencia de una partícula de arcilla.

XI.3 CAMPO DE APLICACION

La PI se utiliza principalmente para la detección de minerales de conductividad electrónica, entre los que figuran la calcopirita, pirita, calcosina, galena, magnetita, pirrotita, molibdenita, cobres grises, grafito, me-

tacinabrio, etc. (véase el capítulo II de PGI). Ciertos minerales raros, no detectables directamente en razón de sus bajas concentraciones, pueden localizarse si están asociados con otros más abundantes y que presenten conductividad electrónica, como la pirita o la pirrotita. No debe olvidarse que algunos sulfuros, como la blenda o el cinabrio, no son detectables directamente por este método, dado que no son conductores metálicos.

Los efectos de PI son tanto más intensos cuanto mayor sea el grado de división de la sustancia que la origina. pues en virtud del mecanismo descrito, crecerá con el número de interfaces metal-electrolito. Un cuerpo grande, pero único, sólo presentará dos de estas superficies, pero si el mismo cuerpo se divide en muchas partes, existirá gran número de interfaces, que sumarán sus efectos. Por lo tanto, los yacimientos de minerales conductores diseminados, como los llamados "cobres porfídicos" constituyen el "blanco" ideal para la PI. En condiciones favorables han podido detectarse minerales conductores en concentraciones del 1 %.

Aunque a primera vista parece que los yacimientos "masivos" o continuos no deberían producir anomalías intensas de PI, en razón del pequeño número de superficies susceptibles de polarizarse, no suele ocurrir así en muchos casos, unas veces por la presencia de aureolas de diseminación, y otras quizá porque (HALLOF, 1967), lo que parece una bolsada más o menos homogénea está constituida en realidad por gran número de cristales, limitados por caras susceptibles de polarizarse.

La polarización de membrana podría emplearse, en principio, para la búsqueda de sustancias no metálicas. SUMI (1965) ha descrito la aplicación de la PI para la localización de caolín, barita, cromita, bentonita, etcétera. Sin embargo, esta posibilidad no parece haberse utilizado mucho en la práctica. Lo mismo ocurre con el empleo de la PI para investigaciones hidrológicas, en el que se fundaron inicialmente grandes esperanzas, sin que hasta ahora se hayan confirmado como ya se ha dicho.

Son muchos los ensayos del laboratorio efectuados para estudiar el fenómeno de la PI y los factores que en ella influyen. Como resultado de estos estudios, la idea de poder distinguir unos minerales de otros por medio de la curva de descarga u otra propiedad análoga, ha quedado desechada. Tampoco puede determinarse la riqueza de sulfuros partiendo de la PI observada, pues ésta depende no sólo del volumen ocupado por aquellos, sino también del tamaño del grano. En general, los efectos observados guardan relación lineal con la densidad de corriente excitadora, dentro de los valores que ésta alcanza en los trabajos de campo. No se consideran aquí en detalle dichos estudios, dado que, salvo lo indicado, hasta ahora no afectan a la aplicación práctica del método. Entre los trabajos de laboratorio más recientes figura los de ZONGE *et al* (1972) y SCOTT y WEST (1969). No deben olvidarse los estudios incluidos en WAIT (1959).

La penetración del método, en su aplicación minera, es relativamente grande, y se citan casos (KOMAROV, 1967) en los que han detectado yacimientos a 100 y hasta 200 m de profundidad.

XI.4 PARAMETROS UTILIZADOS PARA MEDIR LA PI

Se han propuesto diversos parámetros para la expresión numérica de las observaciones de PI. El más sencillo e intuitivo sería la relación U_0/U_c siendo U_c la tensión de "carga" (fig. XI-5), esto es, la registrada entre los electrodos M y N una vez estabilizada la corriente inductora o de carga o de carga y U_0 la tensión medida entre los mismos electrodos en el mismo momento en que acaba de desaparecer dicha corriente. Ahora bien, en la práctica es casi imposible medir U_0 debida a los fenómenos transitorios ligados a la interrupción de corriente, por lo que hay que recurrir a la medida de U_t, o sea la tensión residual observada entre M y M en un momento posterior en t segundos a la interrupción de la corriente.

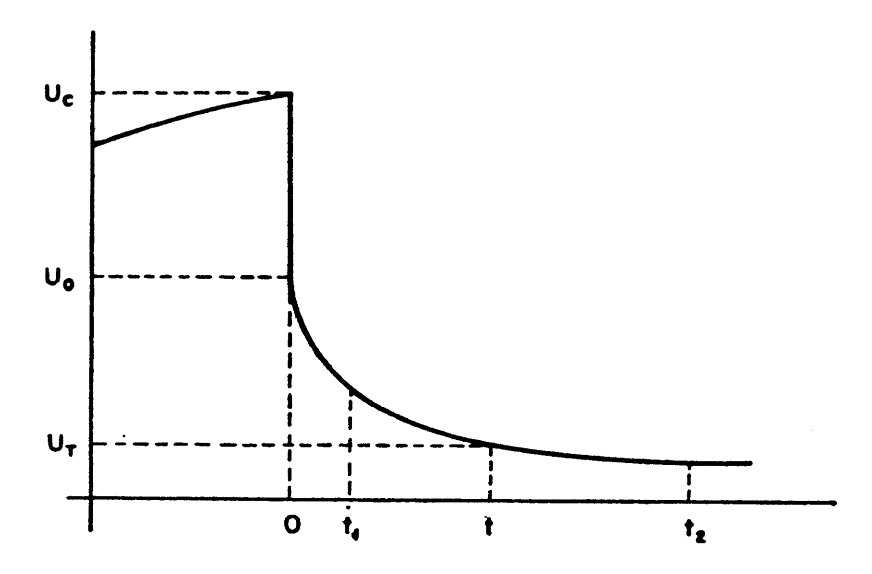


Fig. XI-5. Curva de descarga, con los puntos que se utilizan en las mediciones de PI en dominio de tiempos.

Como $U_t \ll U_c$ suele expresarse la primera en milivoltios, y la segunda en voltios. Tal cociente suele designarse por los nombres de *polarización inducida* (PI), *polarizabilidad* (η) y *cargabilidad*, aunque esta última expresión se ha utilizado también con otros significados. Se tiene, pues,

$$(\text{PI}) = \frac{U_t\,(\text{mV})}{U_c\,(V)} \tag{XI.1}$$

Otros geofísicos, que suelen emplear la segunda denominación, miden ambas tensiones en la misma unidad, y expresan su relación en forma de tanto por ciento, de modo que

$$\eta = \frac{U_t}{U_c} \times 100 \tag{XI.2}$$

Existen instrumentos que en vez de determinar el potencial U_t en un solo instante, lo integran (por ejemplo, mediante la carga de un condensador) durante un intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$. Entonces

$$(\mathrm{PI}) = \frac{\int_{t_1}^{t_2} U(t)\,dt}{U_c} \tag{XI.3}$$

La tensión U_t suele medirse en mV y la U_c en V. La magnitud resultante, a veces también denominada *cargabilidad,* tiene las dimensiones de un tiempo, y se acostumbra a expresarla en milisegundos.

Debe tenerse en cuenta que los parámetros que se acaban de definir dependen del intervalo transcurrido entre el corte de la corriente y la medición, o del intervalo sobre el cual se integran; por lo tanto, dichas magnitudes carecen de sentido si no se especifican los aludidos datos de tiempo.

Si las mediciones se efectúan sobre un terreno homogéneo, cualquiera de las magnitudes definidas puede servir como medida de su *polarizabilidad verdadera,* pero si el medio es heterogéneo (por ejemplo, el representado en la figura XI-1) el resultado de la medición dependerá de la posición de los electrodos respecto de las heterogeneidades polarizables. Resulta, pues, que los datos de campo expresan *polarizabilidades aparentes,* que sólo coinciden con las verdaderas cuando el terreno es homogéneo en lo que concierne a los fenómenos estudiados. La situación es idéntica a la que se produce para las resistividades en los métodos de corriente continua (PGI, ap. III.4). Sin embargo, los geofísicos anglosajones no suelen añadir el adjetivo "aparente" a los valores de polarizabilidad observados, lo que en cambio sí hacen franceses y soviéticos.

XI.5 EL DOMINIO DE FRECUENCIAS

Ya en 1950, Seigel y Collet se dieron cuenta de que la PI podía medirse con corriente sinusoidal, idea que fue desarrollada más tarde por Wait y luego abandonada por no verse ventajas en ella respecto del método ya descrito de observar el proceso temporal de la PI, y que para

distinguirlo del nuevo se denomina trabajo en el *dominio de tiempos.* Posteriormente y, según parece por estar cubierta por patentes la aplicación del método en dicho dominio, volvió a tenerse en cuenta el método de la corriente sinusoidal, y en los momentos actuales ambos están muy difundidos.

Cuando se efectúan mediciones de PI en corriente alterna se dice que se trabaja en el *dominio de frecuencias.* La idea básica de esta modalidad del método es que los fenómenos de polarización, tanto "de electrodos" como "de membrana" requieren un cierto tiempo para producirse, por lo que si se aplica a un terreno polarizable una corriente sinusoidal, se observará un desfase en la tensión captada entre los electrodos M y N respecto de la intensidad que penetra a través de los A y B. Se observa también una disminución de la impedancia con la frecuencia que no es la que correspondería a un circuito lineal usual. Esto puede visualizarse toscamente imaginando que los fenómenos de polarización se oponen al paso de la corriente, pero si ésta cambia, tales efectos tienen menos tiempo para establecerse, por lo que la oposición disminuirá con la frecuencia. Por consiguiente, si se aplica un dispositivo tetraelectródico a un terreno polarizable, la resistividad aparente observada disminuirá al aumentar la frecuencia de la corriente de emisión. La variación de la resistividad con la frecuencia tiene lugar con mayor intensidad para valores de esta inferiores a 10^3 Hz. Tal variación se denomina *efecto de frecuencia* (EF).

El modo más lógico de medir este efecto, sería la determinación experimental de

$$(EF) = \frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_0} \qquad \text{(XI.4)}$$

donde ρ_0 y ρ_1 son las resistividades aparentes en corriente continua y en alterna, respectivamente. Sin embargo, se acostumbra a utilizar una definición algo diferente, y expresar el resultado en tanto por ciento, según la fórmula

$$(EF) \doteq \frac{\rho_b - \rho_e}{\rho_e} \times 100 \qquad \text{(XI-5)}$$

donde ρ_e y ρ_b son respectivamente las resistividades aparentes medidas en dos frecuencias diferentes, en las cuales el subíndice e corresponde a la más elevada. Las dimensiones de (EF) son nulas.

HALLOF (1946) ha demostrado que existe una sencilla transformación integral que relaciona la polarizabilidad η medida en corriente continua, con el efecto de frecuencia (EF) siempre que ambos se consideren en condiciones ideales o límites. Estas condiciones consisten en determinar (EF) a partir de las frecuencias nula e infinita, y η por medio del valor inicial U_0. Ambas condiciones son irrealizables en la práctica.

También se utiliza mucho en las investigaciones en el dominio de frecuencias el llamado *factor metálico* ("metal factor") de indudable valor comercial por el atractivo que su nombre puede ejercer ante el cliente. Se obtiene dividiendo (EF) por la resistividad aparente que corresponde a la frecuencia menor y multiplicando por un factor constante, a fin de que el valor resultante no sea demasiado pequeño. La fórmula usual es

$$(FM) = \frac{\rho_b - \rho_e}{\rho_e \, \rho_b} \cdot 2\pi \cdot 10^5 \qquad \text{(XI-6)}$$

cuyos símbolos tienen el mismo significado que en la expresión anterior. La inclusión del factor 2π parece totalmente caprichosa.

Si en la expresión anterior se sustituyen las resistividades por las inversas de las conductividades correspondientes resulta

$$(FM) = 2\pi \cdot 10^5 \, (\sigma_e - \sigma_b) \qquad \text{(XI-7)}$$

igualdad que expresa que el factor metálico es la diferencia de conductividades a dos frecuencias diferentes multiplicada por un factor arbitrario.

El factor metálico, muy empleado en Norteamérica, ha sido objeto de discusión por diversos investigadores en lo que respecta a su aptitud para expresar el grado de polarizabilidad del terreno. HALLOF (1964) justifica el empleo de este parámetro, basándose en que en un medio que contiene partículas de mineral polarizable en forma diseminada, los efectos de polarización observados en superficie dependen de la resistividad de la roca de caja, siendo tanto más pequeños cuanto mayor sea aquélla. El factor metálico está corregido, al menos en parte, de este efecto. Se afirma también que este parámetro compensa el efecto de saturación (*). Sin embargo, competentes especialistas como SEIGEL (1960, 1967) y SUMNER (1967) lo consideran innecesario y desorientador, útil solo, y en ciertos casos, como parámetro auxiliar. El (FM) es en realidad, una diferencia de conductividades sin normalizar, por lo que es más sensible sobre zonas conductoras.

Las mediciones de PI en el dominio de frecuencias sufren de algunas limitaciones, la más importante de las cuales es el peligro de acoplo inductivo entre el circuito de emisión y el de recepción. Para huir de él se hace preciso prescindir de ciertos dispositivos para los que dicho acoplo es mayor, así como del empleo de frecuencias superiores a 20 Hz.

Según se ha dicho más arriba, los fenómenos de PI dan lugar, cuando se trabaja con corriente alterna, a un desfase entre la intensidad *I* y la

(*) Este, enteramente análogo al que se da en resistividades (PGI, p. 368), hace que las anomalías no crezcan proporcionalmente al contraste de polarizabilidades.

tensión ΔV. Es curioso que si bien esta propiedad era conocida desde un principio, no se haya utilizado hasta hace poco tiempo para la medida de la PI, aunque ANDERS (1956) y NILSSON (1971) hayan propuesto la medición de resistividades complejas.

Los primeros en hacerlo han sido los geofísicos soviéticos, pues RODIONOV *et al* (1971) dan cuenta de una prospección de ensayo realizada en 1968, en la que se efectuaron simultáneamente mediciones de la dispersión o EF con otras de desfase, con resultado favorable para estas últimas. Scott, Telford y Collet, en un trabajo presentado en la 41 Reunión Anual de la SEG (Houston, noviembre 1971) dan cuenta de mediciones de fase efectuadas sobre yacimientos de sulfuros. Los desfases observados eran aproximadamente proporcionales al EF, por lo que concluyen que las mediciones de fase en una sola frecuencia, suficientemente baja, pueden sustituir a las mediciones usuales en dos frecuencias. La equivalencia entre unas y otras mediciones ha sido probada, teórica y experimentalmente por ZONGE, SAUCK y SUMNER (1972).

Otra posibilidad de la PI en el dominio de frecuencias ha sido indicada por Seigel (Reunión de París de la EAEG, mayo-junio 1972). Se trata de medir la PI por medio del campo inducido en una bobina, lo que permitiría trabajar en zonas de capa superficial muy resistiva o desde el aire.

XI.6 DISPOSITIVOS ELECTRODICOS

Las mediciones de PI se efectúan de modo muy semejante a las de resistividad aparente en corriente continua, y pueden realizarse, bien para investigar los cambios de polarizabilidad del suelo en sentido vertical *(Sondeo de PI)* como en sentido horizontal a profundidad aproximada constante *(calicata de PI)*.

Tanto en uno como en otro caso, y lo mismo si se trabaja en el dominio de tiempos como en el de frecuencias, es preciso utilizar dos electrodos de corriente y dos de potencial, es decir, algún dispositivo electródico de los descritos en los capítulos III y VII de PGI. Como es natural, en cada país se utilizan preferentemente para la PI los mismos dispositivos empleados en el método de resistividades, por lo que se observan diferencias según que en el país considerado predomine la escuela Schlumberger o la Wenner. En la elección del dispositivo influye también el dominio, de tiempos o de frecuencias, en que se trabaja.

Los dispositivos más utilizados en la ejecución de calicatas de PI son los siguientes:

a) Dispositivos de gradientes, sobre un solo perfil (calicata Schlumberger) o sobre varios paralelos (método de bloques: apartado VII de PGI).

b) Dispositivo trielectródico, medio-Schlumberger o medio-Wenner, simple, combinando o con dos distancias.

c) Dispositivo dipolar axil.

d) Dispositivo Wenner.

Es importante señalar que los datos observados al efectuar investigaciones de PI durante los períodos de carga en el dominio de tiempo o en la frecuencia menor en el de frecuencias se utilizan para el cálculo de la resistividad aparente. Es decir, que la ejecución de una calicata o sondeo de PI lleva implícita la de una medición análoga de resistividades aparentes. Esta realización simultánea de la prospección por dos métodos distintos constituye una ventaja de la PI, pero no debe olvidarse que no siempre el dispositivo electródico empleado es el más conveniente para la detección de los cuerpos buscados por sus anomalías de resistividad.

Los dispositivos de gradientes, en especial en la modalidad de bloques, destacan por la facilidad del trabajo de campo, y por su elevada productividad, que puede aumentarse todavía más mediante el empleo simultáneo de varios receptores para un mismo emisor. Además son poco sensibles a los efectos superficiales. Sin embargo, estos dispositivos no están exentos de inconvenientes. Entre ellos figuran el no ser recomendables para las mediciones en el dominio de frecuencias, por causa del acoplo entre los circuitos emisor y receptor, y el de que no son adecuados para la detección de cuerpos conductores estrechos en sentido horizontal en lo que respecta a las mediciones de resistividad aparente. Por otra parte el método de bloques no debe emplearse en zonas donde los cuerpos polarizables son subhorizontales, y los contrastes de polarizabilidad aparecen sobre todo en sentido vertical. En tales casos, las anomalías de PI son complicadas, y aparecen anomalías "falsas" en la zona central (YAKUBOVSKIY-LIAKHOV, 1964).

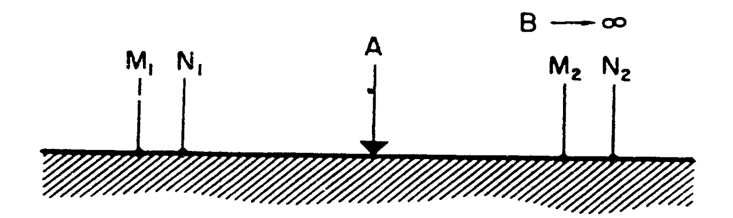


Fig. XI-6. Dispositivo para calicateo trielectródico combinado por PI empleado por los geofísicos soviéticos.

El dispositivo medio Schlumberger, denominado en América "polo-dipolo", si bien es sensible a los efectos superficiales, puede utilizarse tanto para el dominio de tiempos como para el de frecuencias. Suele aplicarse con varias distancias simultáneamente. En lo que respecta al punto de atribución, hay diferencias entre las convenciones seguidas por los

geofísicos norteamericanos y las usuales en escuela Schlumberger. En ésta, como es sabido, los resultados se atribuyen al punto medio *O* del segmento *MN*, mientras que los citados investigadores lo hacen al centro del *AM*, cuando trabajan en el dominio de tiempos, y al del segmento *AO* si la prospección se hace en el dominio de frecuencias. Los geofísicos soviéticos emplean casi siempre este dispositivo en la modalidad "combinada" (PGI, pág. 378), con la consiguiente mejora de resultados, tanto en PI como en resistividades aparentes. En este caso, sin embargo, el dispositivo empleado en la práctica difiere del utilizado normalmente para *CE* de corriente continua, pues en vez de dos electrodos de corriente y un dipolo de potencial se emplea un solo electrodo de corriente y dos dipolos de potencial colocados simétricamente respecto del primero (figura XI-6). Se busca con ello la disminución de las operaciones necesarias para obtener buenos contactos en los electrodos de corriente.

El dispositivo dipolar axil se utiliza sobre todo en el dominio de frecuencias, por causa del reducido acoplo que en él existe entre los circuitos de emisión y de recepción. Tiene la ventaja de ser muy adecuado para la prospección por resistividades y el inconveniente de la pequeñez del campo creado (PGI apartado II.9). Los geofísicos norteamericanos suelen denominarlo "dipolo-dipolo", expresión ambigua, puesto que en rigor podría aplicarse a cualquier otro dispositivo dipolar.

Por último, el dispositivo Wenner, sólo utilizable en el dominio de tiempos por causa del fuerte acoplo entre ambos circuitos, es poco adecuado para la prospección simultánea por resistividades (PGI, apartado VII.10) y presenta, además, el inconveniente de requerir el empleo de cuatro electrodos móviles para la obtención de una sola curva. Su única ventaja parece ser lo elevado de la señal recibida.

Para los sondeos verticales de PI se utilizan los dispositivos Schlumberger y Wenner.

XI.7 INSTRUMENTAL

Existen en el mercado diferentes modelos de equipos para PI, bien para el trabajo en el dominio de tiempos, bien para su empleo en el de frecuencias. Los procesos de la electrónica de estado sólido han permitido conseguir, en los últimos modelos, importantes reducciones en peso y volumen, e incluso la fabricación de equipos que pueden trabajar indistintamente en ambos dominios.

Los primeros instrumentos empleados en el dominio de tiempos producían tensiones muy elevadas en el circuito emisor, a fin de que la tensión residual de PI no fuese demasiado pequeña. Se llegaron a utilizar,

en zonas difíciles, tensiones de 3000 a 5000 voltios y potencias de hasta 30 KV.

La forma de onda de la corriente aplicada en los aparatos de dominio de tiempos, representada en la figura XI-7, se obtenía cortando e invirtiendo periódicamente, por medio de contactores, la tensión continua producida por un generador movido por un motor de explosión. En los momentos de corte, la corriente no se interrumpía realmente sino que era desconectada del terreno y derivada a una carga supletoria ajustable, de modo que el motor no experimentase fuertes variaciones de régimen. El potencial espontáneo existente entre los electrodos M y N era medido y compensado, con lo que se realizaba una prospección simultánea por P. E. Las lecturas de I e ΔV durante el paso de la corriente de emisión se empleaban para el cálculo de la resistividad aparente. La tensión de polarización se determinaba usualmente por el método de la integral (ecuación XI-3) por carga de un condensador durante varios segundos, la cual se iniciaba poco después de la supresión de la corriente en el terreno.

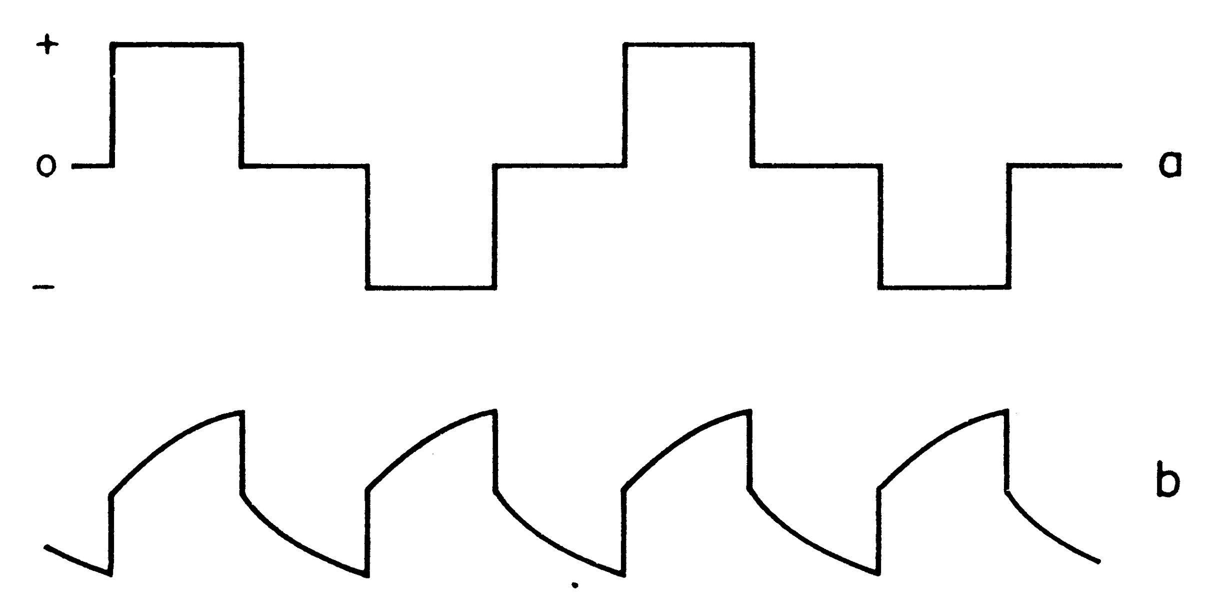


Fig. XI-7. Formas de onda en la PI de dominio de tiempos. *a*, Intensidad primaria. *b*, Tensión en los electrodos MN, después de rectificada sincrónicamente.

Las mediciones se repetían durante varios ciclos. Las diversas operaciones se efectuaban automáticamente según un programa de tiempos establecido previamente. Los obreros que movían los electrodos se hallaban en comunicación telefónica, a través de los cables, con la tienda de campaña o furgoneta donde se encontraba el operador con los instrumentos.

Los aparatos modernos de origen canadiense son de peso y volumen mucho más reducidos (figs. XI-8 y 9; en lámina aparte); la potencia utilizada normalmente en el circuito de emisión es del orden de 100 a 300

vatios, y en muchos casos se obtiene de baterías recargables. Para investigaciones profundas o en zonas de resistividad baja, se construyen emisores de varios Kw de potencia. Algunos modelos van provistos de compensación automática del potencial espontáneo, y otros, de lectura digital. Existe también algún modelo de escasa potencia, pero de tamaño muy reducido, adecuado para trabajos en zonas de mala topografía y acceso difícil. La conexión entre emisor y receptor se ha suprimido en los equipos modernos, puesto que los receptores, cuya sensibilidad les permite medir tensiones de pocas decenas de μV, se sincronizan automáticamente a través de los electrodos.

Los aparatos empleados por soviéticos y franceses siguen principios distintos de los indicados. Mientras en los aparatos americanos la duración completa de un ciclo de carga y descarga no suele exceder de 2 ó 3 s, los citados geofísicos europeos utilizan períodos más largos, por ejemplo de 20 s de carga y 10 de descarga. Por otra parte, la tensión ΔV entre M y N se registra fotográficamente por medio de un galvanómetro de espejo, de modo que se obtiene la curva completa de descarga dentro de los límites de tiempo prefijados. La gran diferencia de escala entre la tensión primaria y la de polarización plantea un problema práctico, que se ha resuelto de varios modos. En algunos equipos construidos por la CGG se emplean dos amplificadores, uno de los cuales, el de mayor ganancia, no actúa hasta 50 ms después del corte de la corriente de excitación. Ciertos modelos soviéticos llevan un amplificador único cuya ganancia aumenta bruscamente cuando termina el período de carga. Otros instrumentos de la misma nacionalidad son dobles, para el trabajo simultáneo con dos dipolos MN.

Los equipos de dominio de frecuencias, casi todos norteamericanos, son más sencillos que los de dominio de tiempos. Se trata en realidad de equipos para SEV o CE que trabajan en corriente alterna de frecuencia muy baja, generalmente de onda cuadrada. Cada aparato puede trabajar en cuatro o seis frecuencias distintas, comprendidas dentro del margen de 0,05 a 10 Hz. Estos instrumentos suelen ir provistos de dispositivos especiales para la eliminación de tensiones parásitas, tales como filtros que rechacen las de frecuencia industrial y circuitos de "cierre de fase".

Es de esperar que en un futuro próximo, comiencen a aparecer en el mercado equipos de PI de corriente alterna preparados para la medición de desfases.

XI.8 REPRESENTACION DE LOS RESULTADOS

Como en muchos otros métodos prospectivos, en el de PI los resultados de las observaciones se representan gráficamente en forma de curvas y de mapas.

Cuando la modalidad empleada es del tipo calicata se trazan curvas de la variación de la magnitud o magnitudes observadas en función de la distancia sobre el perfil. En lo que respecta al punto de atribución, debe tenerse en cuenta lo dicho en el apartado XI.6. Es preferible utilizar como tal el punto medio del dipolo *MN*, del mismo modo que en las calicatas de corriente continua, y ello tanto por razones de uniformidad como por las que se indicarán más adelante.

Como es obvio, los valores de polarizabilidad aparente representados en cada curva deben ser homogéneos, es decir, que han de corresponder a un mismo tiempo t desde el comienzo de la descarga, al mismo tiempo de integración, o a idéntico par de frecuencias, según corresponda al método empleado. En la PI no suelen emplearse escalas logarítmicas, a causa del reducido margen de variación de las magnitudes observadas, salvo cuando se trata de sondeos de PI, los cuales se representan del mismo modo que los SEV.

Para las observaciones en el dominio de frecuencias se emplea mucho por parte de los geofísicos americanos, un sistema especial de gráficos denominados *pseudo-cortes* o *pseudo-secciones.* En estos gráficos, los valores observados se representan *numéricamente* por debajo de una línea de referencia que representa la superficie del suelo (que suele omitirse en el dibujo final) en puntos de atribución determinados según el principio convencional que se ilustra en el esquema inferior de la figura XI-10. Usualmente, cada perfil se estudia con cuatro o cinco separaciones de electrodos, por lo que el diagrama se compone de otras tantas filas de números, entre las cuales se trazan isolíneas. Se suelen trazar dos diagramas, uno de resistividades y otro de factores metálicos.

La finalidad de estos pseudo cortes es representar la distribución, en el plano del perfil, de las magnitudes observadas. Pero, tanto para el diagrama de resistividades como para el FM pueden aplicarse las consideraciones sobre penetración y puntos de atribución que se hacen en el capítulo III de PGI. Según resultas de éstas, cada valor observado no puede atribuirse a un solo punto del subsuelo, ni tampoco es admisible una penetración proporcional a la separación entre electrodos. Los pseudo-cortes significan, pues, una vuelta a los viejos conceptos de la "escuela Wenner". Claro es que los geofísicos que los utilizan conocen las limitaciones de este modo de representación, a las que aluden en su nombre de pseudo-cortes. Por otra parte, estos tampoco dan una idea cualitativa correcta; así, según hace notar Parasnis, un ensanchamiento de la zona anómala con la "profundidad" como el que se observa en la figura XI-10, no implica necesariamente que ello refleje la realidad, puesto que el aumento de la separación entre electrodos produce el mismo efecto, aunque las paredes de la heterogeneidad sean verticales.

Teniendo en cuenta todo lo dicho, el autor de la presente obra no

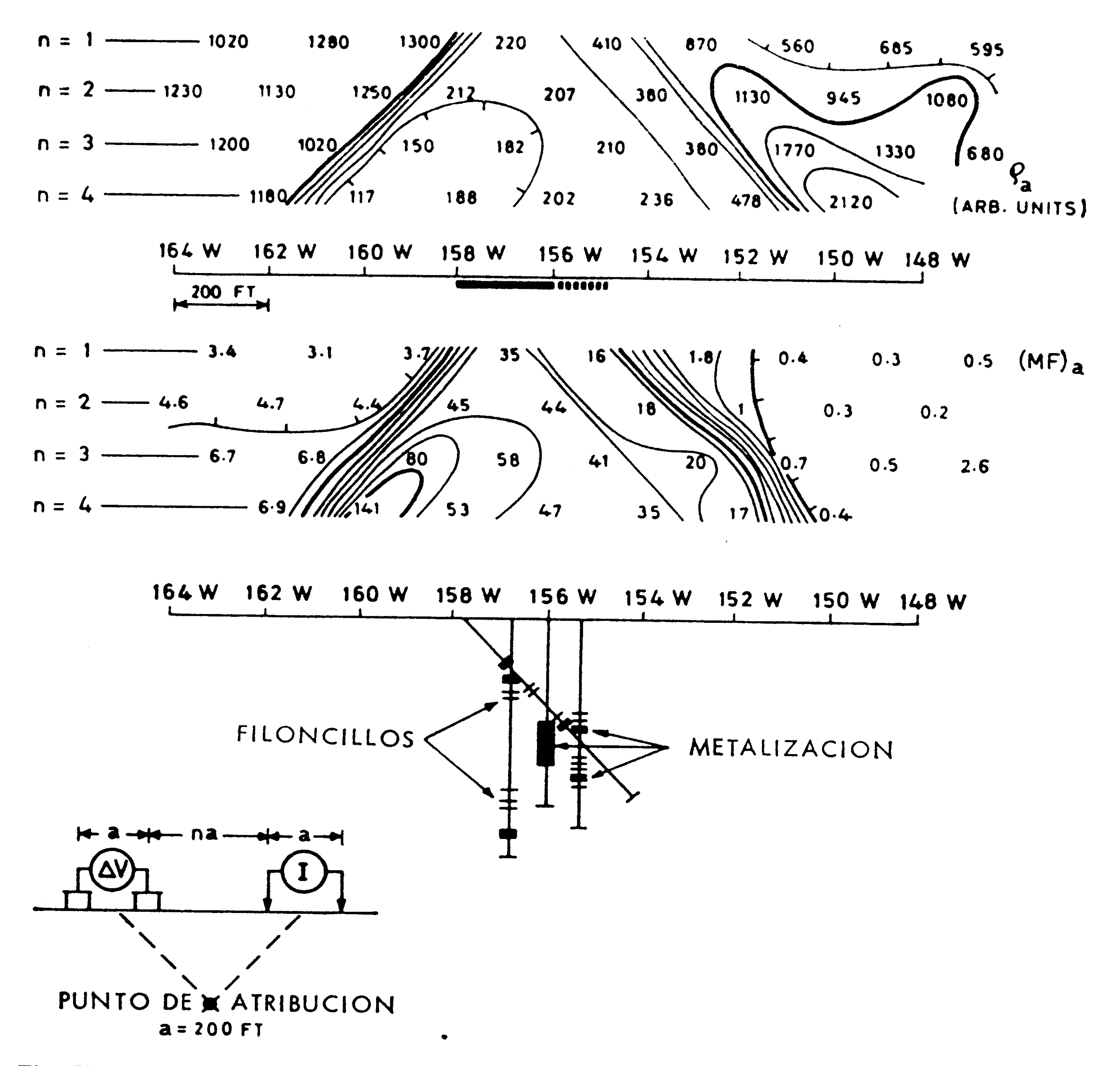


Fig. XI-10. Pseudocortes de resistividad aparente (ρ_a) y de factor metálico (MF_a) obtenido sobre una metalización de sulfuros del lago Chibougamau (Quebec, Canadá). Según un folleto de la casa Mc Phar.

encuentra ventajas en el sistema de los pseudo-cortes, que pueden confundir al profano, y que para el profesional son mucho menos expresivas que el sistema usual de curvas, sobre todo para personas con experiencia en calicatas eléctricas de corriente continua. Si el lector representa en forma de curvas los datos numéricos que aparecen en la figura, las encontrará, sin duda, más claras e informativas que las filas originales de números.

XI.9 TEORIA

Como ocurre en los demás métodos prospectivos, la interpretación de las observaciones de PI ha de basarse en una teoría matemática del fenómeno. Aunque éste no se conoce aún en detalle, no es difícil establecer una teoría cuyas predicciones concuerden razonablemente en los hechos experimentales.

En ausencia de fenómenos de polarización, o cuando ha transcurrido tiempo suficiente después de abierto o cerrado el circuito AB, la d.d.p. ΔV observada entre los electrodos M y N resulta de integrar entre dichos puntos un campo eléctrico estable $\mathbf{E}_s$, relacionado en cada punto del terreno con la también estable densidad de corriente $\mathbf{J}_s$, por la expresión

$$\mathbf{E}_s = \rho J_s \tag{XI.8}$$

Ahora bien, durante el lapso en que los fenómenos de polarización son apreciables, el campo en cada punto no será E_s, sino otro valor función del tiempo, que se representará por $\mathbf{E}_c(t)$ para el proceso de carga, y por $\mathbf{E}_d(t)$ para el de descarga. Si se toma para origen de tiempos en cada proceso el momento inicial del mismo, y se tiene en cuenta la simetría de las curvas correspondientes, ocurre que

$$\mathbf{E}_c(t) + \mathbf{E}_d(t) = \mathbf{E}_s \tag{XI.9}$$

La disparidad entre $\mathbf{E}_c(t)$ y $\mathbf{E}_s$ puede explicarse suponiendo la presencia de una densidad de corriente adicional, variable con el tiempo, $\mathbf{J}'(t)$ de modo que se tenga

$$\mathbf{E}_c(t) = \rho[\mathbf{J}_s + \mathbf{J}'(t)] \tag{XI.10}$$

Si se admite la hipótesis (BLEIL, 1953), comprobada ampliamente en la práctica, de que entre $\mathbf{J}'$ y $\mathbf{J}_s$ existe una relación lineal, puede escribirse

$$\mathbf{J}'(t) = -m(t)\,\mathbf{J}_s \tag{XI.11}$$

donde $m(t$ɪ es la polarizabilidad, o sea la función PI definida por la (XI.1) pero utilizando ahora la misma unidad para el numerador y el denominador o sea que

$$m = 10^3\,(\mathrm{PI}) = 10^2\,\eta \tag{XI.12}$$

La magnitud $m(t)$ puede descomponerse en

$$m(t) = m_0\,f(t) \tag{XI.13}$$

donde $f(t)$ es una variable cuyo valor es la unidad para $t = 0$, y que decrece monótonamente hacia cero para $t \to \infty$.

Finalmente puede escribirse por lo tanto,

$$\mathbf{E}_c(t) = [\rho\,(1 - m_0\,f(t)]\,\mathbf{J}, \tag{XI.14}$$

mientras que para el proceso de descarga, resulta, teniendo en cuenta la (XI.8) y la (XI.9)

$$\mathbf{E}_d(t) = \rho\,m_0\,f(t)\,\mathbf{J}, \tag{XI.15}$$

En cada curva de polarizabilidades se toman, para todas las estaciones, los valores observados para un mismo tiempo t_1 después de cada interrupción de corriente. Para simplificar la notación se escribirá

$$m_0\,f(t_1) = m \tag{XI.16}$$

Entonces se tiene

$$\mathbf{E}_d = (\rho\,m)\,\mathbf{J}, \tag{XI.17}$$

Esta ecuación es idéntica en su forma a la (III.5) de PGI con (ρm) en vez de $\rho = \sigma^{-1}$. Por lo tanto, todos los cálculos efectuados allí para el campo estacionario $\mathbf{E} = \mathbf{E}_s$ son válidos para la PI, si se sustituye ρ por $\rho' = (\rho m)$. Así, el factor de reflexión K del campo constante allí considerado habrá de sustituirse por

$$K' = \frac{m_2\,\rho_2 - m_1\,\rho_1}{m_2\,\rho_2 + m_1\,\rho_1} \tag{XI.18}$$

donde los subíndices 1 y 2 corresponden a dos medios diferentes.

Como ejemplo puede considerarse un corte de dos capas, con los parámetros respectivos $\rho_1' = (\rho_1\,m_1)$ y $\rho_2' = (\rho_2\,m_2)$ y la primera de ellas con el espesor d. Por analogía con la (IV.29) de PGI el potencial U_d debido a la polarización valdrá

$$U_d = \frac{\rho_1' I}{2\pi}\left(\frac{1}{r} + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{K'^n}{(r^2 + 4\,n^2\,d^2)^{1/2}}\right) \tag{XI.19}$$

Para obtener el campo correspondiente $\mathbf{E}_d$ bastará derivar esta expresión respecto de r y cambiar el signo, o sea

$$|E_d| = \frac{\rho_1' I}{2\pi\,r^2}\left(1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{K'^n}{\left(1 + 4\,\dfrac{n^2\,d^2}{r^2}\right)^{3/2}}\right) \tag{XI.20}$$

El valor observado en la práctica es la polarizabilidad aparente η_a que según las (XI.1) y (XI.2) vale

$$\eta_a = 100\,\frac{E_d}{E_s} \tag{XI.21}$$

y por lo tanto

$$\eta_a = 100 \frac{\rho'_1 r^{-2} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K'^n \left(1 + \frac{4 n^2 d^2}{r^2} \right)^{-3/2} \right]}{\rho_1 r^{-2} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K^n \left(1 + \frac{4 n^2 d^2}{r^2} \right)^{-3/2} \right]} =$$

$$= 100\, m_1 \frac{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K'^n (1 + 4 n^2 d^2 r^{-2})^{-3/2}}{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K^n (1 + 4 n^2 d^2 r^{-2})^{-3/2}} \qquad \text{(XI.22)}$$

Mediante esta expresión pueden calcularse las curvas de polarizabilidad aparente η_a para los sondeos de PI sobre cortes de dos capas. De modo análogo pueden estudiarse cortes de mayor número de capas, según hace PATELLA (1972), a quien hemos seguido en líneas generales en los cálculos anteriores. Debe advertirse que las fórmulas obtenidas, basadas en la consideración del campo eléctrico, se refieren al dispositivo Schlumberger (*).

De la referida expresión (XI.22) se deduce que las curvas de η_a difieren en su morfología de las de ρ_a. Por esta causa, el propio Patella, en un trabajo posterior presentado en la reunión de París (mayo-junio de 1972, de la EAEG) propone el uso de la magnitud $\rho' = m \rho$ como parámetro representativo en la interpretación de las observaciones de PI, lo que implicaría que podrían aplicarse a estas todas las curvas patrón ya disponibles para sondeos y calicatas de corriente continua. Ello se deduce de la (XI.17) y como caso particular, de la (XI.20) ya que en ellas la resistividad ficticia ρ' tiene el mismo papel que ρ en las fórmulas análogas para corriente continua. Debe observarse que la gran ventaja que así se conseguiría, vendría compensada en parte por una atenuación de las anomalías producidas por cuerpos o capas a un tiempo más conductoras y polarizables que el medio encajante, pues entonces la variación de ambos parámetros actúa en sentido contrario, y la variación de ρ' puede ser pequeña. Sin embargo, se dan muchos casos en que se detectan por PI cuerpos que difieren poco en resistividad respecto del medio encajante, y mucho en polarizabilidad. En tales condiciones,

(*) Esta fórmula cae en defecto cuando la polarizabilidad de la primera capa es nula. En este y análogos casos, la solución debe enfocarse de modo distinto. Por ejemplo, VAN NGOC *et al* (1970) estudian el efecto de la polarizabilidad de una capa delgada en medio no polarizable por medio de una distribución de dipolos.

$$\frac{\rho_2'}{\rho_1'} \simeq \frac{m_2}{m_1}$$

$$K' \simeq \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \qquad \text{(XI.23)}$$

es decir, que los contrastes de polarizabilidad se comportan como si lo fuesen de resistividad, por lo que pueden utilizarse las curvas teóricas de resistividad aparente. Por esta causa, y desde hace unos diez años, los geofísicos soviéticos emplean tales curvas para la interpretación de los trabajos de PI.

Entre las publicaciones que se ocupan del cálculo de curvas teóricas de PI (dominio de tiempos) figuran, además de las de Patella, mencionadas más arriba, los trabajos de SEIGEL (1959), DIETER *et al* (1959), VAN NGOC *et al* (1970) y KOMAROV (1972). En las curvas de Dieter, la variable representada en ordenadas, como función de la distancia de los electrodos, es

$$\frac{m_a - m_1}{m_2 - m_1}$$

donde $m_a = \eta_a$ es la polarizabilidad aparente, y m_1 y m_2 las polarizabilidades verdaderas del medio encajado y del cuerpo anómalo, respectivamente.

La figura XI-11 reproduce las anomalías teóricas producidas por un cuerpo esférico conductor y polarizable en las curvas de ρ_a y de η_a correspondientes a los dispositivos de gradiente medio y trielectródico combinado. Se observa la similitud de ambas anomalías, así como la existencia de un cruce inverso en la curva de η_a para el dispositivo combinado.

La literatura sobre curvas teóricas (o pseudo cortes) en el dominio de frecuencias y sobre métodos de cálculo sobre los mismos es escasa. Algunos ejemplos se encuentran en SEIGEL (1967) y COGGON (1971). Por otra parte, las curvas de PI en el dominio de tiempos son válidas, en primera aproximación, para el de frecuencias.

XI.10 INTERPRETACION

La interpretación cualitativa de las mediciones de PI consiste fundamentalmente en la búsqueda de anomalías, esto es, de zonas donde el parámetro representativo utilizado (polarizabilidad o cargabilidad aparentes, efecto de frecuencia, factor metálico) toma valores que superen en dos o tres veces al menos al valor normal o de fondo observado en el

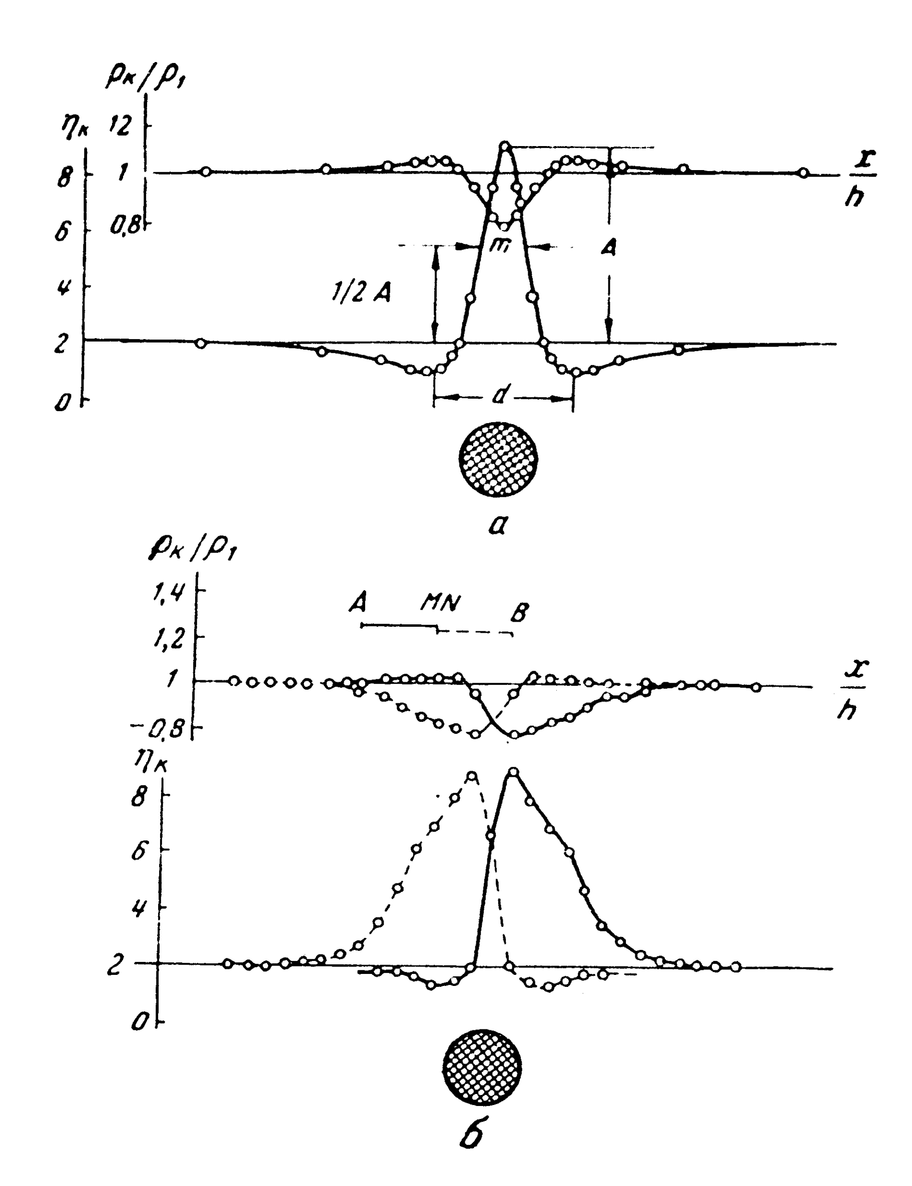


Fig. XI-11. Anomalías de resistividad y polarizabilidad aparentes, producidas por un cuerpo esférico conductor y polarizable. *a*, para dispositivo de gradientes. *b*, para dispositivo trielectródico combinado. Según Komarov.

área que se investiga. Este fondo corresponde al valor medio registrado en las zonas estériles.

Las anomalías separadas en los diversos perfiles se llevan al mapa de trabajo, donde se unen las que quedan enfrentadas en perfiles contiguos. No todas las anomalías que, por efecto de estas operaciones, queden señaladas en el mapa, corresponden a metalizaciones explotables. Por esta causa, debe efectuarse entre ellas una selección, a fin de escoger las que parezcan más prometedoras. Para ello debe atenderse no sólo a la extensión e intensidad de las anomalías, sino a la información suministrada por otros métodos geofísicos. La ejecución de un levantamiento geoquí-

mico simultáneo es de gran valor orientativo en la selección de anomalías.

Las anomalías escogidas se estudian luego individualmente, para lo que es muy aconsejable efectuar en el campo un estudio de detalle de cada uno de ellos. Los geofísicos soviéticos lo realizan por medio de nuevas mediciones en las que uno de los electrodos de corriente, se sitúa, fijo, sobre el cuerpo productor de la anomalía. A este respecto se toma como epicentro del cuerpo el máximo de la curva, si ésta corresponde al método del gradiente medio (calicata Schlumberger o bloques) o a calicatas de dispositivo simétrico. Si el dispositivo que se utiliza es el de calicatas trielectródicas combinadas, el epicentro se halla bajo el punto de cruce. Si la anomalía es ancha, sus límites se establecen bajo los puntos de máximo gradiente, en la zona de rápido aumento de la η_a que se produce al pasar de la zona de valores de fondo a los más elevados de la anomalía.

Como todos los demás métodos, el de PI está sujeto a efectos topográficos, por lo que estos pueden distorsionar las anomalías debidas a metalizaciones, e incluso producir otras causadas exclusivamente por el relieve. Ejemplos teóricos de estos efectos se encuentran en COGGON (1971).

Las determinaciones de la forma aproximada, buzamiento y profundidad del cuerpo pueden efectuarse por comparación con curvas teóricas. Del examen de éstas pueden además deducirse algunas reglas prácticas. Así, si el cuerpo es aproximadamente esférico, la profundidad z_0 de su centro es $z_0 = 0{,}4\ d$ siendo d la distancia entre los mínimos laterales que acompañan al máximo (fig. XI-11) o bien $z_0 = 1{,}2\ m$, siendo m la anchura de la anomalía en los puntos cuya ordenada es mitad de la del máximo (YAKUBOVSKIY y LIAKHOV, 1964).

Cuando se efectúan mediciones de detalle por el método de gradientes con el electrodo A sobre el epicentro del cuerpo, el buzamiento de éste se infiere del hecho de que en el lado hacia el que buza aquél, la curva presenta un máximo más suave que en el lado opuestro.

En el caso que el cuerpo posea extensión lateral considerable, la profundidad de su techo puede determinarse mediante sondeos de PI.

XI.11 CASOS PRACTICOS

En este apartado se reproducen y comentan algunas curvas y gráficos de PI, tomadas de la literatura, y acompañadas de los cortes geológicos correspondientes.

La figura XI-12, extraída del trabajo de ALEKSEEV *et al* (1960) corresponde a un perfil estudiado en el dominio de tiempos, con dispositivo de gradiente medio (calicata Schlumberger) con $AB = 1000$ m y $MN =$

20 m. Las polarizabilidades aparentes η_a se han determinado por medio de la fórmula (XI.2) para $t = 0,5$ s. Se observa la presencia de un máximo ancho sobre la zona metalizada, el cual engloba tanto la zona de metalización continua. La curva de resistividades aparentes tiene valores mínimos sobre la metalización continua, así como máximos locales. Los dos más intensos se deben a los afloramientos de calizas.

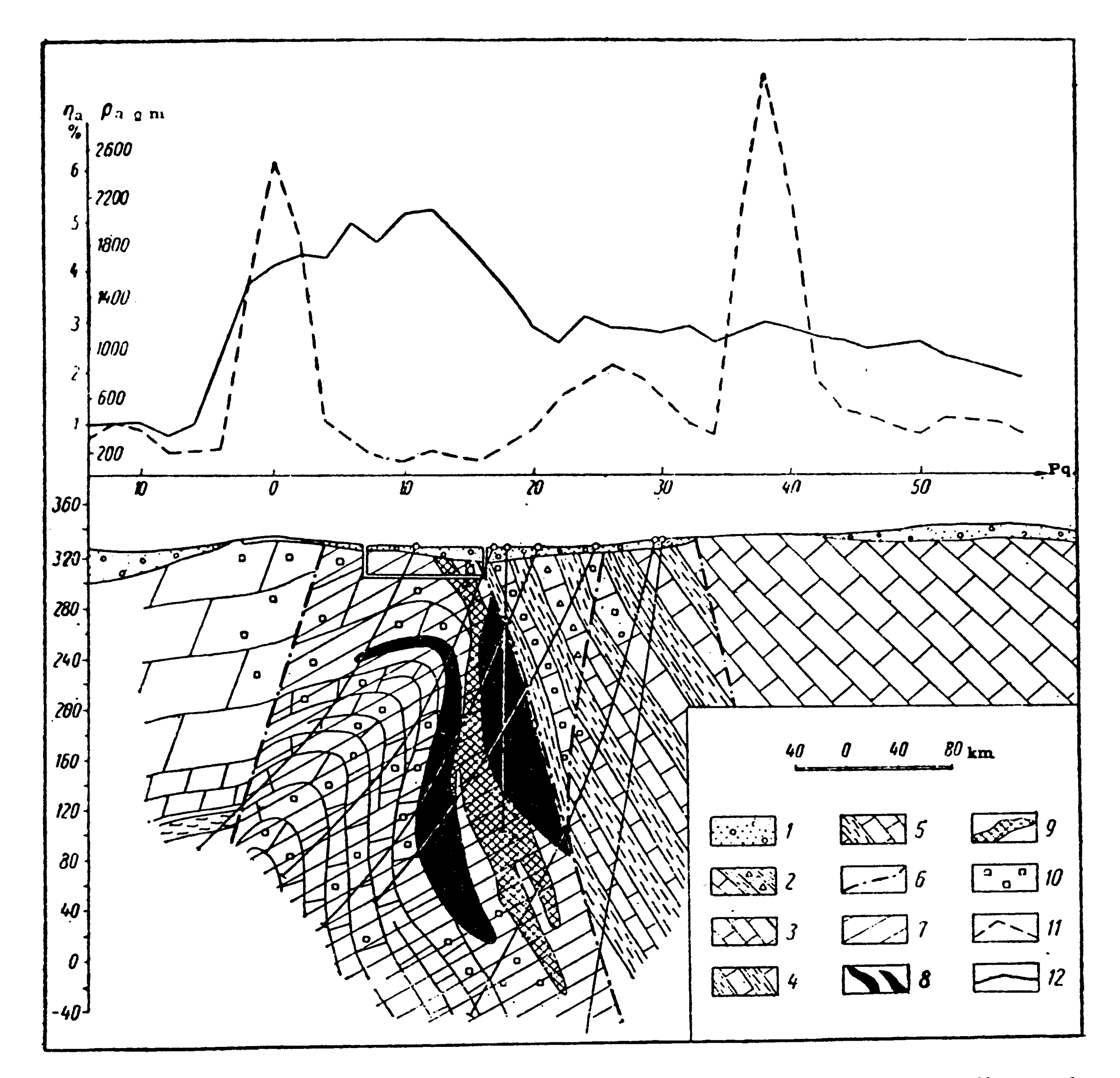


Fig. XI-12. Curvas de resistividad y polarizabilidad aparentes obtenidas mediante el dispositivo de gradientes, con AB = 1000 m. 1, aluviones. 2, calizas con intercalaciones de arcillas y brechas. 3, calizas compactas. 4, calizas dolomíticas con arcillas intercaladas. 5, calizas y margas. 6, contactos tectónicos. 7, zona de rotura y metalización. 8, metalización continua. 9, metalización diseminada o en filoncillos. 10, metalización diseminada y pobre. 11, curva de ρ_a 12, curva de η_a para $t = 0,5$s. (Según ALEKSEEV *et al.*)

La figura XI-13 está reproducida de la obra de YAKUBOVSKIY y LIAKHOV (1964). En este caso el dispositivo que se usó fue el trielectródico combinado, así como el simétrico. Las separaciones entre electrodos se indican al pie de la figura. La metalización en sulfuros no se detecta en la curva de polarización espontánea, y se refleja de modo casi imperceptible en las de resistividades, en forma de mínimo suave en la calicata de dispositivo simétrico y de cruce en la trielectródica. En cambio, las curvas de η_a señalan con claridad la metalización, por un máximo en el primer caso y por un cruce en el segundo, ambos muy marcados.

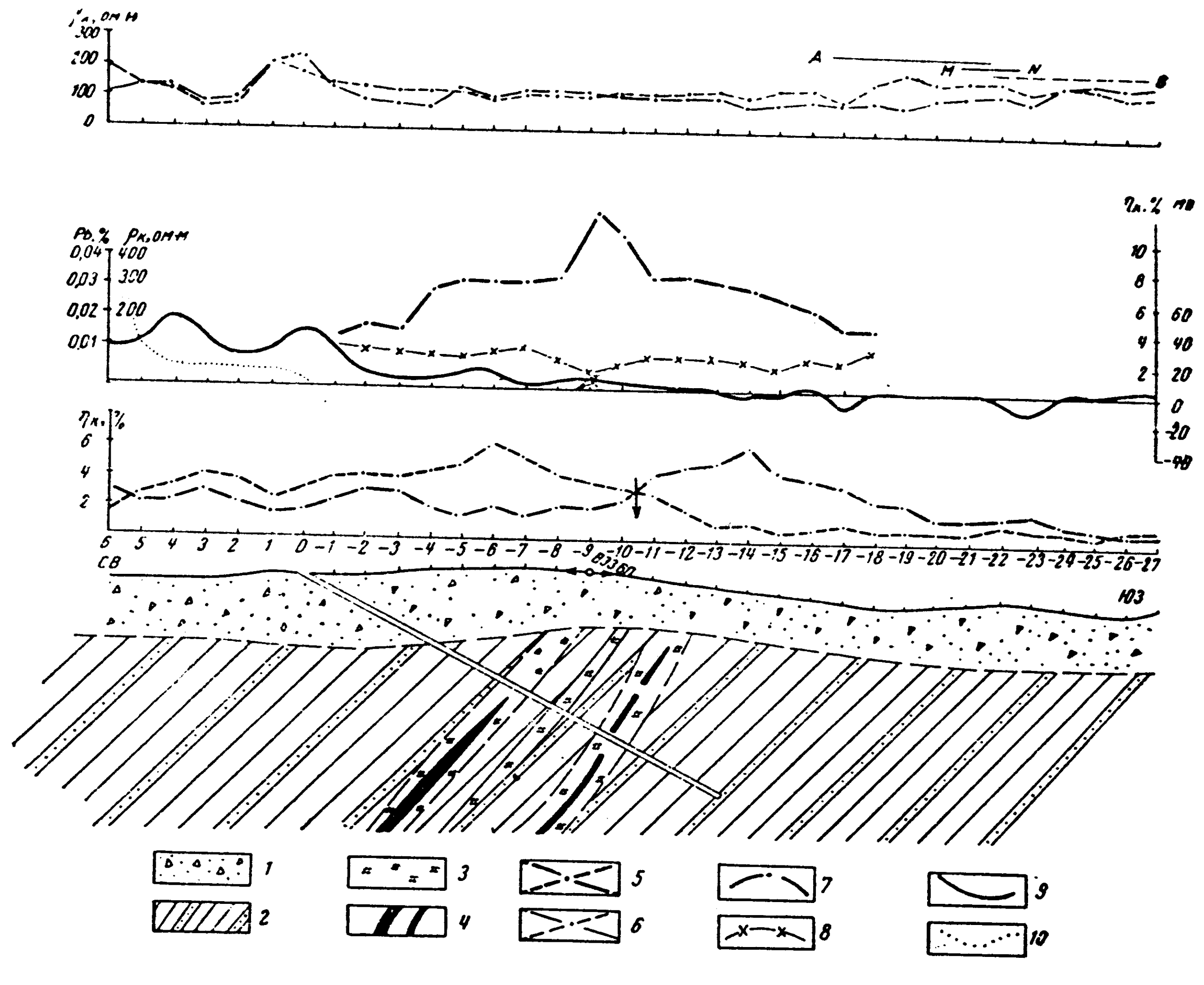


Fig. XI-13. Curvas de resistividad y polarizabilidad aparentes sobre metalizaciones de sulfuros, obtenidas mediante dispositivos simétricos y combinado. 1, derrubios. 2, pizarras arcillosas con intercalaciones de areniscas. 3, metalización dispersa o en filoncillos. 4, id. continua. 5 y 6, curvas de η_a y ρ_a, respectivamente, para calicatas combinadas de AB = 100 m, MN = 20 m. 7 y 8, respectivamente, curvas de η_a y ρ_a para dispositivo simétrico, con AB = 400 m y MN = 20 m. 9, curva de potencial espontáneo. 10, riqueza en plomo. En la figura el subíndice a aparece como k. (Según YAKUBOVSKIY y LIAKHOV.)

Un ejemplo de anomalía de PI en el dominio de frecuencias es el que se representa en la figura XI-10. La presencia de la metalización se refleja claramente en el pseudo-corte de factores metálicos, pero también en el de resistividades. Obsérvese que la anomalía hubiera sido detectada aunque sólo se emplease una separación electródica, por ejemplo, la de $n = 3$.

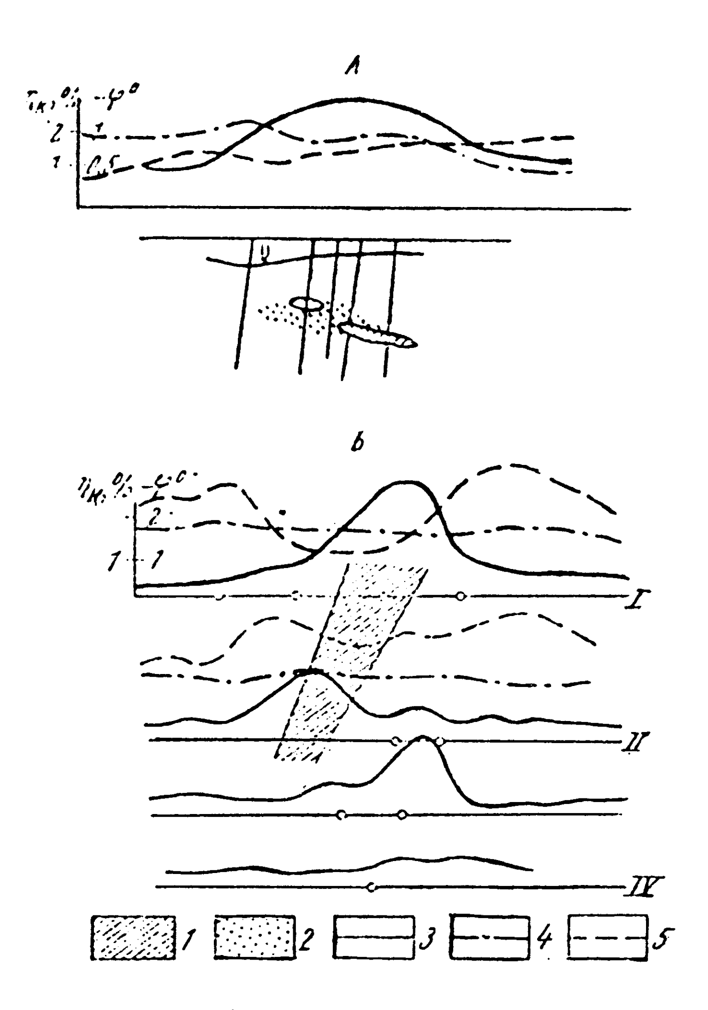


Fig. XI-14. Detección de metalizaciones en sulfuros por mediciones de fase en PI de dominio de frecuencias. 1, metalización continua. 2, idem diseminada. 3, adelanto de fase. 4, polarizabilidad aparente. 5, resistividad aparente. Mediciones efectuadas en 1968-69 mediante dispositivo de gradientes. (Según RODIONOV *et al.*)

La utilidad de las mediciones de fase en el dominio de frecuencias se ilustra en la figura XI-14 que corresponde a mediciones efectuadas en la Unión Soviética. En las dos partes de la misma, se observan claras anomalías de fase sobre las metalizaciones, mientras que éstas no producen efecto apreciable en el efecto de frecuencia.

Por último, la figura XI-15 se refiere a un sondeo de PI que se utilizó para establecer la separación interelectródica óptima en el trabajo a que corresponde la figura XI-12. La zona metalizada se manifiesta por un

máximo en la curva de η_a mientras que en la de ρ_a sólo se aprecia un mínimo no muy importante, retrasado por un efecto de pantalla, probablemente debido a las calizas.

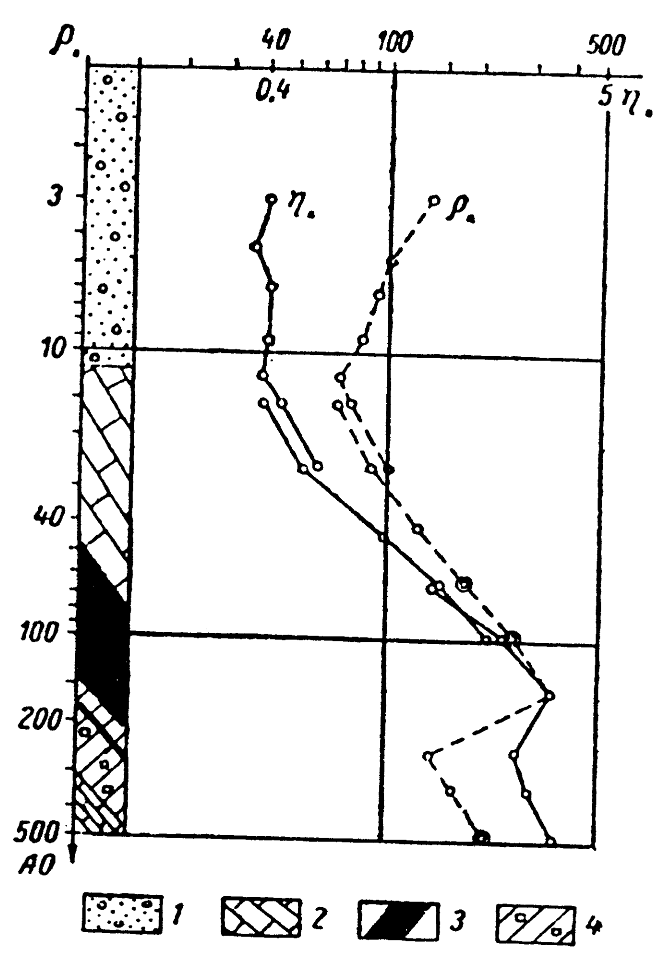


Fig. XI-15. Curvas de SEV y de sondeo de PI sobre metalización BPG. 1, aluviones. 2, calizas compactas. 3, zona metalizada. 4, zona de rotura con sulfuros diseminados, poco abundantes. (Según ALEEKSEV *et al.*)

XI.12 COMPARACION ENTRE LAS DOS MODALIDADES BASICAS

Es natural preguntarse si las dos modalidades posibles en el método de la PI (dominio de tiempos y dominio de frecuencias) son equivalentes entre sí, y de análoga utilidad, o si por el contrario, alguna de ellas es netamente superior a la otra.

Como ambos dominios están relacionados entre sí por una transformación integral, los dos métodos habrían de considerarse como equivalentes. Sin embargo, según hacen notar ZONGE *et al* (1972), dicha equivalencia se refiere en realidad a valores límites, como son la polarizabilidad medida en el mismo momento del corte de la corriente de excitación, y

al efecto de frecuencia obtenido por comparación entre corriente continua y frecuencia infinita. En la práctica, pues, la mencionada equivalencia es sólo aproximada. Algunos experimentos realizados mediante ambos métodos sobre metalizaciones conocidas demuestran que las anomalías obtenidas son de intensidad análoga.

El instrumental para el dominio de frecuencias es más sencillo que el que se emplea en el dominio de tiempos, pero en el primero existe el peligro de acoplo entre el circuito de emisión y el de recepción, lo que impide el empleo de varios dispositivos electródicos en que este acoplo sería lo suficientemente intenso para inutilizar las mediciones. Esta limitación no existe en el dominio de tiempos. Los mismos fenómenos de acoplo impiden el empleo de frecuencias superiores a muy pocas decenas de hertzios. Por otra parte, según indica SEIGEL (1967), las mediciones en el dominio de tiempos son más exactas y sensibles, lo que resulta especialmente ventajoso en zonas de poco ruido geológico e industrial. Como contrapartida, el trabajo de campo es más rápido en el dominio de frecuencias.

Ya se han indicado las objeciones que pueden hacerse contra los pseudo-cortes que se utilizan en el dominio de frecuencias. A ellas puede añadirse la observación de que estudiar cada perfil con cuatro o cinco distancias electródicas diferentes alarga y encarece notablemente las investigaciones, puesto que para la detección de la anomalía basta una sola distancia entre electrodos bien elegidos, lo mismo que ocurre con las calicatas en corriente continua. La práctica usual en el dominio de frecuencias equivale a efectuar un estudio de detalle sobre todo el perfil, en vez de limitarse a efectuarlo sobre las anomalías interesantes. Sin embargo, estos inconvenientes no son imputables al trabajo en dicho dominio, que no exige estas técnicas, sino a los geofísicos que los aplican.

XI.13 VALORACION Y LIMITACIONES DEL METODO

Algunas publicaciones sobre la PI adoptan cierto aire triunfalista, y comparan este método con otros procedimientos prospectivos, a los que presentan bajo luz desfavorable. Entre estos otros métodos figuran los de resistividades y varios tipos de CEM, en especial el Turam, a quien suele corresponder el papel de “malo” en estas comparaciones, de raíz probablemente comercial. La PI, según ellas, sería un método muy superior a los demás. Nada más lejos de la realidad, pues este método prospectivo, como todos los demás, tiene sus limitaciones, y su superioridad o inferioridad respecto de otros depende de las condiciones del problema, sin contar con el aspecto económico, desfavorable para la PI, por ser este método mucho más costoso que los demás de finalidades análogas.

Es cierto que, en determinadas condiciones, la PI detecta metalizaciones que pasan inadvertidas para otros métodos, pero en circunstancias diferentes puede ocurrir lo contrario. Por otra parte, las comparaciones con métodos diferentes no siempre se han realizado en adecuadas condiciones de objetividad. Como ejemplo de los casos en que la PI no proporciona los resultados apetecidos puede mencionarse el caso, citado por CALLAHAN y MC MURRY (1967), de las investigaciones realizadas en el SO de Wisconsin, en las que las calicatas de PI que cruzaron sobre nueve yacimientos conocidos de plomo y zinc no revelaron ninguna anomalía significativa.

PARASNIS (1967, 1971) toma actitud escéptica respecto del método de la PI. Este autor se basa en los estudios realizados por este método en Suecia, tanto en el dominio de tiempos como en el de frecuencias, con el dispositivo de gradientes, y en Finlandia con el método de frecuencias y el dispositivo dipolar axil. Parasnis indica que en las citadas investigaciones cada anomalía de PI iba acompañada por otra de resistividad aparente y llega a establecer, en función de los datos observados, una relación matemática entre ambas magnitudes, lo que equivale a decir que podrían haberse obtenido los mismos resultados con sólo el método de resistividades. El citado autor concluye que "la PI no es siempre un método satisfactorio para la resolución de problemas prospectivos, incluyendo los concernientes a minerales diseminados..." y añade "que la resistividad aparente cartografía los detalles geológicos y estructurales mejor que la PI". En la segunda de las publicaciones reseñadas, Parasnis alude al hecho de que "en muchos informes sobre PI se dejan de lado los resultados concordantes de las resistividades, de modo que el lector puede inferir que la prospección por resistividades fue ineficaz" (*).

En relación con la última cita, el autor opina que la argumentación de Parasnis queda reforzada si se tienen en cuenta los dos puntos siguientes. En primer lugar, los datos de la prospección por resistividades que acompañan a cada una de PI no suelen elaborarse suficientemente, sin que se obtenga de ellos más que una somera interpretación cualitativa, con ausencia de técnicas más refinadas, como las descritas en el capítulo VII de PGI. El empleo de escala lineal, en vez de logarítmica, para las curvas de resistividad aparente puede, en ciertos casos, atenuar o deformar las anomalías. Por otra parte, el dispositivo electródico utilizado simultáneamente para obtener las curvas de η_a y de ρ_a puede no ser el más eficaz para la detección de cuerpos conductores por medio de la última. En particular, los dispositivos de gradiente son poco efectivos para tal finalidad. El resultado de todo ello es que las comparaciones entre anomalías

(*) La actitud de reserva del Dr. Parasnis no implica total escepticismo hacia la PI, como lo prueba su interés en fomentar investigaciones sobre la misma (PATELLA, 1972).

de PI y de ρ_a que se suelen encontrar en la literatura no se efectúan casi nunca en condiciones de equidad.

No debe deducirse de lo dicho que el método de la PI pueda sustituirse en todos los casos por el de resistividades, sino que muchos de los cuerpos detectables por el primero lo son también por el segundo.

SEIGEL (1967) reseña las limitaciones del método de la PI que, en forma resumida, son las siguientes:

a) Coste elevado.

b) Imposibilidad de detectar zonas metalizadas de diámetro pequeño respecto de su profundidad.

c) No es posible determinar el porcentaje en volumen de la metalización (*).

d) No puede distinguirse cual es el mineral metálico que produce la anomalía, por lo que no es factible separar los explotables de los que carecen de valor económico (grafito, pirita).

e) Se observan anomalías producidas por arcillas, talco, sericita, serpentina, etc., que no pueden diferenciarse de los originados por menas metálicas.

Estas limitaciones no son exclusivas de la PI, sino que algunas de ellas se dan también en otros métodos.

Las zonas de malos contactos, de elevado ruido de fondo, o de resistividad superficial muy baja, no son adecuadas para la aplicación del método.

En los primeros tiempos se creía que el método de la PI estaba exento de efecto topográfico, pues se argumentaba que lo que se medía era una propiedad intrínseca de los minerales, su polarizabilidad. Al razonar así se olvidaba que lo que se mide en el terreno son polarizabilidades aparentes, y que el mismo argumento hubiera sido válido para la resistividad, en contra de lo que se comprueba prácticamente.

Lo expuesto no tiene otra finalidad que salir al paso de valoraciones exageradas sobre las bondades de la PI, cuya eficacia para la detección de metalizaciones diseminadas está fuera de duda, pero que como los demás métodos prospectivos, presenta inconvenientes y limitaciones.

La seguridad de los resultados aumenta si se aplican simultáneamente otros métodos geofísicos. La combinación de la PI con el SFV se ha considerado en el apartado III.9.

(*) No obstante, KOMAROV (1967) indica que en condiciones favorables pueden efectuarse estimaciones del volumen.

Apéndice 1

NOCIONES DE TESTIFICACION ELECTRICA

1.1 INTRODUCCION

La testificación geofísica de sondeos mecánicos constituye una rama especial y separada de los métodos de prospección, que se diferencia de las demás en que las observaciones se realizan en el interior del terreno, por medio de instrumentos descendidos por cables a lo largo de perforaciones.

La utilidad de estas investigaciones proviene de que aumentan en gran medida la información proporcionada por los sondeos mecánicos, precisándola y depurándola, evitando errores y facilitando la correlación con otros sondeos efectuados en la misma zona. La información obtenida se refiere no sólo a las rocas atravesadas por la perforación y a los fluidos que los impregnan, sino a las propias características de la perforación (diámetro, desviaciones, etc.).

Los datos obtenidos por la testificación geofísica son continuos, lo que representa una gran ventaja respecto de la obtención de testigos, que nunca es completa, o de esquirlas, que frecuentemente no se sabe con precisión a qué profundidad corresponden. Además, la zona afectada por la medición tiene diámetro muy superior al de éste, por lo que el volumen investigado es muchas veces mayor que el ocupado por el agujero del sondeo, de modo que los datos obtenidos son más representativos de las verdaderas características de las formaciones atravesadas.

La testificación geofísica fue ideada en 1927 (*) por C. Schlumberger, para su aplicación a las perforaciones petroleras, y en la actualidad se emplea siempre en éstas, con técnicas tan diversas como sofisticadas. Métodos semejantes, aunque más sencillos, se utilizan con gran rendimiento en las perforaciones efectuadas para exploración minera, o para la investigación o captación de aguas subterráneas. En estas últimas actividades, la eficacia de la testificación geofísica es tan grande que debería efectuarse, como norma, en todas ellas. Por ejemplo, pueden detectarse acuíferos que, sin la testificación, habrían pasado inadvertidos, y determinarse la profundidad exacta a que deben colocarse los filtros, rejillas o rajas en la entubación.

El campo de la testificación geofísica de sondeos es muy extenso, pues comprende gran número de técnicas, englobadas por los geofísicos soviéticos bajo el nombre de Geofísica Industrial. Por esta causa, quedan fuera de la obra presente no sólo los métodos de testificación distintos de los eléctricos, sino que estos sólo serán tratados muy someramente, aunque las aplicaciones a la Hidrología se consideran algo más detalladamente, pues si bien la testificación geofísica de perforaciones para petróleo sólo está al alcance de algunas compañías especializadas, la de los sondeos para agua puede realizarse por medio de equipos mucho más sencillos, disponibles en el comercio.

1.2 EQUIPO BASICO

Los equipos utilizados para la testificación geofísica de perforaciones constan esencialmente de un *sensor* u órgano sensible a las variaciones de alguna magnitud física el cual se introduce en el interior de la perforación, de una cabria que sirve para hacer descender el primero, y de un aparato registrador que inscribe las indicaciones recibidas por el sensor (fig. 1-1). La cabria va dotada de un contador que permite saber, por la cantidad de cable desarrollada, la profundidad a que se encuentra el sensor en cada momento. El cable cumple el doble papel de la suspensión del sensor, y de la conexión eléctrica de éste con el registrador. Suele ser un cable de uno o varios conductores aislados, con suficiente resistencia a la tracción para poder soportar el peso de los elementos sensibles. En cuanto a los registros, el modo más sencillo de efectuarlos es el empleo de una banda de papel cuya marcha está acoplada con el desarrollo del cable, de modo que la profundidad del sensor a que corresponde cada

---

(*) La primera testificación eléctrica de un sondeo fue la realizada en Pechelbronn (Francia) por los hermanos Schlumberger, el día 5 de septiembre de 1927.

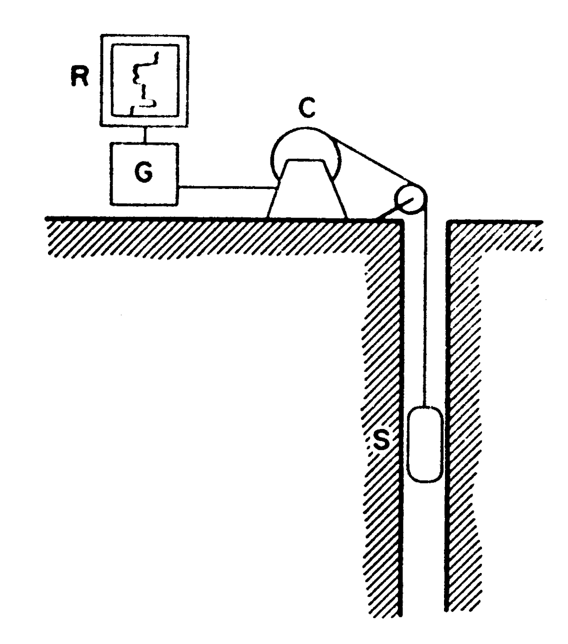


Fig. 1-1. Esquema de principio de la testificación eléctrica. La señal producida por el generador G va a la sonda S, y después de modificada por el terreno actúa sobre el registrador R. G no actúa en las mediciones de PE.

punto de la curva que representa las variaciones de la magnitud observada, puede leerse directamente en la escala del gráfico.

En modelos más perfeccionados que se emplean en la investigación petrolera, el registro se hace además sobre cinta magnética, y los datos pueden digitalizarse, y ser transmitidos por cable o radio a la oficina central, donde son elaborados automáticamente por ordenadores, y los resultados, devueltos del mismo modo al lugar de trabajo.

1.3 MAGNITUDES ELECTRICAS QUE SUELEN REGISTRARSE EN LA TESTIFICACION

Son muy variadas las magnitudes físicas que pueden estudiarse en la testificación geofísica de sondeos mecánicos. Entre las eléctricas, las principales son las siguientes:

a) *En corriente continua*

1. Potencial espontáneo (P.E.).
2. Resistencia (electrodo único).
3. Resistividad (varios electrodos).
4. Resistividad con dispositivos especiales (Laterolog, Microlog, etc.).
5. Polarización inducida (P.I.).

b) *En corriente variable*

6. Testificación inductiva.

Todos estos métodos exigen para su aplicación que el sondeo no esté entubado, ya que la gran conductividad de la tubería inutilizaría las mediciones. Además, es preciso que el sondeo esté ocupado por lodos o agua, a fin de poder establecer contacto entre los electrodos y el terreno. Esta condición, no obstante, es innecesaria en la testificación inductiva.

1.4 POTENCIAL ESPONTANEO

En la testificación del potencial espontáneo (P.E.) se mide la diferencia de potencial que aparece entre un electrodo fijo *N*, situado en la superficie del terreno, y otro móvil *M*, o *sonda*, que se hace descender por el interior del sondeo (fig. 1-2).

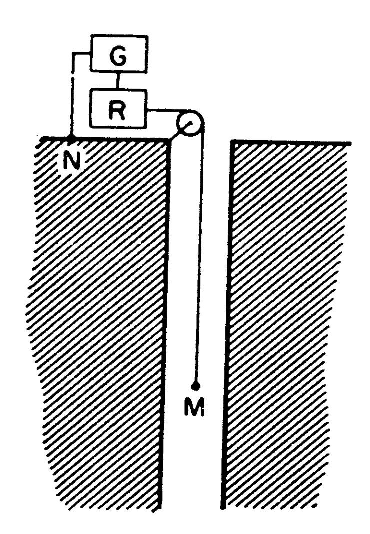


Fig. 1-2. Dispositivo de testificación eléctrica por electrodo único.

Esta diferencia de potencial se debe a varias causas, que fueron comentadas brevemente en el apartado IX.3 de PGI. Entre éstas, la más importante está constituida por los potenciales de difusión producidos por el contacto entre los electrolitos contenidos en las rocas y los lodos del sondeo.

El electrodo *M*, que suele ser de plomo, y montado sobre un cilindro aislante, va conectado, a través de un cable conductor aislado, a un potenciómetro registrador, cuya segunda borna de entrada va a una toma de tierra *N*. El circuito se cierra a través del terreno y de los lodos del sondeo. Este, como es obvio, no ha de estar entubado. El registro se hace de tal modo que, cuando el potencial crece, la aguja se desvía a la derecha, y cuando disminuye retrocede hacia la izquierda. Los aparatos comerciales de testificación van provistos de un mando que permite elegir la sensibilidad del registro, de modo que a la anchura total de la banda

corresponda un valor adecuado a los potenciales que se trata de medir. Este valor suele estar comprendida entre 5 y 300 mV, con varios escalones intermedios.

El registro así obtenido carece de la línea de referencia correspondiente al valor cero, que es arbitrario. Se acostumbra a establecer éste haciéndole coincidir con el potencial correspondiente a arcillas y margas, que suele ser constante a lo largo del sondeo. A veces, sin embargo, no todos los estratos de esta naturaleza dan el mismo potencial, e incluso éste varía monótonamente con la profundidad, entre una capa arcillosa y la siguiente.

El valor de la PE de cada estrato depende del contraste de resistividades entre el agua que contienen y el lodo del sondeo. Este es uno de los motivos que hacen necesaria la medición de la resistividad del lodo, que puede efectuarse mediante un resistivímetro para líquidos (véase PGI, apartado II.8), de que, a este efecto, van provistos los equipos de testificación. Como la resistividad del agua depende de su salinidad, parece que la testificación de la PE podría dar la salinidad de cada acuífero. Ello no es posible en la práctica, por dos razones. En primer lugar, las diferencias de potencial espontáneo dan lugar a la circulación de corrientes, que se concentran alrededor de los puntos donde el contacto entre dos formaciones con aguas de diferente resistividad toca a los lodos del sondeo (fig. 1-3). Este paso de corriente produce la consiguiente caída de tensión, con el resultado de que la PE medida no es la estática o verdadera sino un valor más pequeño. La diferencia entre el valor observado

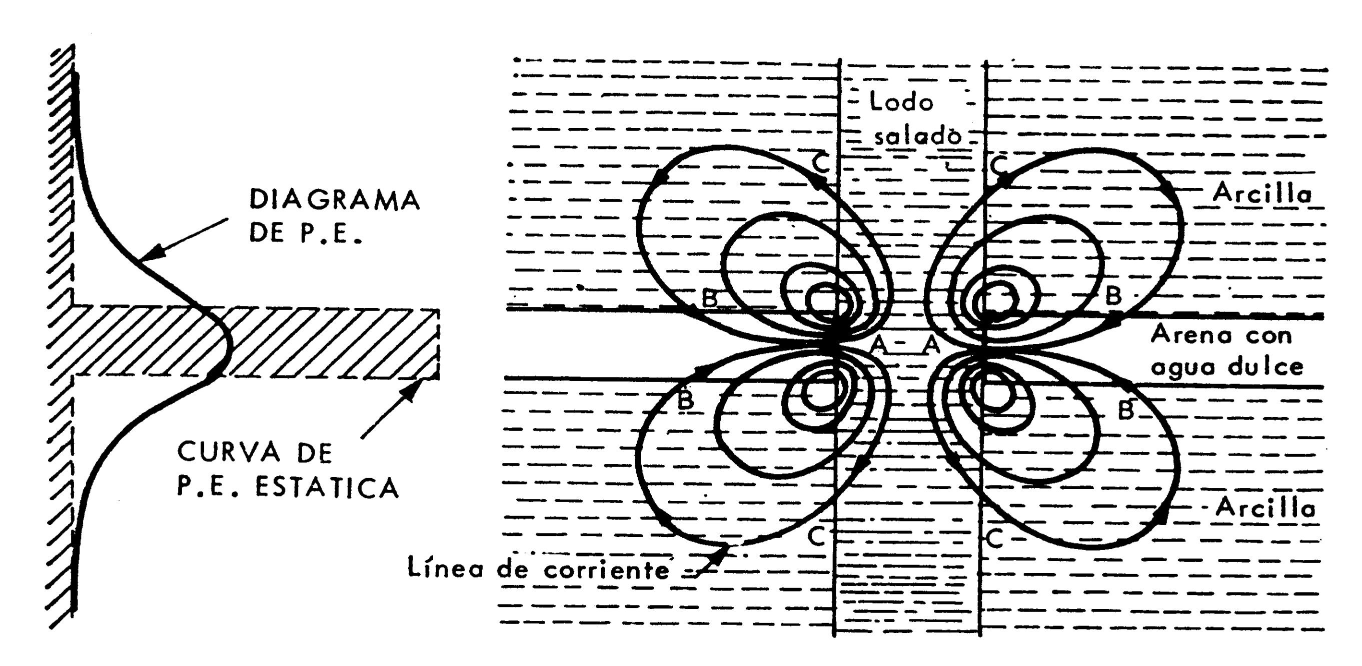


Fig. 1-3. Corrientes eléctricas producidas por PE y su efecto en la curva de registro, según SCHLUMBERGER.

y el estático es tanto mayor cuanto más grande sea la caída de tensión, que crece con la resistividad del estrato y con la delgadez de éste. Si un estrato es muy delgado, y su resistividad grande respecto de la del lodo, la diferencia entre el PE observado y el valor estático puede ser muy grande.

La otra causa que dificulta la determinación de las salinidades a partir del P.E. es que la relación entre estas magnitudes es complicada, y depende de la naturaleza de los iones en juego.

No obstante, la testificación por PE suministra indicaciones cualitativas sobre la salinidad de los acuíferos atravesados por el sondeo. Además, indica con precisión la profundidad del techo y muro de los acuíferos, salvo cuando éstos son muy delgados o resistivos, ya que en estos casos el cambio en el PE es gradual, según se ve en la figura 1-3.

1.5 RESISTENCIA (ELECTRODO UNICO)

Este dispositivo, uno de los más sencillos y útiles de la testificación eléctrica, recibe también los nombres de *sonda monoelectródica* y *sonda de resistividades por electrodo único.*

Se trata en realidad del mismo dispositivo utilizado en el registro del PE (apartado anterior) con la única diferencia que en vez de medir la d.d.p. entre M y N, lo que se mide es la resistencia óhmica que existe entre ellos. Tal resistencia será la suma de la resistencia del cable con la ofrecida por el terreno, que puede calcularse siguiendo los mismos razonamientos del apartado V.5.1.1 de PGI, sin más modificación que sustituir por 4π el factor 2π que aparece en sus fórmulas. Ello se debe a que la corriente que sale del electrodo M lo hace en todas las direcciones (ángulo sólido 4π) y no sólo en un semiespacio, como en el caso allí considerado.

Según lo dicho, la resistencia medida entre M y N será igual a la suma de las resistencias de contacto de estos dos electrodos. Ahora bien, la del tomatierras N es constante, por lo que las variaciones de resistencia que vaya indicando el registrador conforme el electrodo M desciende por el sondeo reflejarán los cambios en la resistividad de las formaciones atravesadas, ya que la de los lodos, a través de los cuales pasa la corriente a aquéllas, es también constante. Si se conocen las dimensiones geométricas del electrodo, el diámetro del sondeo, y la resistividad de los lodos, puede calcularse la resistividad de la roca en la cual se halla en cada momento el electrodo M, lo que puede efectuarse con rapidez mediante ábacos. Sin embargo, la exactitud obtenida de este modo es muy pobre. Por esta causa, el dispositivo de electrodo único suele emplearse como

instrumento semicuantitativo, que permite conocer con exactitud la profundidad de los contactos entre formaciones de diferente resistividad, que se acusan clara y directamente por la desviación que sufre la aguja del registrador cada vez que la sonda pasa frente a un contacto. El sentido de la desviación indica si el estrato en que se entra es más o menos resistivo que el anterior. La desviación a la derecha es más intensa cuanto más resistiva sea la capa atravesada, pero no crece proporcionalmente a ella.

En cuanto al circuito empleado para la medición de la resistencia óhmica entre M y N puede limitarse a un amperímetro registrador si la tensión de alimentación es constante, aunque algunos modelos van provistos de un puente de Wheastone, uno de cuyos brazos corresponde a la resistencia que se trata de medir. Los modelos comerciales disponen de varios márgenes de sensibilidad, y suelen emplear corriente alterna, la cual ha de ser rectificada a la entrada del registrador.

1.6 LA TESTIFICACION ELECTRICA EN HIDROLOGIA

Los métodos de testificación eléctrica son utilísimos para el estudio de las perforaciones efectuadas para la captación de aguas subterráneas, hasta tal punto, que no debería llevarse a cabo ninguna de aquéllas sin que se efectuase la correspondiente testificación.

Para este fin basta, en la mayoría de los casos, el empleo de testificadores sencillos que se encuentran en el comercio, construidos especialmente para este fin por las casas Widco, Eastmann y otras (figs. 1-4 y 1-5 en lámina aparte). Suelen constar de un dispositivo de electrodo único, que se emplea para el registro simultáneo del P.E. y de la resistencia. Algunos modelos llevan también un sensor para radiación γ y sondas de varios electrodos, como las descritas más abajo. Todos van provistos de un conductivímetro para medir la resistividad de los lodos.

Las curvas de testificación (a las que los franceses dan el nombre de *diagrafías*), permiten, en primer lugar, precisar la profundidad exacta de los contactos. Para ello se comparan las curvas con la columna suministrada por el sondista, colocando los contactos a las profundidades correspondientes a los puntos de inflexión que aparecen simultáneos en las curvas de PE y de resistencia. Generalmente aparecen así nuevos contactos que han pasado desapercibidos al sondista.

La curva de resistencia (llamada frecuente pero impropiamente *curva de resistividad*) indica, para cada contacto, si la formación inferior es más o menos resistiva que la superior, según que al pasar por él la aguja inscriptora se haya desplazado a la derecha o a la izquierda. De este modo, en las alternancias de arena o gravas y arcillas, pueden separarse e identificarse los diversos estratos, pues los arcillosos aparecen como de resisti-

vidad baja (fig. 1-6) y los de gravas y arenas como más resistivos. Las arenas con contenido arcilloso dan valores intermedios.

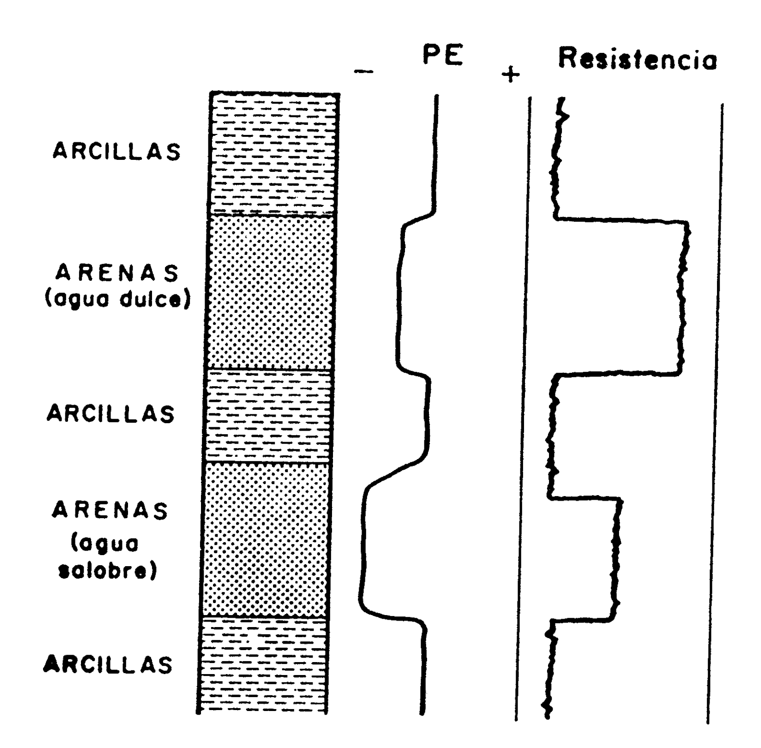


Fig. 1-6. Curvas típicas de resistencia y PE obtenidas por testificación eléctrica de electrodo único, en una alternancia de arenas y arcillas.

Cuando se atraviesan formaciones compactas, como areniscas o calizas, la curva de resistencia presenta valores elevados, pero que disminuyen si la roca presenta porosidad apreciable, y en proporción a ésta. Las zonas fracturadas también se reflejan por disminución de la resistividad.

Al mismo tiempo, el registro de PE informa sobre la salinidad de las aguas contenidas en los estratos atravesados. Las aguas dulces producen potenciales pequeños, tanto positivos como negativos, con relación a la línea base de las arcillas, mientras que las aguas salobres o saladas suelen producir intensos potenciales negativos.

Es muy conveniente que los lodos no sean muy salinos, de modo que su resistividad sea superior a 5 Ω m; de lo contrario, la curva de resistividades se hace poco expresiva, pues los estratos quedan parcialmente cortocircuitados por el lodo, y la de potenciales se desplaza a la izquierda.

Los registros de electrodo único son también muy útiles para establecer correlaciones entre sondeos de la misma zona, identificando uno a uno los estratos por los rasgos que producen en las curvas. También es posible detectar de este modo los cambios en la porosidad o en la salinidad en una misma capa, al pasar de un sondeo a otro. Otra apli-

cación del sistema es la localización de los puntos donde se produce pérdida de lodos o afluencia intensa de agua.

El sistema de electrodo único no da buenos resultados cuando el lodo es muy salado o muy grande el diámetro de la perforación. Esto último se debe a que con tales circunstancias se hace muy fuerte el influjo de la conductividad del lodo. Otro inconveniente de este sistema es que no es apto para la determinación de las resistividades verdaderas de las formaciones atravesadas. Los dispositivos de electrodos múltiples están exentos de tales desventajas, pero en contrapartida, son mucho más complicados, más costosos, y de manejo más profesional.

Más información sobre los métodos interpretativos de los registros de electrodo único se encuentran en los manuales proporcionados por los fabricantes de equipos, así como en GUYOD (1957, 1966) y en los tratados citados al final de este apéndice.

1.7 DISPOSITIVOS SIMPLES DE VARIOS ELECTRODOS

Para la interpretación cuantitativa de la resistividad de los terrenos cortados por una perforación, se recurre a la testificación eléctrica por medio de sondeos de más de un electrodo. Los tipos más corrientes son los que se indican a continuación.

a) *Sondeo de potencial.*

Llamada *sonda normal* en Norteamérica, consta de un electrodo de emisión *A*, y uno de potencial *M*, montado sobre una sonda cilíndrica (fig. 1-7). Los electrodos *B* y *N*, que completan los circuitos, consisten en

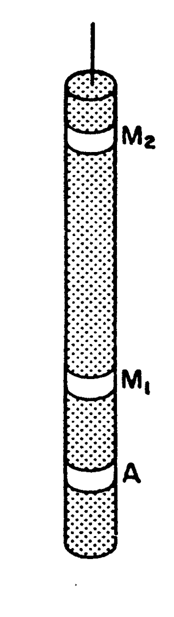


Fig. 1-7. Sonda de potencial o "normal". A, electrodo de corriente; M_1 y M_2, electrodos de potencial, para dos distancias.

tomas de tierra en la superficie del terreno (fig. 1-8), si bien en algunos casos el B es solidario de la sonda, aunque se halla convenientemente separado de ésta.

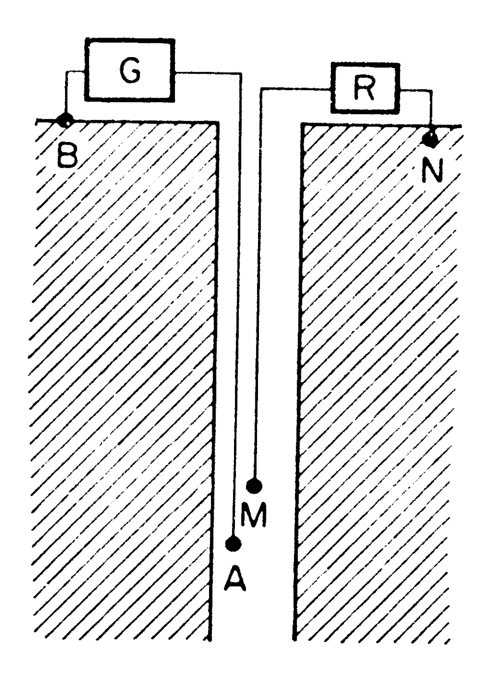


Fig. 1-8. Esquema del dispositivo de medición con sonda "normal".

Si se mide la intensidad I de la corriente que pasa por A y el potencial U del electrodo M, puede calcularse una resistividad aparente

$$\rho_a = 4\pi\, AM \frac{U}{I} \tag{1.1}$$

que se deduce fácilmente de la teoría del potencial (véase PGI, cap. III). Esta resisticidad aparente depende de la de las formaciones próximas a los electrodos A y M, así como la de los lodos.

En la práctica suelen hacerse dos registros para otras tantas distancias AM, para cuyo fin, la sonda lleva dos electrodos M (M_1 y M_2) (fig. 1-7). Es costumbre que la distancia AM_1 sea de 40,65 cm (16 pulgadas) y la AM_2 de 162,60 cm (64 pulgadas) que reciben respectivamente los nombres de *normal corta* y *normal larga.*

Este tipo de testificación corresponde en realidad a una calicata eléctrica de dos electrodos y dos distancias, efectuada en el interior de un medio conductor en vez de hacerse en el límite de un semiespacio.

La forma de las curvas de resistividad obtenidas por medio de este tipo de sondas es semejante a la correspondiente a las de electrodo único. Las profundidades de los contactos determinadas por los puntos de inflexión de las curvas han de ser corregidos en un valor igual a la distancia $AM/2$. Cuando la capa inferior del contacto es más resistiva, la infle-

xión se produce a mayor profundidad que el contacto y a menor cuando es conductora (fig. 1-9).

Cuando los estratos son gruesos, la resistividad obtenida coincide prácticamente con la verdadera; si son delgados, los valores verdaderos han de determinarse por medio de ábacos especiales. Las capas resistivas de espesor igual o menor que *AM* pueden aparecer en las curvas como conductoras.

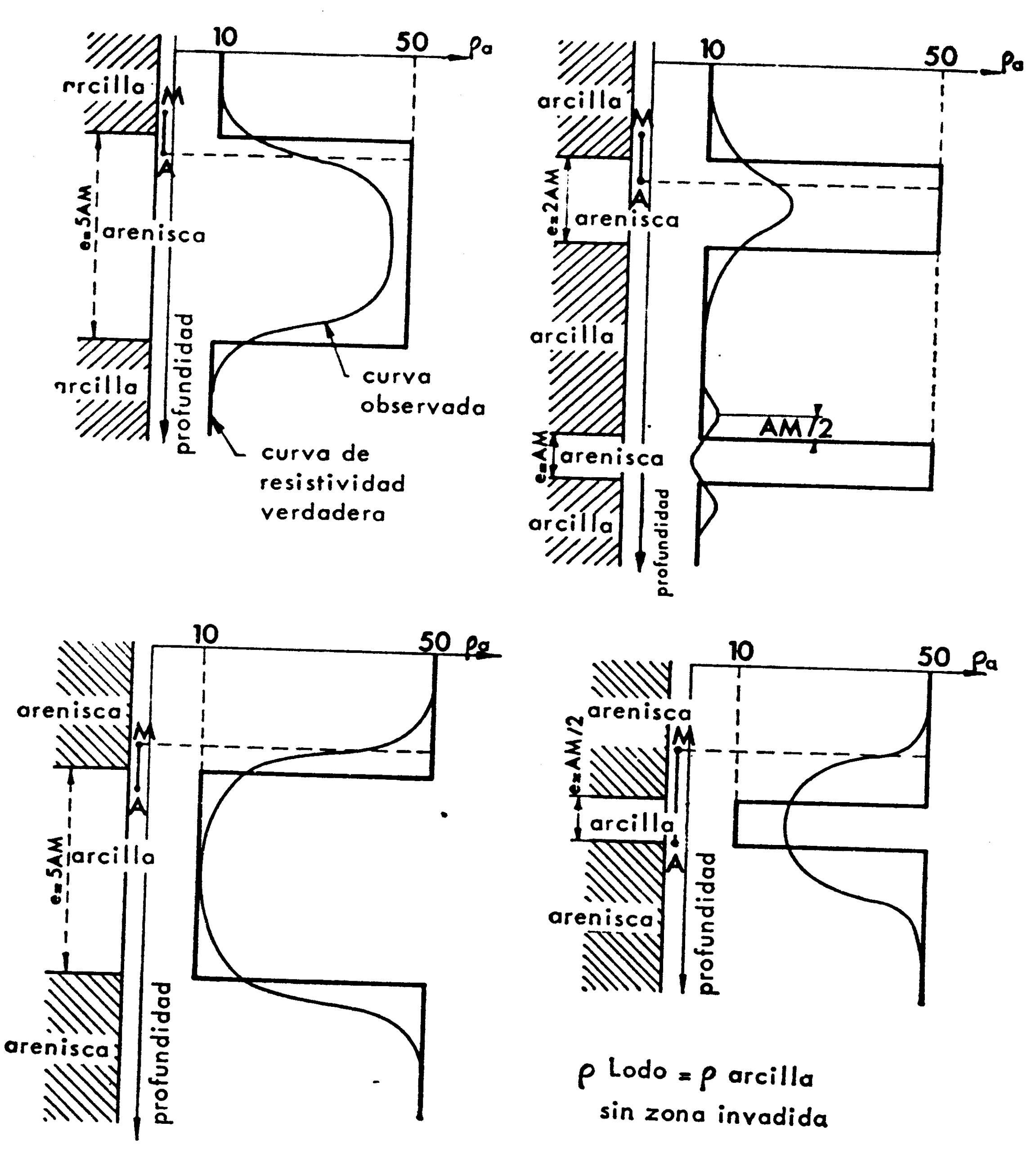


Fig. 1-9. Curvas obtenidas por medio del dispositivo "normal" en una alternancia de arcillas y areniscas ("gres").

En general, el dispositivo corto, por su menor penetración, está más influido que el largo por la roca más próxima a las paredes del sondeo, en la que los lodos suelen introducirse tanto más cuanto mayor sea la permeabilidad.

b) *Sonda lateral.*

El dispositivo lateral, que no debe confundirse con el denominado *Laterolog*, que se describe más abajo, consta de una sonda con tres electrodos *A*, *M* y *N*, de los cuales el primero es de corriente, y los otros, de potencial, según se deduce de su notación. El electrodo *B* que cierra el circuito de corriente, es una toma de tierra en la superficie del terreno (fig. 1-10). La distancia *MN* suele ser del orden de medio a un metro, mientras que la *OA* (*O* es el punto medio de *MN*) suele ser de 5,4 m (18 pies).

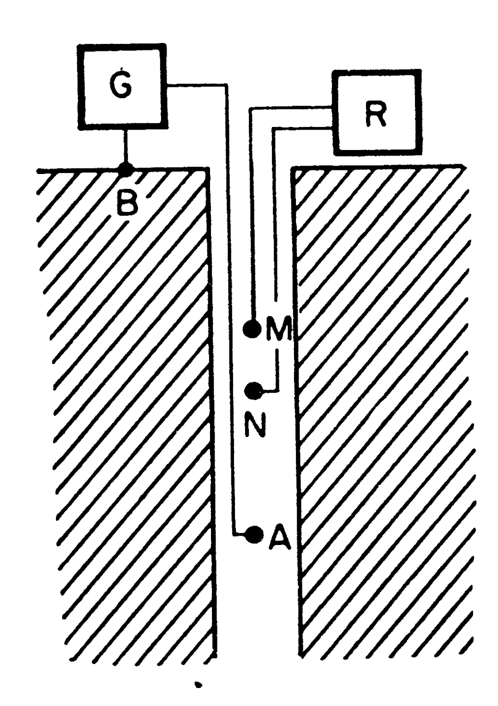


Fig. 1-10. Dispositivo de sonda "lateral".

Se trata, pues, de un dispositivo trielectródico, y su empleo en una perforación equivale a ejecutar a lo largo de él una calicata trielectródica simple (véase el cap. VII de PGI) con la única diferencia de que la corriente se distribuye sobre todas las direcciones del espacio, en vez de hacerlo en un semiespacio. Por lo tanto, la resistividad aparente será

$$\rho_a = 4\pi \frac{\overline{AM} \cdot \overline{AN}}{\overline{MN}} \frac{\Delta V}{I} \qquad (1.2)$$

En virtud de lo dicho, las curvas de resistividad proporcionadas por el dispositivo lateral son enteramente análogas a las correspondientes a las calicatas mencionadas y descritas en PGI; por consiguiente, su interpretación no es inmediata y requiere el empleo de curvas patrón.

La ventaja más importante de la sonda lateral, también conocida por el nombre de *sonda de gradiente*, es que, en sus registros, las capas delgadas y resistivas nunca aparecen como conductoras, según puede ocurrir con la sonda de potencial.

1.8 DISPOSITIVOS ESPECIALES

Los dispositivos descritos más arriba presentan dificultades para detección de estratos muy delgados, especialmente cuando los lodos son muy conductores. Para obviar este inconveniente se han ideado sondas especiales, que pueden clasificarse en los dos grupos que se indican a continuación.

1.8.1 Dispositivos de enfoque

Uno de los procedimientos empleados para la detección de estratos delgados y la medición correcta de sus resistividades consiste en la adición de electrodos auxiliares que concentren la corriente en una zona en forma de disco horizontal, evitando su desviación a través de los lodos y los estratos próximos. Por esta causa reciben el nombre de *dispositivos de enfoque*. Entre los más difundidos figuran los de *electrodos de guarda* y el *Laterolog*.

a) *Dispositivo con electrodo de guarda.*

Este artificio, que también se denomina *Laterolog* 3, consta de un electrodo central *M*, cilíndrico y de 7 a 15 cm de longitud, y de dos electrodos de guarda, superior e inferior, de 1,5 m de longitud, también cilíndricos, y coaxiles con el anterior (fig. 1-11). Los tres van montados sobre una misma pieza o sonda, y su potencial es el mismo. Por esta causa, la corriente que sale del electrodo central lo hace casi horizontalmente, de modo que puede suponerse que la medición sólo está influida por un volumen con simetría cilíndrica, de 1,8 m de diámetro aproximadamente, y limitado superior e inferiormente por hiperboloides de revolución muy aplastados.

Se trata en realidad de un refinamiento del sistema de electrodo único, con los inconvenientes de que no se puede emplear para el registro simultáneo del PE y de que el final del sondeo no puede ser testificado en una longitud igual a la del electrodo de guarda inferior. Este dispositivo

detecta bien los estratos delgados, pero no refleja la resistividad de estos cuando es elevada.

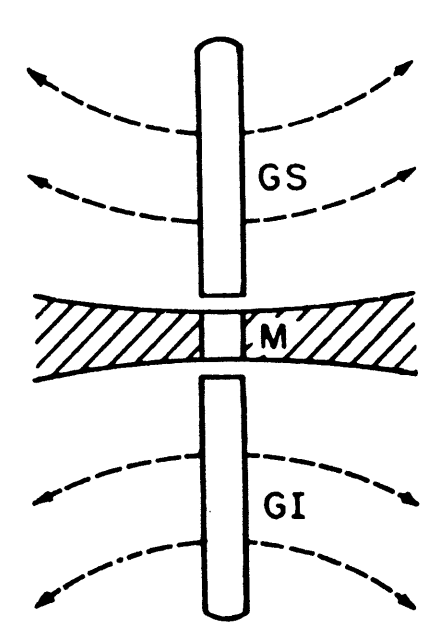


Fig. 1-11. Sonda con electrodos de guarda. GS es el de guarda superior y GI el inferior. La zona rayada es la de confinamiento de la corriente y M, el electrodo central.

b) *Dispositivo Laterolog.*

Se emplea esta denominación para referirse a los sistemas *Laterolog* 7 y 8 de la casa Schlumberger, y a los semejantes a estos construidos por otras empresas. La sonda (fig. 1-12), lleva un sistema de 7 electrodos principales $G_1 N_1 M_1 A M_2 N_2 G_2$, tal que la distancia entre el centro O_1 del segmento $M_1 N_1$ y el O_2, centro del $M_2 N_2$ es de 30 ó 40 cm. La corriente principal penetra a través del electrodo A y sale del terreno por una toma de tierra B situada en superficie. Los electrodos G_1 y G_2, conectados entre sí, suministran una corriente auxiliar cuyo circuito se completa a través de un segundo tomatierras B_1. Esta corriente auxiliar está regulada automáticamente de modo que las caídas de tensión entre M_1 y N_1 y entre M_2 y N_2 sean nulas. Esto hace que la corriente que sale de A se propague horizontalmente, formando una capa de espesor igual a $O_1 O_2$. La resistividad aparente es proporcional a la diferencia de potencial entre el electrodo N_1 (o el N_2) y otro N situado en la superficie.

El dispositivo Laterolog indica con gran exactitud la profundidad de los contactos. Por otra parte, como el recorrido de la corriente a través de los lodos es muy corto, las resistividades aparentes obtenidas son muy próximas a las verdaderas, siempre que el espesor de las capas sea superior a la separación $O_1 O_2$. Muchos estratos resistivos y delgados que pasan desapercibidos en otros sistemas, son fielmente detectados por el Laterolog.

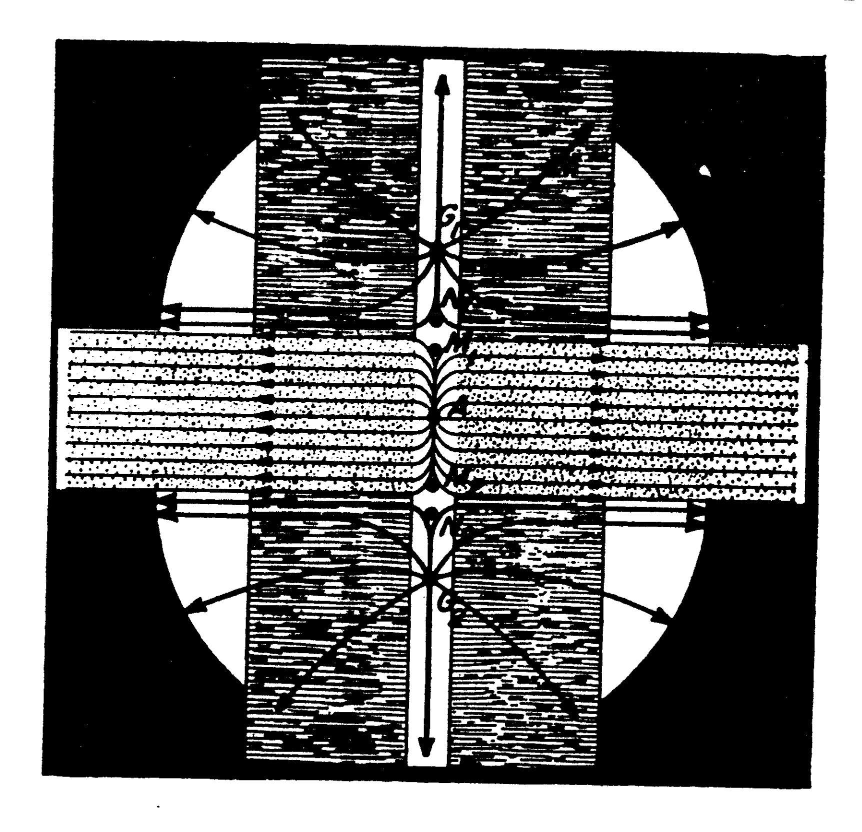


Fig. 1-12. Esquema del dispositivo Laterolog, modelo Schlumberger.

1.8.2 Microdispositivos

Los microdispositivos son sondas multielectródicas con separación muy pequeña, montados sobre las paredes del sondeo. Su penetración es muy reducida, de algunos cm tan sólo, por lo que la resistividad que miden se refiere a la zona de roca invadida por los lodos del sondeo. Como el grado de impregnación de estos depende de la porosidad de la roca, tales dispositivos se emplean en la industria petrolera para determinar porosidades con gran poder resolvente. La corriente empleada es alterna (de 30 a 400 Hz) con objeto de evitar la polarización de electrodos. Los dispositivos más usados son el *Microlog* (también llamado *Contact Log*) y el *Microlaterolog.*

a) *El Microlog.*

Utiliza tres electrodos alineados $A\,M_1\,M_2$, con pocos cm de separación. (fig. 1-13). Se efectúan simultáneamente dos registros, uno de ellos mediante un dispositivo normal o de potencial, y lateral o de gradiente el segundo.

b) *El Microlaterolog.*

Es análogo al anterior, pero está construido de modo que la corriente fluya radialmente en forma de haz, con objeto de minimizar el efecto de

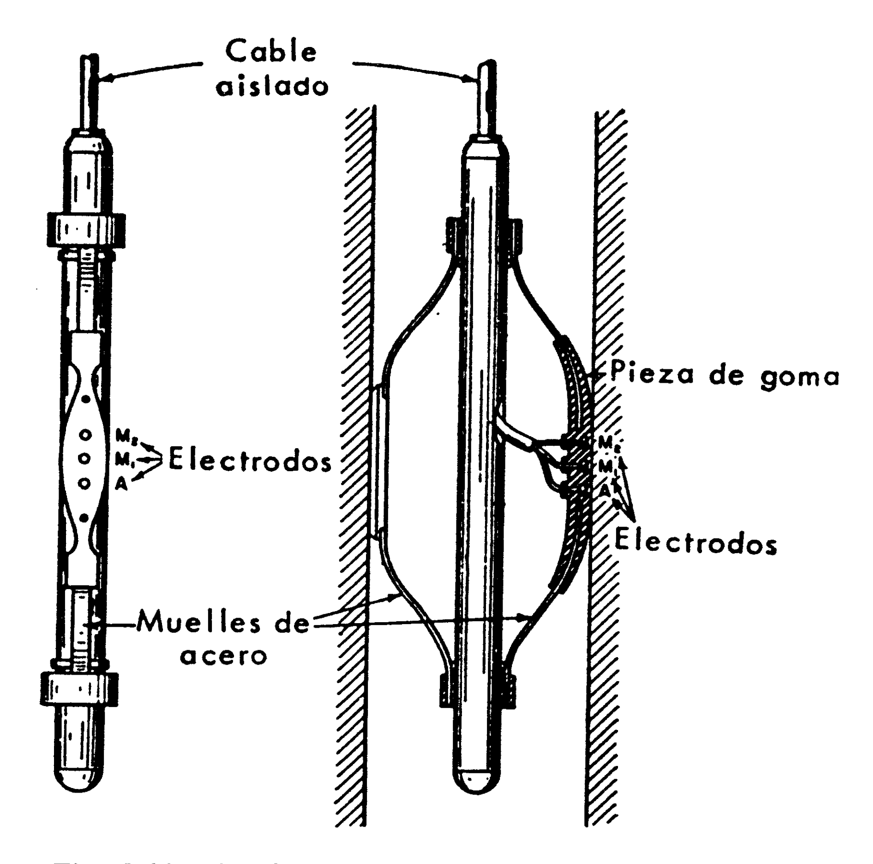


Fig. 1-13. Sonda Microlog, de la casa Schlumberger.

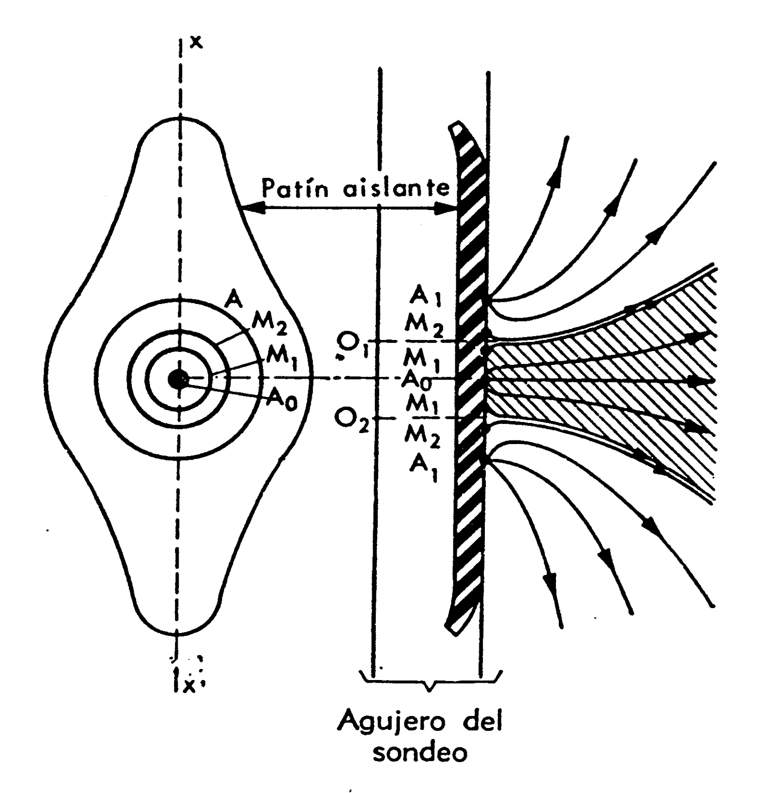


Fig. 1-14. Sonda Microlaterolog, de la casa Schlumberger.

los lodos cuando se atraviesan capas poco porosas. Consta de cuatro electrodos concéntricos $A\ M_1\ M_2\ A_0$ (fig. 1-14). Este último suministra una corriente auxiliar, regulada de modo que la diferencia de potencial entre M_1 y M_2 sea nula, lo que asegura la marcha radial de lo corriente.

1.9 LA TESTIFICACION INDUCTIVA

La ventaja principal de este procedimiento es que, como no requiere electrodos que hayan de estar en contacto con los lodos, puede emplearse en sondeos secos. También es aplicable cuando la perforación tiene revestimiento aislante, o cuando se emplean lodos muy resistivos.

En esencia, la sonda está constituida por una bobina emisora, alimentada por corriente alterna, y por otra receptora. La tensión inducida en ésta depende de varias constantes, como la frecuencia e intensidad de la corriente primaria y la geometría del dispositivo, y de una variable principal, que es la resistividad de la formación geológica próxima al dispositivo, ya que en ella se inducen corrientes de Foucault que influyen en la bobina receptora.

La sonda suele llevar además varias bobinas emisoras auxiliares, cuya misión es minimizar los efectos de la conductividad de los lodos y de los niveles geológicos que se hallan por encima o por debajo de la sonda.

El aparato puede calibrarse de modo que se registren directamente las resistividades de las formaciones atravesadas. Sin embargo, los valores así obtenidos sólo son correctos para resistividades inferiores a 100 Ω-m, pues de no ser así, las corrientes inducidas son muy débiles y su medición poco exacta. Es necesario, además, que la resistividad de los lodos sea varias veces superior a la de las formaciones que se investigan.

Además del sistema descrito, existe otro tipo de testificación electromagnético, que puede describirse como una CEM con el emisor en la superficie del terreno (cuadro vertical, bucle tendido en el suelo, etcétera) y con un receptor móvil a lo largo del sondeo. De este modo pueden precisarse las profundidades exactas a que se encuentran las metalizaciones cortadas, así como detectarse otras próximas, con lo que se incrementa notablemente el volumen explorado por la perforación (figs. 1-15 y 1-16). Las casas Mc Phar y Scintrex construyen equipos para estas investigaciones.

1.10 POLARIZACION INDUCIDA

La testificación por P.I. se aplica fundamentalmente en las investigaciones mineras en las que se busquen minerales con intensa polarización

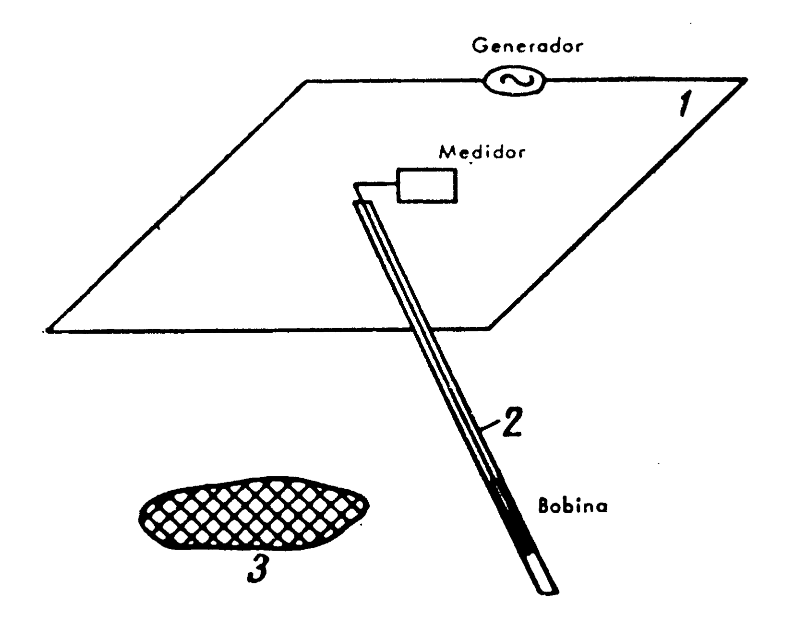


Fig. 1-15. Testificación electromagnética con generador y cuadro emisor (1) en la superficie del terreno. La bobina receptora se introduce por la caña del sondeo (2), con objeto de detectar metalizaciones, como la (3).

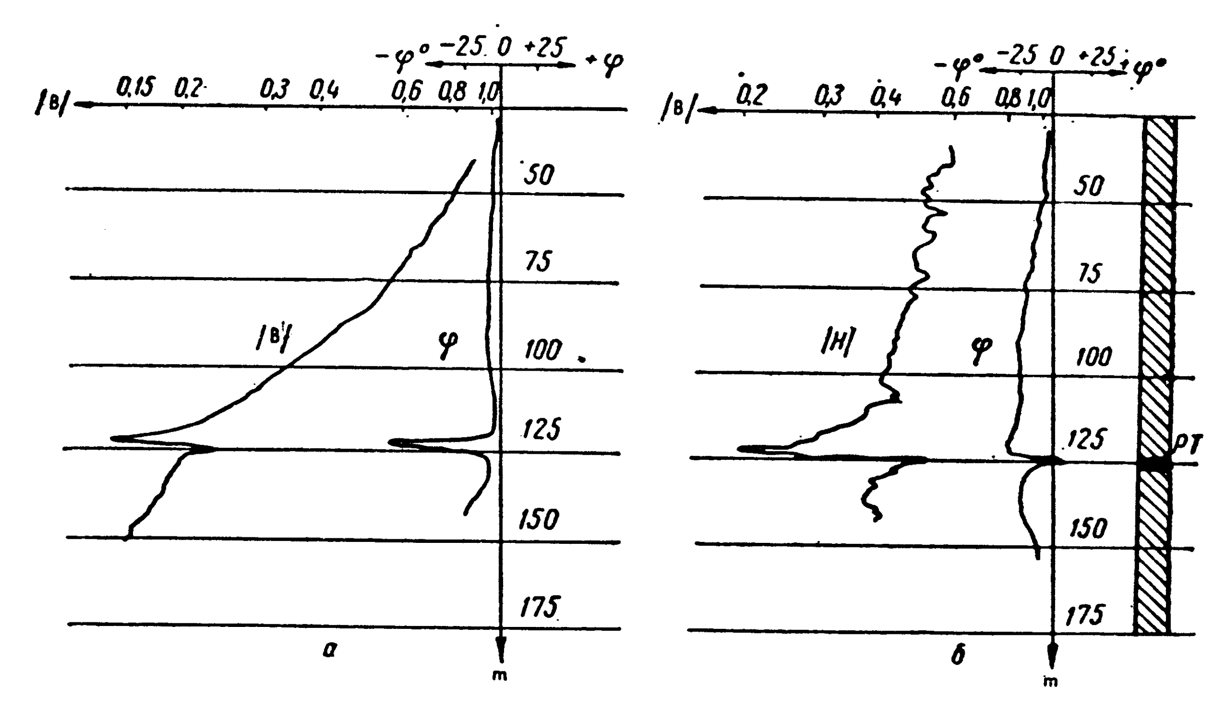


Fig. 1-16. Curvas de módulo y fase del campo magnético obtenidas con el dispositivo de la figura anterior. P. T., zona metalizada. *a*, componente axil; *b*, componente transversal.

inducida, especialmente sulfuros diseminados. Su ventaja principal es que incrementa notablemente el volumen explorado por la perforación, con lo que aumenta la probabilidad de encontrar zonas metalizadas.

El dispositivo consiste en un sistema de electrodos montados sobre una sonda que se introduce en la perforación. Se procede como en los demás métodos de testificación eléctrica, y del mismo modo que en ellos, los circuitos generadores y de registro se instalan en el exterior. Se utiliza sólo el sistema de transitorios, ya que el trabajo en el dominio de frecuencias se vería dificultado por los efectos de inducción mutua entre ellos.

WAGG y SEIGEL (1963) describen un método de trabajo en el que, una vez localizadas anomalías correspondientes a zonas metalizadas, se determina el rumbo de estas por medición alternativa por medio de dos líneas de emisión, orientadas respectivamente N-S y E-W y situadas en la superficie del terreno. El dispositivo receptor tiene dos electrodos, constituidos por una sonda monoelectródica y un tomatierras en superficie.

Ejemplos prácticos de la aplicación de este método pueden encontrarse en el artículo citado, así como en SCHILLINGER (1964) y en VARIOS (1970).

1.11 NOTA FINAL

Las breves nociones expuestas en los párrafos anteriores sólo constituyen un escueto resumen del extenso campo de la testificación eléctrica de perforaciones. El lector interesado en ella debe consultar las obras dedicadas especialmente a este tema, como las de DAKHNOV (1959), PIRSON (1963, 1970) y GUYOD y SHANE (1969).

Apéndice 2

Modos diferentes de definir la constante de propagación

En la literatura se encuentran al menos cuatro maneras de definir la constante de propagación γ. Aunque son muy parecidas entre sí, e idénticas en sentido físico, esta diversidad puede ser causa de graves confusiones cuando, inadvertidamente, se toman fórmulas de un texto que sigue una definición que no coincide con la usada por el lector. Para comodidad de los de este libro, se exponen y comparan, a continuación, estas diferentes definiciones.

La aludida diversidad proviene, por una parte, de la elección del factor exponencial que expresa la variación sinusoidal en el tiempo de la corriente que crea el campo. Este factor puede tomarse, arbitrariamente, igual a $e^{i\omega t}$ o bien a $e^{-i\omega t}$. Por otra parte, la ecuación de ondas puede escribirse, a voluntad, en las formas

$$\nabla^2 \mathbf{C} + \gamma^2 \mathbf{C} = 0 \tag{2.1}$$

$$\nabla^2 \mathbf{C} - \gamma^2 \mathbf{C} = 0 \tag{2.2}$$

con tal de dar a γ^2 el signo adecuado. Resultan, pues, cuatro posibilidades:

I) Cuando se acepta la ecuación (2.1) y el factor $e^{-i\omega t}$, como se hace en este libro, ha de ser

$$\gamma_{\mathrm{I}}^2 = \omega\mu\,(\varepsilon\omega + i\sigma) \tag{2.3}$$

II) Si, con la misma ecuación de ondas, se toma el factor temporal igual a $e^{i\omega t}$, se tiene

$$\gamma_{\mathrm{II}}^2 = \omega\mu\,(\varepsilon\omega - i\sigma) \tag{2.4}$$

III) En el caso de adoptarse la ecuación (2.2) y el factor $e^{-i\omega t}$, se ha de cumplir

$$\gamma^2_{III} = -\omega\mu\,(\varepsilon\omega + i\sigma) \tag{2.5}$$

IV) Por último si se combinan la ecuación (2.2) y el factor $e^{i\omega t}$, será

$$\gamma^2_{IV} = -\omega\mu\,(\varepsilon\omega - i\sigma) \tag{2.6}$$

Dentro de la aproximación casi-estática ($\varepsilon = 0$), generalmente utilizada en esta obra, se tiene que (*)

$$\gamma_I = i\,\gamma_{II} = i\,\gamma_{III} = \gamma_{IV} \tag{2.7}$$

Para las fórmulas exactas,

$$\begin{aligned} \gamma_I &= i\,\gamma_{III} \\ \gamma_{II} &= i\,\gamma_{IV} \end{aligned} \tag{2.8}$$

mientras que la relación entre γ_I y γ_{II}, o entre γ_{III} y γ_{IV} es una cantidad compleja,

$$\frac{\gamma_I}{\gamma_{II}} = \frac{\gamma_{III}}{\gamma_{IV}} = \frac{\varepsilon\omega + i\sigma}{(\varepsilon^2\omega^2 + \sigma^2)^{1/2}} = e^{i\delta} \tag{2.9}$$

donde

$$\delta = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\sigma}{\varepsilon\omega} = \mathrm{tg}^{-1}\,h. \;(^{**}) \tag{2.10}$$

(*) Para mayor sencillez se toman aquí sólo las raíces positivas de γ^2. La consideración de las negativas llevaría a cuatro valores diferentes para γ.

(**) Véase el apartado I.10.

Apéndice 3

Campo electromagnético de un dipolo eléctrico horizontal en la superficie de un medio estratificado

3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Sea un dipolo eléctrico de longitud ds recorrido por una corriente de intensidad $I = I_0\, e^{-i\omega t}$ y situada en la superficie de un terreno estratificado del tipo descrito en el apartado II.1. Los extremos del dipolo están puestos a tierra. Se trata de calcular el campo electromagnético producido en la superficie del terreno dentro de la aproximación casi-estática.

La solución que aquí se expone es la dada por VANYAN (1959, 1963, 1967). Se utilizará un sistema de coordenadas cartesianas (fig. I-13) con su eje x en la dirección del dipolo, su origen en el centro de éste, y el eje z perpendicular a la superficie del medio, hacia abajo.

La solución puede obtenerse por medio del potencial vector eléctrico $\mathbf{A}$, definida por la condición

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \tag{1.3}$$

Por razón de simetría, $A_y = 0$, por lo que sólo habrá que tener en cuenta las componentes A_x, A_z. En el medio superior (atmósfera) estas componentes son A_{x0}, A_{z0}, y en la capa de índice i, A_{xi}, A_{zi}.

El campo eléctrico $\mathbf{E}$ se calcula, a partir de $\mathbf{A}$, por medio de la expresión

$$\mathbf{E} = i\omega\, \mathbf{A} - \nabla U \tag{I.5 a}$$

pero, según la (I.58)

$$U = \frac{\nabla \cdot \mathbf{A}}{\mu_0 (i\omega\varepsilon - \sigma)} = -\frac{i\omega}{\gamma^2} \nabla \cdot \mathbf{A} \tag{3.1}$$

por lo que

$$\mathbf{E} = i\omega \mathbf{A} + \frac{i\omega}{\mu_0 \gamma^2} \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} \tag{3.2}$$

Por otra parte, la segunda ecuación de Maxwell, para campos sinusoidales, puede escribirse

$$\nabla \times \mathbf{H} = (\sigma - i\omega\varepsilon) \mathbf{E} \tag{I.14 a}$$

o sea

$$\nabla \times \mathbf{B} = \left(\frac{\mu_0}{\rho} - i\omega\varepsilon\mu_0 \right) \mathbf{E} \tag{3.3}$$

Ahora bien, sustituyendo en ésta las (I.3) y (I.5 a) se obtiene

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{\mu_0}{\rho} - i\omega\varepsilon\mu_0 \right)(i\omega \mathbf{A} - \nabla U) \tag{3.4}$$

que, desarrollada en sus componentes cartesianas, es

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial x\, \partial z} &= \left(\frac{\mu_0}{\rho_{\text{II}}} - i\omega\varepsilon\mu_0 \right)\left(i\omega A_x - \frac{\partial U}{dx} \right) \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial z\, \partial y} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial x\, \partial y} &= \left(\frac{\mu_0}{\rho_{\text{II}}} - i\omega\varepsilon\mu_0 \right)\left(- \frac{\partial U}{\partial y} \right) \\ -\frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial x\, \partial z} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} &= \left(\frac{\mu_0}{\rho_{\perp}} - i\omega\varepsilon\mu_0 \right)\left(i\omega A_z - \frac{\partial U}{\partial z} \right) \end{aligned} \tag{3.5}$$

Estas ecuaciones, aplicables a cada una de las capas, tienen en cuenta la anisotropía de éstas.

Integrando la segunda respecto de y se obtiene

$$\frac{\partial A_z}{\partial z} + \frac{\partial A_x}{\partial x} = -\left(\frac{\mu_0}{\rho_{\text{II}}} - i\omega\varepsilon\mu_0 \right) U \tag{3.6}$$

que teniendo en cuenta que $A_y = 0$ y multiplicando ambos miembros por $i\omega$, se transforma en

$$U = -\frac{i\omega}{\gamma_{\text{II}}^2} \nabla \cdot \mathbf{A} \tag{3.7}$$

que es la misma (3.1) aplicada ahora a medios transversalmente anisótropos, por lo que en ella figura γ_{II} en vez de $\gamma_{\perp}$.

Llevando este valor de U a la primera de las (3.5) resulta

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z} - \frac{\gamma^2_{II}}{i\omega}\left[i\omega\, A_x + \frac{i\omega}{\gamma^2_{II}}\left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z}\right)\right]$$

o sea

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} = -\gamma^2_{II}\, A_x$$

que escrita en forma más compacta es

$$\nabla^2 A_x + \gamma^2_{II}\, A_x = 0 \tag{3.8}$$

caso particular de la ecuación de ondas (I.39).

Sustituyendo la (3.7) en la tercera de las (3.5), se obtiene, análogamente

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z} - \frac{\gamma^2_{\perp}}{i\omega}\left[i\omega\, A_z + \frac{i\omega}{\gamma^2_{II}}\left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z}\right)\right]$$

de la que efectuando operaciones, y haciendo intervenir la anisotropía

$$\Lambda = \frac{\gamma_{II}}{\gamma_{\perp}}$$

resulta

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{1}{\Lambda^2}\,\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \gamma^2_{\perp}\, A_z = \left(1 - \frac{1}{\Lambda^2}\right)\frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z} \tag{3.9}$$

Las ecuaciones (3.8) y (3.9) representan la forma particular de las de Maxwell para un medio transversalmente anisótropo, y con $A_y = 0$. Para su integración, Van'yan comienza por pasarlas a coordenadas cilíndricas, con el mismo eje z. Se tiene, por lo tanto,

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial A_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} + \gamma_{II}\, A_x = 0 \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\partial A_z}{\partial r} + \frac{1}{\Lambda^2}\,\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \gamma^2_{\perp}\, A_z = \left(1 - \frac{1}{\Lambda^2}\right)\frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z} \tag{3.11}$$

3.2 INTEGRACION DE LAS ECUACIONES

La ecuación (3.10) puede integrarse por separación de variables, poniendo

$$A_x = X(z) \cdot R(r) \tag{3.13}$$

Ahora bien, ocurre que la mencionada ecuación es idéntica a la (II.62) si se sustituye en ésta γ por γ_{II} y A_z por A_x. No es, pues, necesario efectuar todo el proceso de integración, ya que, por analogía, la solución general habrá de ser

$$A_x = \int_0^\infty X(z, \lambda)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{3.14}$$

donde la función X es la homóloga de la función Z allí considerada. Además, y por la misma homologia, a la ecuación (II.67) corresponderá en este caso

$$X'' = u^2 X \tag{3.15}$$

(con $u^2 = \lambda^2 - \gamma^2_{\text{II}}$) donde los acentos indican derivaciones respecto de z. Esta ecuación (3.15) será utilizada más adelante.

La ecuación (3.11) presenta la dificultad de que en ella aparecen, no sólo las variables r y z, sino también la x. Para eliminar ésta, Van'yan recurre a una nueva variable W, con simetría cilídrica respecto de X, y tal que

$$A_z = \frac{\partial W}{\partial x} \tag{3.16}$$

Entonces la ecuación (3.11) podrá escribirse

$$\frac{\partial^3 W}{\partial r^2\, \partial x} + \frac{1}{r}\, \frac{\partial^2 W}{\partial r \partial x} + \frac{1}{\Lambda^2}\, \frac{\partial^3 W}{\partial z^2\, \partial x} + \gamma^2{}_\perp\, \frac{\partial W}{\partial x} = \left(1 - \frac{1}{\Lambda^2}\right) \frac{\partial^2 A_x}{\partial x \partial z}$$

que integrada respecto de x da

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\, \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{\Lambda^2}\, \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \gamma_\perp{}^2\, W = \left(1 - \frac{1}{\Lambda^2}\right) \frac{\partial A_x}{\partial z} \tag{3.17}$$

donde ya no figura la variable x, y que puede integrarse por el procedimiento de separación de variables, poniendo

$$W = Z(z) \cdot R(r) \tag{3.18}$$

$$A_x = X(x) \cdot R(r) \;\; (^*) \tag{3.13}$$

Procediendo del modo acostumbrado en dicho método (véase, por ejemplo, el apartado II.6.2) se llega a

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\, \frac{\partial R}{\partial r} = -\lambda^2 R \tag{3.19}$$

(*) En estas ecuaciones se supone que la función $R(r)$ es la misma para ambas, lo que simplifica los cálculos. Esta hipótesis queda justificada "a posteriori", puesto que partiendo de ella se encuentran soluciones válidas y no contradictorias (véase también KELLER, 1968, pág. 101).

$$\frac{1}{\Lambda^2}\frac{\partial Z}{\partial z} + \gamma^2_\perp Z - \left(1 - \frac{1}{\Lambda^2}\right) X = \lambda^2 Z \qquad (3.20)$$

donde $X = \dfrac{\partial X}{\partial Z}$ según se ha dicho.

La última ecuación puede escribirse

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \Lambda^2 (\lambda^2 - \gamma^2_\perp) Z - X' (\Lambda^2 - 1) = 0$$

y definiendo la variable

$$\bar{u}^2 = (\lambda^2 - \gamma^2_\perp) \qquad (3.21)$$

se obtiene finalmente

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \Lambda^2 \bar{u}^2 Z - (\Lambda^2 - 1) X' = 0 \qquad (3.22)$$

La ecuación (3.19) frecuente en Prospección Geoeléctrica, tiene por solución la función de Bessel $J_0(\lambda r)$. Para integrar la (3.22), que no es homogénea, habrá que hallar una integral particular de ella y sumarle la solución general de la homogénea correspondiente. Como integral particular, Van'yan utiliza

$$Z_p = -\frac{X'}{\lambda^2} \qquad (3.23)$$

cuya validez se comprueba porque satisface la (3.22) si se tiene en cuenta la (3.15)

$$X''' = u^2 X'' \qquad (3.24)$$

Si se representa por V una integral de la ecuación homogénea

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - \Lambda^2 \bar{u}^2 Z = 0 \qquad (3.25)$$

se tiene que para la ecuación (3.22) es

$$Z = V - \frac{X'}{\lambda^2} \qquad (3.26)$$

Evidentemente, es

$$V = a^{\Lambda \bar{u} z} + b e^{-\Lambda \bar{u} z} \qquad (3.27)$$

donde a y b son funciones arbitrarias de λ que habrán de determinarse mediante las condiciones de contorno. Como consecuencia de lo dicho, se tiene que

$$W = Z(z) \cdot J_0(\lambda r) \qquad (3.28)$$

y para conseguir la mayor generalidad en la solución, procediendo como en el caso de la integral de Stefanesco (PGI), se escribirá

$$W = \int_0^\infty Z(z)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{3.28 a}$$

y por lo tanto

$$A_z = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty Z(z)\, J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{3.29}$$

De este modo, las ecuaciones (3.14) y (3.29) son las soluciones generales del problema planteado, que definen, para cada capa i del corte geoeléctrico, dos funciones $A_{x,i}$ $A_{z,i}$ que habrá que particularizar de modo que se cumplan las condiciones de contorno. Previamente conviene completar la ecuación (3.10), que hasta ahora se ha considerado homogénea, pero que no lo es en el origen de coordenadas, donde se encuentra el dipolo eléctrico emisor. Como solución particular de la ecuación no homogénea correspondiente puede utilizarse el potencial vector **A** en el vacío debido a dicho dipolo, el cual puede deducirse de la ecuación (I.77). De esta se deduce que este potencial sólo tiene como componente no nula la A_x que vale

$$A_{x,0} = \frac{\mu_0 I\, ds}{4\pi} \frac{e^{i\gamma_{11}(r^2+z^2)^{1/2}}}{(r^2+z^2)^{1/2}} \tag{3.30}$$

y que teniendo en cuenta la integral de Sommerfeld (II.72) puede escribirse

$$A_{x,0} = \frac{\mu_0 I\, ds}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0|z|} J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{3.31}$$

y por lo tanto, la integral completa, teniendo en cuenta la (3.14) será

$$A_{x,0} = \frac{\mu_0 I\, ds}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0|z|} + X(\lambda, z) \right] J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{3.32}$$

donde la función X es la que aparece en la ecuación (3.14) después de haberla dividido por el factor

$$\mu_0 I\, ds/4\pi$$

3.3 CONDICIONES DE CONTORNO

La función X, por analogía con la (II.68) tendrá la forma

$$X = c\, e^{uz} + d\, e^{-uz} \tag{3.33}$$

cuyas funciones arbitrarias de λ, c y d habrán de determinarse mediante las condiciones de contorno, del mismo modo que las a y b de

$$V = a\, e^{\Lambda \bar{u} z} + b\, e^{-\Lambda \bar{u} z} \tag{3.27}$$

Estas funciones serán en general diversas para las diferentes capas, por lo que se les añadirá como subíndice el índice de la capa correspondiente.

De las condiciones de contorno (I.100) se deduce la continuidad de A_x, A_z y $\partial A_x/\partial z$ en las interfaces entre capas sucesivas, y lo mismo ha de ocurrir a U. Por lo tanto, en virtud de las (3.14) y (3.29) habrán de ser continuas X, Z y X' en dichas interfaces. La (3.26) indica que V se comporta de igual modo.

En la primera capa ocurrirá que

$$\begin{aligned} V_1 &= a_1\, e^{\Lambda_1 \bar{u}_1 z} + b_1\, e^{-\Lambda_1 \bar{u}_1 z} \\ V_1' &= \Lambda_1 \bar{u}_1 (a_1\, e^{\Lambda \bar{u}_1 z} - b_1\, e^{-\Lambda \bar{u}_1 z}) \end{aligned} \tag{3.34}$$

Si se define una función Ψ_i tal que

$$\Psi_i = -\Lambda_i \bar{u}_i \frac{V_i}{V_i'} \tag{3.35}$$

se tendrá para dicha primera capa,

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{b_1 + a_1\, e^{2\Lambda_1 \bar{u}_1 d_1}}{b_1 - a_1\, e^{2\Lambda_1 \bar{u}_1 d_1}} = \mathrm{Cth}\left(-\Lambda_1 \bar{u}_1 d_1 + \frac{1}{2} \ln \frac{b_1}{a_1}\right) = \\ &= \mathrm{Cth}\,(-\Lambda_1 \bar{u}_1 d_1 + \mathrm{Cth}^{-1} \Psi_{1,\,d}) \end{aligned} \tag{3.36}$$

que, en la superficie del terreno ($z = 0$) valdrá

$$\Psi_{1,0} = \frac{b_1 + a_1}{b_1 - a_1} = \mathrm{Cth}\left(\frac{1}{2} \ln \frac{b_1}{a_1}\right) \tag{3.37}$$

donde se ha aplicado el lema I del capítulo II.

Análogamente en la interfaz entre la primera y la segunda capa ($z = d$), el valor de Ψ_1 será, teniendo en cuenta el lema II,

$$\begin{aligned} \Psi_{1,\,d_1} &= \frac{b_1 + a_1\, e^{2\Lambda_1 \bar{u}_1 d_1}}{b_1 - a_1\, e^{2\Lambda_1 \bar{u}_1 d_1}} = \mathrm{Cth}\left(-\Lambda_1 \bar{u}_1 d_1 + \frac{1}{2} \ln \frac{b_1}{a_1}\right) \\ &= \mathrm{Cth}\,(-\Lambda_1 \bar{u}_1 d_1 + \mathrm{Cth}^{-1} \Psi_{1,\,0}) \end{aligned} \tag{3.38}$$

De la que se deduce, por aplicación sucesiva de los operadores Cth^{-1} y Cth, que

$$\Psi_{1,0} = \mathrm{Cth}\,(\Lambda_1\,\bar{u}_1\,d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\,\Psi_{1,\,d_1}) \tag{3.39}$$

De modo análogo se demuestra que, dentro de la segunda capa, se cumple

$$\Psi_{2,\,d_1} = \mathrm{Cth}\,(\Lambda_2\,\bar{u}_2\,d_2 + \mathrm{Cth}^{-1}\,\Psi_{2,\,z_2}) \tag{3.40}$$

y en general, para la capa i

$$\Psi_{i,\,z_{i-1}} = \mathrm{Cth}\,(\Lambda_i\,\bar{u}_i\,d_i + \mathrm{Cth}^{-1}\,\Psi_{i,\,z_i}) \tag{3.41}$$

De este modo, se ha podido relacionar el valor de la función Ψ en el techo de cada capa con el que toma en su muro.

Para relacionar entre sí las funciones Ψ_i se utiliza la ecuación

$$\frac{\Psi_{i+1}}{\Psi_i} = \frac{\Lambda_{i+1}\;\bar{u}_{i+1}\,\rho_{\text{II}\,i+1}}{\Lambda_i\;\bar{u}_i\,\rho_{\text{II}\,i}} \tag{3.42}$$

que se cumple en cada interfaz de índice i.

A fin de no interrumpir la marcha del razonamiento, la justificación de la (3.42) se deja para una nota al final de este apéndice (apartado 3.5).

La ecuación (3.35) puede, pues escribirse en la forma

$$\Psi_{1,0} = \mathrm{Cth}\,\left(\Lambda_1\,\bar{u}_1\,d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\,\frac{\Lambda_1\,\bar{u}_1\,d_1}{\Lambda_2\,\bar{u}_2\,d_2}\,\Psi_{2,\,d_1}\right) \tag{3.43}$$

Se puede proceder del mismo modo expresando la función Ψ_2 en función de la Ψ_3 y así sucesivamente hasta llegar a la Ψ_n correspondiente an sustrato. Pero en éste, por tratarse de la última capa, a_n ha de ser nula puesto que de lo contrario el potencial se haría infinito para $z \to \infty$, según se deduce de las (3.26) y (3.27). Por lo tanto,

$$\Psi_n = 1 \tag{3.44}$$

Efectuando el proceso indicado, se llega finalmente a la expresión

$$\Psi = \Psi_{1,0} = \mathrm{Cth}\left\{\Lambda_1\,\bar{u}_1\,d_1 + \mathrm{Cth}^{-1}\left[\frac{\Lambda_1\,\bar{u}_1\,\rho_{\text{II}\,1}}{\Lambda_2\,\bar{u}_2\,\rho_{\text{II}\,2}}\mathrm{Cth}\left(\Lambda_2\,\bar{u}_2\,d_2 + \ldots\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\ldots + \mathrm{Cth}^{-1}\,\frac{\Lambda_{n-1}\bar{u}_{n-1}\,\rho_{\text{II}\,n-1}}{\Lambda_n\,\bar{u}_n\,\rho_{\text{II}\,n}}\right)\right]\right\} \tag{3.45}$$

De ésta, y de la (3.31) se deduce

$$\frac{V_1}{V_1'} = \frac{\Psi}{\Lambda_1\,\bar{u}_1} \tag{3.46}$$

La función Ψ así definida, es la misma que se estudió en el apartado II.7.

Ocupémonos ahora de la función X. Ya se hizo notar la homología de ésta con la Z utilizada en el caso del dipolo magnético vertical, (apartado II.6.2). No es difícil comprobar que las condiciones de contorno son las mismas en ambos casos, por lo que puede escribirse

$$\frac{X_1}{X'} = -\frac{\Phi}{u_1} \tag{3.47}$$

donde Φ es la misma función definida por la (II. 105) y

$$u_i = (\lambda^2 - \gamma_{1i}^2)^{1/2} \tag{II.77}$$

En la primera capa, según la (3.33) se tiene que

$$X_1 = c_1 e^{u_1 z} + d_1 e^{-u_1 z} \tag{3.48}$$

y, por la continuidad de A_x en la interfaz $z = 0$, teniendo en cuenta la (3.14) y la (3.32), ocurrirá que

$$X_1 = c_1 e^{uz} + d_1 e^{-uz} = X_0 \frac{\lambda}{u_0} e^{-\lambda|z|} + c_0 e^{uz} + d_0 e^{-u_0 z}$$

en la que $z = 0$, o sea

$$X_1 = c_1 + d_1 = \frac{\lambda}{u_0} + c_0 \tag{3.49}$$

donde se ha suprimido d_0, que ha de ser nulo, pues, de lo contrario, el potencial se haría infinito con z.

Como también existe continuidad en la citada interfaz para la derivada de A_x respecto de z, se cumplirá que

$$X_1' = u_1 (c_1 - d_1) = -\lambda + c_0 u_0 \tag{3.50}$$

y además

$$\frac{X'}{X} = \frac{X_0'}{X_0} = \frac{X_1'}{X_1} = \frac{-\lambda + u_0 c_0}{\dfrac{\lambda}{u_0} + c_0} = \frac{-\lambda + u_0^2 c_0}{\lambda + c_0 u_0} \tag{3.51}$$

pero, de la (3.49) se deduce que

$$c_0 = X - \frac{\lambda}{u_0} \tag{3.52}$$

que, sustituida en la anterior da

$$X = \frac{2\lambda}{u_0 - \dfrac{X_1'}{X_1}} \tag{3.53}$$

ecuación válida para el plano $z = 0$, donde, según la (3.47) es

$$\frac{X'_1}{X_1} = -\frac{u_1}{\Phi}$$

y por lo tanto,

$$X = \frac{2\lambda}{u_0 + \dfrac{u_1}{\Phi}} \tag{3.54}$$

expresión que, sustituida en la (3.14) y explicitando el factor $\mu_0 Ids/4\pi$, da

$$A_x = \frac{\mu_0 I\, ds}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0 + \dfrac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{3.55}$$

En el cálculo de A_z hay que considerar que la función V sufre una discontinuidad al atravesar el plano $z = 0$. En efecto, de las (3.45) y (3.46) se deduce que en él

$$X' = u_0 X - 2\lambda \tag{3.56}$$

Por lo tanto, aparece una discontinuidad de valor -2λ respecto del resultado que se obtiene derivando directamente X_0. Si se aplica esta conclusión a la (3.26) en los medios de índice cero y uno, se llega a

$$Z_1 = V_1 - \frac{X'_1}{\lambda^2} = V_1 - \frac{X'_0 - 2\lambda}{\lambda^2} = Z_0 = V_0 - \frac{X'_0}{\lambda^2}$$

de donde resulta

$$V_1 - V_0 = -\frac{2}{\lambda} \tag{3.57}$$

Al mismo tiempo puede probarse (véase el apartado 3.5) que en la interfaz entre la atmósfera y la primera capa se cumple la condición

$$\frac{V'_0}{V'_1} = \frac{\gamma_{II0}^2}{\gamma_{II1}} \tag{3.58}$$

En la atmósfera será

$$V_0 = a\, e^{-u_0 z}$$

$$V'_0 = -u_0\, a\, e^{-u_0 z} = -u_0 V_0 \tag{3.59}$$

puesto que $\Lambda_0 = 1$. Combinando las tres últimas ecuaciones se obtiene

$$\frac{1}{u_0} \frac{\gamma_{II0}^2}{\gamma_{II1}^2} V'_1 - V_1 = \frac{2}{\lambda} \tag{3.60}$$

y sustituyendo en esta V_1' por su valor despejado de la (3.46) resulta

$$V_1 = -\frac{\Psi}{\Lambda u_1} \frac{2}{\lambda\left(\dfrac{\Psi}{\Lambda u_1} + \dfrac{\gamma_{II_0}^2}{\gamma_{II_1}^2 u_0}\right)} \qquad (3.61)$$

El potencial vector A_z en la superficie del terreno, según la (3.29) y la (3.26) vale, explicitando $\mu_0 I\, ds/4\pi$

$$A_z = \frac{\mu_0 I\, ds}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \left(V_1 - \frac{X_1'}{\lambda^2}\right) J_0(\lambda r)\, d\lambda \qquad (3.62)$$

De las cantidades que aparecen bajo el signo integral sólo es desconocido X_1', pero de las (3.47) y (3.54) se deduce que

$$X_1' = -\frac{u_1}{\Phi} \frac{2\lambda}{u_0 + \dfrac{u_1}{\Phi}} \qquad (3.63)$$

Llevando los valores de V_1 y X_1' dados por las (3.61) y (3.63) a la (3.62) se obtiene finalmente

$$A_z = \frac{\mu_0 I\, ds}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \left[-\frac{\Psi}{\Lambda_1 u_1} \frac{1}{\lambda\left(\dfrac{\Psi}{\Lambda_1 u_0} + \dfrac{\gamma_{II_0}^2}{\gamma_{II_1}^2 u_0}\right)} + \frac{u_1/\Phi}{\lambda\left(u_0 + \dfrac{u_1}{\Phi}\right)} \right] J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

(3.64)

Determinadas ya las dos únicas componentes A_x y A_z del potencial vector, falta por calcular el potencial escalar U. Este, según la (3.7) y (3.1) es

$$U = -\frac{i\omega}{\gamma_{II}^2}\left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_z}{\partial z}\right) = -\frac{i\omega}{\gamma_{II}^2} \frac{\partial}{\partial x}\left(A_x + \frac{\partial W}{\partial z}\right) \qquad (3.65)$$

que, en forma más general, y teniendo en cuenta las (3.13) y (3.18) se escribirá

$$U = -\frac{\mu_0\, i\, \omega\, I\, ds}{4\pi\, \gamma_{II}^2} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty (X_1 + Z_1')\, J_0(\lambda r)\, d\lambda \qquad (3.66)$$

Ahora bien, según las (3.26), (3.56) y (3.15), es

$$Z_1' = V_1' - \frac{X''}{\lambda^2} = V_1' - \frac{u_1^2}{\lambda^2} X_1 \qquad (3.67)$$

por lo que el paréntesis de la (3.62) vale

$$X_1 + V_1' - \frac{u_1^2}{\lambda^2} X_1 = V_1' + \frac{\gamma_{\mathrm{II}}^2}{\lambda^2} X \tag{3.68}$$

Pero, según la (3.46)

$$V_1' = -\frac{\Lambda \bar{u}_1}{\Psi} V_1$$

por lo que, sustituyendo en ésta la (3.61) queda

$$V_1' = \frac{2}{\lambda \left(\frac{\Psi}{\Lambda_1 u_1} + \frac{\gamma_{\mathrm{II}0}^2}{\gamma_{\mathrm{II}1}^2 u_0} \right)} \tag{3.69}$$

Esta expresión, junto con la (3.56) llevadas a la (3.68) y sustituida en la (3.62) da

$$U = \frac{\mu_0 i \omega I ds}{2\pi \gamma_{\mathrm{II}}^2} \cos\theta \int_0^\infty \left[\frac{1}{\frac{\Psi}{\Lambda_1 u_1} + \frac{\gamma_{\mathrm{II}0}^2}{\gamma_{\mathrm{II}1}^2 u_0}} + \frac{\gamma_{\mathrm{II}1}^2}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}} \right] J_1(\lambda r)\, d\lambda \tag{3.70}$$

en la que conviene aclarar que, al efectuar la derivación indicada en la (3.62) se ha tenido en cuenta que

$$\frac{\partial}{\partial x} J_0(\lambda r) = \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} J_0(\lambda r) = -\lambda \cos\theta \cdot J_1(\lambda r) \tag{3.71}$$

3.4 CALCULO DEL CAMPO ELECTROMAGNETICO

Obtenidas ya las expresiones para los potenciales vector y escalar en la superficie del terreno, pueden calcularse las diversas componentes de los campos eléctrico y magnético en dicha superficie, sustituyendo dichas expresiones en las (1.3) y (1.5 a) que aparecen al comienzo de este apéndice.

Por ejemplo, para la componente vertical B_z del campo magnético se tiene, utilizando la (1.3) y la (3.54),

$$B_z = (\nabla \times \mathbf{A})_z = -\frac{\partial A_x}{\partial y} = -\frac{\mu_0 I ds}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \frac{\lambda}{u_0 + \frac{u_1}{\Phi}} J_0(\lambda r)\, d\lambda \tag{II.114}$$

ya dada, sin demostración, en el apartado II.6.3. De modo análogo se obtienen las otras fórmulas que figuran en dicho lugar. Lo mismo puede decirse de la componente vertical eléctrica E_z, cuya fórmula no se dará por su poco uso y gran complicación.

3.5. Nota.

En los párrafos anteriores se ha hecho uso de dos expresiones cuya justificación se prometió para esta nota.

La continuidad del potencial escalar U, dado por la (3.7) exige que en todas las interfaces sea también continua la expresión

$$\gamma_{\text{II}}^{-2} \nabla \cdot \mathbf{A}$$

la cual, utilizando la (3.16) da

$$\gamma_{\text{II}}^{-2} \nabla \cdot \mathbf{A} = \gamma_{\text{II}}^{-2} \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x + \frac{\partial W}{\partial z} \right)$$

lo que, según las (3.13) y (3.18) requiere, a su vez, la continuidad de

$$\gamma_{\text{II}}^{-2} (X + Z')$$

Esta puede transformarse del modo siguiente, por medio de la (3.67)

$$\gamma_{\text{II}}^{-2} (X + Z') = \gamma_{\text{II}}^{-2} \left(X + V' - \frac{u^2}{\lambda^2} X \right) = \gamma_{\text{II}}^{-2} \left(V' + \frac{\gamma_{\text{II}}^2}{\lambda^2} X \right) =$$

$$= \frac{V'}{\gamma_{\text{II}}^2} + \frac{X}{\lambda^2}$$

Como X es continua, $\gamma_{\text{II}}^{-2} V'$ habrá de serlo también, por lo que en la superficie del terreno será

$$\gamma_{\text{II}\,0}^{-2} V_0' = \gamma_{\text{II}\,1}^{-2} V_1'$$

que es la (3.58), cuya demostración se había postpuesto para esta nota.

Por lo tanto, en cada interfaz son continuas V y V'/γ_{II}^2. Ahora bien, de la (3.36) se deduce

$$V_i' = -\frac{\Lambda_i \bar{u}_i V_i}{\Psi_i} \qquad V'_{i+1} = -\frac{\Lambda_{i+1} \bar{u}_{i+1} V_{i+1}}{\Psi_{i+1}}$$

y teniendo en cuenta las condiciones de continuidad que se acaban de indicar se tiene

$$\frac{V_i^2}{\gamma_{\text{II}\,i}^2} = \frac{V'_{i+1}}{\gamma_{\text{II}\,i+1}^2} = -\frac{\Lambda_i \bar{u}_i V_i}{\Psi_i \gamma_{\text{II}\,i}^2} = -\frac{\Lambda_{i+1} \bar{u}_{i+1} V_i}{\Psi_{i+1} \gamma_{\text{II}\,i+1}^2}$$

de donde resulta

$$\frac{\Psi_{i+1}}{\Psi_i} = \frac{\Lambda_{i+1} \bar{u}_{i+1} \gamma^2_{\text{II}\,i+1}}{\Lambda_i \bar{u}_i \gamma^2_{\text{II}\,i+1}} = \frac{\Lambda_{i+1} \bar{u}_{i+1} \rho_{\text{II}\,i+1}}{\Lambda_i \bar{u}_i \rho_{\text{II}\,i}}$$

dentro de la aproximación casi-estática, válida en el interior del terreno, y que es la expresión (3.38) que faltaba por demostrar.

Apéndice 4

Algunas fórmulas matemáticas

1. Cálculo vectorial.

(U y $\mathbf{A}$ son respectivamente un escalar y un vector.)

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$$

$$\nabla \times \nabla U = 0$$

$$\nabla \cdot (U \mathbf{A}) = U \nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla U$$

$$\nabla \times (U \mathbf{A}) = U \nabla \times \mathbf{A} + \nabla U \times \mathbf{A}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \nabla \cdot \mathbf{A} - \nabla \cdot \nabla \mathbf{A}$$

$$\nabla U = \frac{\partial U}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \psi} \mathbf{i}_\psi + \frac{\partial U}{\partial z} i_z$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\psi}{\partial \psi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \psi} - \frac{\partial A_\psi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\psi +$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r A_\psi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \psi} \right) \mathbf{i}_z$$

$$\nabla^2 U = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 U}{dz^2}$$

2. Funciones hiperbólicas.

$$\mathrm{Sh}\, x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\mathrm{Ch}\, x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\mathrm{Th}\, x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$$

$$\mathrm{Cth}\, x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$\mathrm{Th}\, ix = i\, \mathrm{tg}\, x$$

$$\mathrm{Cth}\, ix = i\, \mathrm{ctg}\, x$$

$$\mathrm{Sh}^{-1} x = \ln (x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$\mathrm{Ch}^{-1} x = \ln (x + \sqrt{x^2 - 1})$$

$$\mathrm{Th}^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + x}{1 - x} = -\frac{1}{2} \ln \frac{1 - x}{1 + x} \qquad (x < 1)$$

$$\mathrm{Cth}^{-1} x = \frac{1}{2} \ln \frac{x + 1}{x - 1} = -\frac{1}{2} \ln \frac{x - 1}{x + 1} \qquad (x > 1)$$

$$\mathrm{Th}\, (x \pm y) = \frac{\mathrm{Th}\, x \pm \mathrm{Th}\, y}{1 \pm \mathrm{Th}\, x\, \mathrm{Th}\, y}$$

$$\mathrm{Cth}\, (x \pm y) = \frac{1 \pm \mathrm{Cth}\, x \cdot \mathrm{Cth}\, y}{\mathrm{Cth}\, x \pm \mathrm{Cth}\, y}$$

$$\frac{A + B}{A - B} = \mathrm{Cth} \left[\ln \left(\frac{A}{B} \right)^{1/2} \right]$$

$$\frac{A + B\, e^{-2x}}{A - B\, e^{-2x}} = \mathrm{Cth} \left(x - \frac{1}{2} \ln \frac{B}{A} \right)$$

$$\frac{A - B\, e^{-2x}}{A + B\, e^{-2x}} = \mathrm{Th} \left(x - \frac{1}{2} \ln \frac{B}{A} \right)$$

$$\frac{A + B\, \mathrm{Cth}\, x}{B + A\, \mathrm{Cth}\, x} = \mathrm{Th} \left(x + \mathrm{Cth}^{-1} \frac{B}{A} \right) \qquad (A > B)$$

$$\frac{A + B\, \mathrm{Th}\, x}{B + A\, \mathrm{Th}\, x} = \mathrm{Th} \left(x + \mathrm{Th}^{-1} \frac{A}{B} \right) \qquad (A < B)$$

Bibliografía

1. Bases Físicas y Matemáticas.

ARFKEN, GEORGE (1970). Mathematical Methods for Physicists. Academic Press. London, 816 págs.

BATEMAN, H. (1964). Partial differential equations of Mathematical Physics. Cambridge University Press. 522 págs.

BLACKMAN, R. B. y J. W. TUKEY (1959). The measurement of power spectra. Dover Publications, Inc. New York. 190 págs.

BRACEWELL, R. (1965). The Fourier transforms and its applications. Mc Graw Hill. New York.

BREKHOVSKIKH, L. M. (1960). Waves in Layered Media, Academic Press. New York.

FOSTER, M. R. y N. J. GUINZY (1967). The coefficient of coherence: It estimation and use in geophysical data processing. *Geophysics*, **32**, p. 602-616.

HAWELKA, R. (1931). Vierstellige Tafeln der Kreis und Hyperbel funktionen sowie ihrer umkehrfunktionen im komplexen. Elektrotechnischer Verein, Berlín, 1931. 109 págs.

JORDAN, E. C. y K. G. BALMAIN (1973). Ondas electromagnéticas y sistemas radiantes. Editorial Paraninfo (Madrid) 823 págs.

KING, RONOLD W. P. (1963). Fundamental Electromagnetic Theory. Dover Publications. Nueva York. 580 págs.

KOEFOED, O. (1967). Units in Geophysical Prospecting. *Geoph. Prosp.* XV, p. 1-6.

KRAICHMAN, M. B. (1970). Handbook of electromagnetic Propagation in conducting Media. U. S. Naval Ordnance Lab. *NAVMAT* P-2302. Superintendent of Documents. Washington. 111 págs.

LEE, Y. W. (1967). Statistical Theory of Communication. Wiley. New York, 509 págs.

LORRAIN, PAUL y DALE R. CORSON (1972). Campos y ondas electromagnéticas. Selecciones Científicas. Madrid. 772 págs.

O'RAHILLY, ALFRED (1965). Electromagnetic Theory. Dover Publications. Nueva York. Dos volúmenes, con 884 págs.

PALACIOS, JULIO (1964). Análisis Dimensional, 2.ª edición. Espasa-Calpe, Madrid. 271 págs.

PALACIOS, JULIO (1959). Electricidad y Magnetismo. Espasa-Calpe, Madrid. 468 págs.

√PAPOULIS, ATHANASIOS (1962). The Fourier Integral and its applications. Mc Graw Hill. New York. 318 págs.

PETIT BOIS, G. (1961). Tables of Indefinite Integrals. Dover Publications. New York. 150 págs.

√SCHWARTZ, L. (1969). Métodos matemáticos para las ciencias físicas. Selecciones Científicas. Madrid. 417 págs.

SOLODOVNIKOV, V. V. (1960). Introduction to the statistical dinamics of automatic control systems. (Traducción del ruso). Dover Publications. New York. 307 págs.

√[redacted]

UDIAS, AGUSTÍN y LÓPEZ ARROYO, ALFONSO (1970). Análisis de frecuencias y su programación. *Revista de Geofísica,* **29**, págs. 1-39.

WAIT, J. R. (1962). Electromagnetic Waves in Stratified Media. Pergamon Press. Oxford. 372 págs.

WATSON, G. N. (1966). A treatise on the Theory of Bessel functions. Cambridge University Press. 804 págs.

[redacted]

2. Prospección Geofísica en general.

ALLEN, S. J. (1971). Geophysical Activity in 1969. *Geophysics,* **36**, p. 189-210.

ASTIER, J. L. (1971). Geophysique appliquée a l'hidrogeologie. Masson, París. 277 págs.

√GRANT, F. S. y WEST, G. F. (1965). Interpretation Theory in Applied Geophysics. Mc Graw-Hill Book Co. New York. 583 págs.

HEILAND, C. A. (1946). Geophysical Exploration. Prentice-Hall. New York. 1013 págs.

JAKOSKY, J. J. (1950). Exploration Geophysics. Trija Publishing Co. 1195 págs.

KELLER, GEORGE, V. (1968). Electrical Prospecting for Oil. *Quart. Colo. Sch. of Mines,* v. **63**, núm. 2, 268 págs.

√KELLER, G. V. y FRISCHKNECHT, F. C. (1966). Electrical Methods in Geophysical Prospecting. Pergamon Press. Oxford. 519 págs.

KRAJEW, A. P. (1957). Grundlagen der Geoelektrik. VEB Verlag Technik. Berlín. 358 págs. (Traducción de la obra original en ruso de 1952).

PARASNIS, D. S. (1970). Principios de Geofísica Aplicada. (Traducción Orellana). Paraninfo. Madrid, 208 págs.

PARASNIS, D. S. (1971). Geofísica Minera. (Traducción Orellana). Editorial Paraninfo. Madrid. 376 págs.

TARKHOV, A. G. (director). (1963). Spravochnik Geofizika. Tom III. Elektrorazvedka. Moscú. 582 págs.

VARIOS (1966-7). Mining Geophysics. Soc. of Exploration Geophysics. Tulsa, Oklahoma. Dos vols. con 500-708 págs.

VARIOS (1958). Geophysical Surveys in Mining, Hydrological and Engineering Projects. Editado por la EAEG. La Haya. 270 págs.

VARIOS (1969). Mining and Groundwater Geophysics 1967. Geological Survey of Canada. Econ. Geol. Rep. núm. 26. Ottawa, 722 págs.

YAKUBOSKIY, YU. V. y LIAKHOV, L. L. (1964). Elektrorazvedka. Nedra, Moscú, 420 págs.

ZABOROSVSKIY, A. I. (1963). Elektrorazvedka. Gostoptehizdat. Moscú.

2. Campos electromagnéticos sobre estructuras geológicas estilizadas (dispersión electromagnética).

BEZVODA, VACLAV (1970). Fixed Source System in a Conductive Environment. *Geoph. Prosp.* **18**, p. 47-55.

BEZVODA, V. y SEGETH, K. (1970). A two-layer Ground in the Field of an Infinitely Long Cable. *Geoph. Prosp.* **18**, p. 343-351.

BHATTACHARYYA, B. K. (1956). Field on earth's surface due to a transient electromagnetic disturbance. *Jour. Technology,* **1**, p. 151-161.

BHATTACHARYYA, B. K. (1959). Electromagnetic fields of a transient magnetic dipole on the earth's surface. *Geophysics,* **24**, p. 89-108.

BHATTACHARYYA, B. K. (1963). Electromagnetic fields of a vertical magnetic dipole placed above the earth's surface. *Geophysics,* **28**, p. 408-426.

BURSIAN, V. R. (1936). Teoriya elektromagnitnikh polei, primenyaemikh v elektrorazvedke. Peremennie polya. Universidad de Leningrado.

COGGON, J. H. (1971). Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method. *Geophysics.* **36**, p. 132-155.

DIZIOGLU, MEHMET, Y. (1967). Response of a two layer ground to an infinite cable carrying alternating current with reference to Turam anomalies. *Geoph. Prosp.* **15**, pág. 438-444.

FRISCHKNECHT, F. C. (1967). Fields about an oscillating magnetic dipole over a two-layer earth, and application to ground and airborne electromagnetic surveys. *Quart. Colorado Sch. Mines. vol.* **62**, 326 págs.

FULLER, B. D. (1971). Electromagnetic response of a conductive sphere surrounded by a conductive shell. *Geophysics,* **36**, p. 9-24.

GEYER, RICHARD G. (1972). The effect of a dipping contact on the behavior of the electromagnetic field. *Geophysics,* **37**, p. 337-350.

GREENFIELD, ROY J. (1971). The electromagnetic response of a conducting disk for use in AFMAG interpretation, *Geophysics,* **36**, p. 723-738.

HOHMANN, GERALD W. (1971). Electromagnetic Scattering by conductors in the earth near a line source of current. *Geophysics,* **36**, p. 101-131.

KHOMENYUK, YU, V. (1963 a). A generalized transient characteristic and its application in direct and inverse problems of the transient process method for certain bodies embeded in non conducting media. *Izv. Akad. Nauk SSSR* Ser. *Geofiz.* n. 8, p. 749-751 (edición en inglés).

KHOMENYUK, YU, V. (1963 b). Integral characteristic of transient processes in Electric Exploration. *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Geofiz.* n. 9 p. 842-844 (edición en inglés).

KOEFOED, O. y STRUYK, A. P. (1969). The electrical currents pattern induced by an oscillating magnetic dipole in a semi-infinite conductive thin plate. *Geoph. Prosp.* **17**, p. 182-195.

KOEFOED, D. y KEGGE, G. (1968). The electrical current pattern induced by an oscillating magnetic dipole in a semi-infinite thin plate of infinitesimal resistivity. *Geoph. Prosp.* **16**, p. 144-158.

KOSENKOV, O. M. (1963). The electromagnetic Field of a Circular Loop at the Earth-Air Boundary. *Izv. Akad. Nauk. SSSR.* (edición en inglés), p. 1122-1127.

LAMONTAGNE, Y. y WEST, G. P. (1971). EM response of a rectangular thin plate. *Geophysics,* **36**, p. 1204-1222.

LOWRIE, W. and WEST, G. F. (1965). The effect of a conducting overbur-burden on electromagnetic prospecting measurements. *Geophysics,* **30**, p. 624-632.

MALMQUIST, D. (1965). A numerical calculation of the electromagnetic field from a vertical and a horizontal magnetic dipole above a homogeneous earth. *Geoexploration,* **3**, p. 175-227.

MARCH, H. W. (1953). The field of a magnetic dipole in the presence of a conducting sphere. *Geophysics,* **16**, p. 671-684

MUNDRY, E. (1967). The vertical magnetic field of an alternating current dipole for horizontally stratified media. *Geoph. Prosp.* **15**, p. 468-479.

NABIGHIAN, MISAC N. (1970). Quasi static transient response of a conducting permeable sphere in a dipolar field. *Geophysics,* **35**, p. 303-309.

NABIGHIAN, M. M. (1971). Quaši-static transient response of a conducting permeable two-layer sphere in a dipolar field. *Geophysics.* **36**, p. 25-37.

NEGI, J. G. (1962). Inhomogeneous Cilindrical Ore Body in presence of a time varying magnetic field. *Geophysics,* **27**, p. 386-392

NEGI, J. G. (1967). Electromagnetic screening due to a disseminated spherical zone over a conducting sphere. *Geophysics,* **32**, p. 69-87.

NEGI, J. G. *et al* (1972). Induction anomaly due to an elongated covered Ore-zone excited by a long current carrying cable. *Geoph. Prosp.* **20**, p. 193-211.

NIKITIN, V. N. (1956). Ob anomaliyakh peremennikh elektromagnitnikh polei nad tsilindricheskimi neodnorodnostyami. *Trudi Geofizicheskogo in-ta ANSSSR.* n. 32, p. 159.

NIKITIN, V. N. (1960). Raschet peremennogo elektromagnitnogo polya nad naklonnym plastom. *Izv. Ak. N. ser. geofiz.* núm. 3.

OBUKHOV, G. G. (1967). The fields of a horizontal electric dipole over an uneven insulating basement. *Exploration Geophysics* (trad. inglesa de Prikl. Geofizika) **50**, p. 100-106.

PARRY, J. R. y WARD, S. H. (1971). Electromagnetic scattering from a cylinder of arbitrary crossection in a conductive half-space. *Geophysics,* **36**, p. 67-100.

PETRAK, P. (1967). Campo normal de un cable recto infinitamente largo, para el método Turam (en checo). *Journal Geologicky pruzkum,* número 11. Praha.

PRICE, A. T. (1950). Electromagnetic induction in a semi-infinte conductor with a plane boundary. *Quart. Jour. Mech. and Appl. Math.,* **3**, p. 385-410.

RYU, J. et al (1970). Electromagnetic fields about a loop source of current. *Geophysics,* **35**, p. 862-896.

SOMMERFELD, A. (1987). Über verzweigte Potentiale in Raum. *London Math. Soc. Proc.* **28**, p. 395-429.

SOMMERFELD, A. (1926). Über die Ausbreitung der Wellen in der drathlosen Telegraphie. *Annalen der Physik.* 4, **81**, 6. 1135-1153.

STEFANESCU, S. S. (1942). Das elektromagnetische Normalfeld des wagerechten Niederfrequenzdipols. *Beitr. Z. angew. Geophys.* **9**, p. 201-223.

STRANGWAY, DAVID W. (1966). Electromagnetic scale modeling. En *Methods and Techniques* in *Geophysics.* Vol. II. Interscience Publ. London.

SWIFT, CHARLES M. (Jr.). (1971). Theoretical magnetotelluric and Turam response from twodimensional inhomogeneities. *Geophysics,* **36**, páginas 38-52.

VAN'YAN, L. L. (1959). Nekotorie voprosi teorii chastotnikh zondirovaniy gorizontal'nikh naplastovaniy. *Prikladnaya Geof.* **23**, p. 3-45.

VERMA, S. K. (1972). Quasi-static time domain electromagnetic response of a homogeneus conducting infinite cylinder. *Geophysics,* **37**, p. 92-97.

VERMA, S. K. y R. N. SINGH (1970). Transient electromagnetic response of an inhomogeneous conducting sphere. *Geophysics,* **35**, p. 331-336.

WAIT, J. R. (1953). The fields of a line source of current over a stratified conductor. *Appl. Sc. Research,* B 3, p. 279-292.

WAIT, J. R. (1951). A conducting sphere in a time-varying magnetic field. *Geophysics,* **16**, p. 666-672.

WAIT, J. R. (1952). The cylindrical ore body in the presence of a cable carrying an oscillating current. *Geophysics,* **17**, p. 378-386.

WAIT, J. R. (1953). Propagation of radiowaves over a stratified ground. *Geophysics,* **18**, p. 416-422.

WAIT (1953). A conducting permeable sphere in the presence of a coil carrying an oscilating current. *Can. Jour, Phys.* **31**, p. 670-679.
WAIT, J. R. (1954). Mutual coupling of wire loops lying on the ground. *Geophysics*, v. **19**, p. 290-296.
WAIT, J. R. (1959). On the Electromagnetic response of an imperfectly conducting thin dyke. *Geophysics*, **23**, p. 167-171.
WAIT, J. R. (1960). Some solutions for electromagnetic problems involving spheroidal, spherical, and cylindrical bodies, *J. Research Nat. Bur. Standards*, B 64, p. 15-32.
WAIT, J. R. (1961). The electromagnetic fields of a horizontal dipole in the presence of a conducting half-space. *Can. J. Phys.*, **39**, p. 1017-1028.
WAIT, J. R. y K. P. SPIES (1969). Quasi-static transient response of a conducting permeable sphere. *Geophysics*, **34**, p. 789-793.
WARD, S. H. (1971). Foreword and Introduction to Special Issue on electromagnetic scatering. *Geophysics*, **36**, p. 1-9.
WESLEY, J. P. (1958). Response of a Thin Dyke to an Oscillating Dipole. *Geophysics*, **23**, p. 134-143.
WOLF, A. (1946). Electric field of an oscillating dipole over the surface of a two layer earth. *Geophysics*, **11**, p. 518-534.

4. Sondeos por frecuencia variable o por transitorios.

ASTRAKHANTSEV, G. V. y V. C. TITLINOV (1971). Inductsionnoe chastotnoe zondirovanie pri poiskakh mestorojdeniy sul'fidnikh rud. *Razvedochnaya Geofizika*. 47 p. 61-65.
BITTERLICH, W. y KELLER, A. W. (1970). Determination of Electric Rock Parameters from the Field Structure of a Magnetic Dipole. *Geoph. Prosp.* **18**, p. 516-549.
CALLAHAN, W. H. y MCMURRY, H. V. (1967). Geophysical exploration of Mississipi Valley-Appalachian type strata-bound zinc-lead deposits. En *Mining and Groundwater Geophysics*/1967. Geol. Surv. of Canada. Economic Geology Report. n. 26.
DEY, A. y WARD, S. H. (1970). Inductive sounding of a layered earth with a horizontal magnetic dipole. *Geophysics*, **35**, p. 660-704.
FOMINA, V. I. (1966). Consideration of the Effect of Horizontal inhomogeneities in a section in surveys with the dipole sounding and transient sounding methods. *Exploration Geophysics* (Versión inglesa de *Prikl. Geof.*) n. 47, p. 69-82.
GOL'SHTEIN, B. L. y M. Z. SAFIN (1966). Transformation of transient curves into frecuency sounding curves. *Exploration Geophysics* (versión inglesa de *Prikladnaya Geofizika*), n. 47, p. 83-88.
KELLER, G. V. (1971). Natural-field and controlled-source methods in electromagnetic exploration. *Geoexploration*, **9**, p. 99-148.
MARECHAL, J. C. (1971). Melos: un procedimiento electromagnético de

sondeos de la resistividad del subsuelo. I. *Congr. Hispano-Luso-Americano de Geología Económica.* Madrid, Sección 6, p. 425-435.

MORRISON, H. F.; R. J. PHILIPS y D. P. O'BRIEN (1969) Quantitative Interpretation of Transient Electromagnetic Fields over a layered half-space. *Geoph. Prosp.* **17**, p. 82-101.

NUNIER, W. (1933). Messung der elektrischen Leitfähigkeit der Erde in verschiedenen Tiefen durch die von einem Kreisstrom induzierten Ströme. *Gerlands Beitr. Geophys,* 3, p. 370-391.

PATRA, H. P. (1970). Central Frequency Sounding in Shallow Engineering and Hydro-Geological Problems. *Geoph. Prosp.* **18**, p. 236-254.

VAN'YAN, L. L. (1959). Nekotorie voprosi teorii chastotnikh zondirovanii gorizontalnikh naplastovanii. *Prikladnaya Geofizica,* **23**, p. 3-45.

VAN'YAN *et al* (1967). Electromagnetic depth soundings. (Traducción del ruso por G. V. Keller). Consultants Bureau. Nueva York, 312 págs.

VAN'YAN, L. L., V. M. DAVIDOV, y E. I. TEREKHIN (1965). Concerning Some causes for the distorsion of transient sounding curves. *Prikladaya Geofizika,* 41 (versión inglesa en VAN'YAN *et al.* 1967).

5. Geomagnetismo y corrientes telúricas. Método magneto-telúrico.

ANISHCHENKO, G. N. (1965). Fazobie izmereniya y magnitotellurischeskoi radvedka. *Prikladnaya Geofizika,* n. 43, p. 70-82.

AVAGIMOV, A. A. *et al* (1969). Nekotorie movie razvabotki v oblasti magnitnotellurichescoi apparaturi. En *Magnetotelluric methods of structure studies of the earth's crust and upper mantle.* Nauka. Moscú. Págs. 250-255.

BARANOV, V. (1951). Interpretation quantitative des mesures en prospection par courants tellurique. III *World Petrol. Congr. La Haya.* 1 p. 646-653.

BARSCZUS, HANS G. (1970). Sondages géomagnetiques; Bibliographie. Office de la Recherche Scientifique et technique Outre Mer. M'Mour (Senegal), 36 págs.

BENDERITTER, Y. (1968). Apareillage magnétotellurique de prospection pétroliere. *Rev. Inst. Franc. Petrol.* 23, p. 608-18.

BERDICHESKIY, M. N. (1960). Elektricheskaya razvedka metodom telluricheskikh tolkov. Gostoptekhizdat, Moscú, 237 págs. (traducción al inglés por G. V. Keller en *Quart. Colorado School of Mines,* enero 1965, 216 págs.

BERDICHEVSKIY, M. N. (1960). Osnovi teorii magnitorelluricheskogo profilirovaniya. *Prikladnaya Geofizika,* n. 28, p. 70-91.

BERDICHEVSKIY, M. H. (1964). Lineinie suyazi v magnitotelluricheskom pole. *Prikladnaya Geofizika,* n. 38, p. 99-108.

BERDICHEVSKIY, M. N. (1968). Elektricheskaya Razvedka metodom magnitotellurischeskogo profilirovaniya, "Nedra", Mosú.

BERDICHEVSKIY, M. N., I. A. BEZRUK y V. N. KLUCHKIN (1966). Reduction of Data from magnetotelluric profiling by the method of interpolation. *Exploration Geophysics* (trad. inglesa de Prikladnaya Geofizika), 48, p. 93-104.

BERDICHEVSKIY, M. N., V. P. BUBNOV, y V. A. LIPILIN (1966). Combined magnetotelluric profiling. *Exploration Geophysics* (trad. inglesa de Prikladnaya Geofizika), 48, p. 84-91.

BERDICHEVSKIY, M. N. y FOMINA, V. I. (1966). Routine application of new methods in structural electrical exploration. *Prikladnaya Geofizika* n. 47. (Traducción inglesa en *Exploration Geophysics.* Consultants Bureau. Nueva York).

BERDICHEVSKIY, M. N. e I. N. ZAVADSKAYA (1966). Magnetotelluric profiling with the Real and Imaginary parts of the impedance. *Exploration Geophysics* (trad. inglesa de Prikladnaya Geofizika), 47, p. 64-68.

BERDICHEVSKIY, *et al* (1969). Ob ispol'zovani perekhodnikh kharakteristik pri MTZ. En *Magnetotelluric Methods of structure studies of the earth's and upper mantle,* Nauka, Moscú. Págs. 62-70.

BLAVIER, E. E. (1884). Estude des courants telluriques. Gauthier-Villars. París.

BLEIL, D. F. (1964). Natural Electromagnetic Phenomena below 30 Kc/s. Plenum Press. Nueva York. 470 págs.

[redacted].

CANTWELL, T. (1960). Detection and analysis of low-frequency magnetotelluric signals. Ph. D. Thesis M.I.T. Dept. of Geol. and Geophysics.

CATALÁN, MANUEL (1971). Magnetómetros de bombeo óptico. *Publicación* n. 3 del *Instituto y Observatorio de Marina.* Sección Geofísica. San Fernando (Cádiz). 24 págs.

CHAIZE, L. y M. LAVERGNE (1970). Signal et Bruit en magnétotellurique. *Geoph. Prosp.* **18**, p. 64-87.

CHAPMAN, S. y J. BARTELS (1951). Geomagnetism. 2 vols. Oxford University Press.

CHETAEV, D. N. (1957). Odna obratnaya zadacha teorii elektrorazvedki. *Izves. Akad. Nauk SSSR. Ser. geofiz.* p. 677-679.

COGGON, J. H. (1971). Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method. *Geophysics,* **36**, p. 132-155.

DE MIGUEL, LUIS (1969). Geomagnetismo. Instituto Geográfico y Catastral, Madrid. 150 págs.

DE MIGUEL, LUIS (1969). Estudio de anomalías magnéticas profundas en la Península Ibérica. Inst. Geogr. y Catrastral. Madrid. 16 págs.

DENISKIN, N. A. (1969). Magnito-tellurischeskoe zondirovanie Severnom Ledovitom Okeane. En *Magnetotelluric methods of structure studies of the earth's crust and upper mantle.* Nauka. Moscú. Págs. 215-219.

DMITRIEV, V. I. (1968). Calculation of the magnetotelluric field in a layer

with an arbitrarily shaped flexure of the lower surface for the case of H polarization. *Exploration Geophysics* (trad. inglesa de Priklad. Geof.) n. 51, p. 71-77.

d'ERCEVILLE, I., y KUNETZ, G. (1962). The effect of a fault on the earth's natural electromagnetic field, *Geophysics*, **27**, p. 651-655.

FOSTER, M. R. y N. J. GUINZY (1967). The coefficient of coherence; Its estimation and use in geophysical data processing. *Geophysics*, **32**, p. 602-617.

FOURNIER, H. G. (1963). La spectrographie directionelle magnetotellurique à Garchy (Nievre). *Ann. Geophysique*, **19**, n. 2.

FOURNIER, HUGO G. (1969). Ensayo histórico sobre los conocimientos magnetotelúricos (Trad. de Mercedes B. de O'Neil). Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Publicaciones del Observatorio del Ebro. Roquetas (Tarragona). 320 págs.

FOURIER, H. G., A. ADAM, L. DE MIGUEL, y E. SANCLEMENT (1971). Proposal for a first upper mantle magnetotelluric E-W profile across Europe. *Acta Geodact. Geophys. et Montanist. Acad. Sci. Hung.* **6**, p. 459-477.

GARLAND, G. D. (1960). Earth's currents. En *Methods and techniques in Geophysics*, edited by S. K. Runcorn, vol. I. Interscience, London.

GARLAND, GEORGE D. (1971). Introduction to Geophysics. Mantle, core and crust. W. B. Saunders, Philadelphia, págs. 266 y sgs.

GENDRIN, R. (1971). Phénomenes T.B.F. d'origine magnétospherique. *Handbuch der Physik*, Band XLIX/3 p. 461-523. Springer Verlag. Heidelberg.

GIRET, R. y L. MAZNAR (1965). Un nouveau magnétométre aérien. Le magnétométre a vapeur de caesium. *Geoph. Prosp.* **13**, p. 225-239.

GOUGH, D. I. y REITZEL, J. S. (1967). A portable three component magnetic variometer. *Journ. Geomag. and Geoelect.* **19**, p. 203.

HERMANCE, J. F. y W. R. PELTIER (1970). Magnetotelluric Fields of a Line current. *Jour. Geophys. Res.* **75**, p. 3351-6

JACOBS, J. A. (1970). Geomagnetic Pulsations. Springer-Verlag. Heidelberg. 180 págs.

JAIN, S. y C. D. V. WILSON (1967). Magnetotelluric investigations in the Irish Sea and Southern Scotland. *Geoph. Jour. R.A.S.* **12**, p. 165-169.

JONES, F. WALTER y ALBERT T. PRICE (1971). Geomagnetic effects of sloping and shelving discontinuities of earth conductivity. *Geophysics*, **36**, p. 58-66.

KELLER, G. V. (1971). Natural field and controlled-source methods in electromagnetic exploration. *Geoexploration*, **9**, p. 99-148.

KOBER, H. (1957). Dictionary of conformal representations. Dover Publications. New York. 208 págs.

KOLMAKOV, M. V. e I. A. ZELENTSOV (1962). The construction of induction pick-ups for magnetotelluric investigations. *Izvestiya Acad. Sci. URSS. Geoph. Ser.* Edición inglesa, p. 1481-1396.

KRILOV, S. M. *et al* (1969). Apparatura dlya izmereniya slabikh elektromagnitnikh poley v diapazone chastot 0,06-100 Hz. En *Magnetotelluric methods of structure studies of the earth's crust and upper Mantle.* Nauka, Moscú, págs. 242-249.

KUNETZ, GEZA (1956). Adwendung statischer Eingeschaften der Erdströme in der praktischen Geophysik. *Freiberger Forschungshefte.* C. 32. Akademie Verlag. Berlín, p. 5-19.

KUNETZ, G. (1961). Elimination de l'effet des vagabonds industriels dans une prospection par courantes telluriques. *Early papers and history of the EAEG,* p. 36-53.

KUNETZ, GEZA (1969). Traitement et interpretation des sondages magnetotelluriques. *Revue de l'Inst. Francais du Petrole,* **24**, p. 685-700.

KUNETZ, GEZA (1972). Processing and interpretation of magnetotelluric soundings. *Geophysics,* **37**, p. 1005-1021.

KUNETZ, G. y J. CHASTENET DE GERY (1952). Exemples d'application de la representation conforme a l'interpretation du champ tellurique. *Early Papers and History of the EAEG,* p. 115-131.

LAUNAY, L. (1970). Modeles réduits magnetotelluriques, principe et premiers resultats. Etude de "l'efect de bord de mer" influence de la forme de la côte. *Annales de Géophysique.* **26**, p. 805-810.

LI Y-SHU (1963). Calculating the parameters used in telluric current prospecting. *Geophysics,* **28**, p. 482-5.

LIPSKAYA, N. V. y M. N. BERDICHEVSKIY (Directores). (1969). Magnitnotelluricheskie metodi izucheniya stroeniya zemnoi kori i verkhnei mantii. Magnetotelluric methods of structure studies of the earth's crust and upper mantle (contiene 34 artículos) "Nauka", Moscú, 272 págs.

MADDEN, T. (1964). Spectral, cross-spectral, and bispectral analysis of low frequency electromagnetic data. en BLEIL, *Natural Electromagnetic phenomena below 30 kc/s.* Plenum Pres, págs. 429-450.

MIGAUX, L. (1951). Dix ans d'application de la methode tellurique. III *World Petrol. Congr.* La Haya, **1**, p. 624-645.

MITCHELL, B. J. y M. LANDISMAN (1971). Electrical and seismic properties of the earth's crust in the southwestern Great Plains of the U.S.A. *Geophysics,* **36**, p. 363-381.

NABETANI, S. y D. RANKIN (1959). An inverse method of magnetotelluric analysis for a multilayered earth. *Geophysics,* **34**, p. 75-96.

NEGI, J. G. y SARAF, P. D. (1972). Impedance of a plane electromagnetic wave at the surface of a layered conducting Earth with dipping anisotropy. *Geoph. Prosp.* **20**, p. 785-799.

OBUKHOV, G. G. (1962). Zadacha o magnitotelluricheskom pole v neodnorodnom sloe. *Prikladnaya Geofizika,* n. 35, p. 70-79.

OBUKHOV, G. G. (1967). Magnetotelluric field over a small wave-like irregularity in the surface of an insulating basement. *Exploration Geophysics* (trad. inglesa de Priklad. Geofizika) n. 49.

OBUKHOV, G. G. (1968). Behavior of horizontally polarized waves over a thin, non-uniform conducting layer resting on a perfectly conducting base. *Exploration Geophysics* (trad. inglesa de Prikl. Geof.) 51, p. 66-70.

O'BRIEN, D. P. y H. F. MORRISON (1967). Electromagnetic fields in an N-layer anisotropic half-space. *Geophysics,* **32,** p. 668-677.

PLOUFF, DONALD (1966). Magneto-telluric soundings in the southwestern United States. *Geophysics,* **34,** p. 1145-1152.

PORSTENDORFER, GOTTFRIED (1961). Tellurik. Grundlagen, Messtechnik und neue Einsatzmoglichkeiten. *Freiberger Foschunghefte.* C. 107, 196 págs.

PRICE, A. T. (1962). The theory of magneto-telluric methods when the source field is considered: *Jour. Geoph. Res.* **67,** p. 1907-1918.

RANKIN, D. (1962). The magnetotelluric effect of a dike. *Geophysics,* **27,** p. 666-676.

RANKIN, D. e I. K. REDDY (1969). A magnetotelluric study of resistivity anisotropy. *Geophysics,* **34,** p. 438-449.

REDDY, I. K. y DAVID RANKIN (1971). Magnetotelluric measurements in Central Alberta. *Geophysics,* **36,** p. 739-753.

REDDY, I. K. y D. RANKIN (1971) Magnetotelluric effect of dipping anisotropies. *Geoph. Prosp.* **19,** p. 84-97.

RIKITAKE, T. (1966). Electromagnetism and the Earth's interior. Elsevier, Nueva York, 308 págs.

ROY, K. K. (1969). Theoretical and Model Investigations on Electrotelluric Field Response of some Geological Inhomogeneities. Thesis, Indian Inst. of Technology. Kharagpur, India. 242 págs.

SCHLUMBERGER, M. (1939). The aplication of Telluric Currents to Surface Prospecting. *Trans. Amer. Geoph. Union,* 3, p. 271-277.

SCHLUMBERGER, MARCEL, y GEZA KUNETZ (1946). Variations rapides et simultanées du champ tellurique en France et a Madagascar. *C.R. Acad. Sciences,* v. **223** (7 octubre), p. 551-553.

SCHMUCKER, U. y J. JANKOWSKI (1972). Geomagnetic induction studies and the electrical state of the upper mantle. *Tectonophysics,* **13,** p. 233-256.

SIBUET, JEAN-CLAUDE (1968). Etude des variations transitoires du champ magnetique terrestre a l'observatoire Averroes (Maroc) et dans les observatoires environnants. Thesis, Université de Strasbourg. 98 págs.

SILVESTER, P. y C. R. S. HASLAM (1972). Magnetotelluric modelling by the finite element method. *Geoph. Prosp.* **20,** p. 872-891.

SIMS, W. E. y F. X. BOSTICK, Jr. (1969). Methods of magnetotelluric analysis, EGRL Tech. Rep. n. 58. Univ. of. Texas. Austin.

SIMS, W. E., F. X. BOSTICK (Jr.) y H. M. SMITH (1971). The estimation of magnetotelluric impedance tensor elements from measured data. *Geophysics,* **36,** p. 938-942.

SLANKIS, J. A., W. M. TELFORD y A. BECKER (1972). 8-hz telluric and magnetotelluric prospecting. *Geophysics,* **37,** p. 862-878.

SRIVASTAVA, S. P., J. L. DOUGLAS, y S. H. WARD (1963). The application of

the magnetotelluric and telluric methods in Central Alberta. *Geophysics*, **28**, p. 426-446.

SWIFT, C. M. (1961). A magnetotelluric investigation of an electrical conductivity anomaly in the southwestern United States. Ph. D. Thesis, M.T.I. 211 págs.

SWIFT, CHARLES M. Jr. (1971). Theoretical magnetotelluric and Turam response from two-dimensional inhomogeneities. *Geophysics*, **36**, páginas 38-52.

SWIFT, D. W. y V. P. HESSLER (1964). A comparison of telluric current and magnetic field observations in the Artic Ocean. *J. Geoph. Res.* **69**, número 9.

TIKHONOV, A. (1950). Ob opredelenii elektricheskikh kharasteristik glubokikh sloev zemnoy kori. *Dokl. Akad. Nauk* SSSR, 73, p. 295-297.

TIKHONOV, A. N., N. V. LIPSKAYA, y B. M. YANOSKY (1964). Some results of deep magneto-telluric investigations in the USSR. *Journ. Geomag. and Elect.* 15, p. 275-279.

UTZMANN, R. (1959). Die Anwendung von Modellen in der elektrischen Prospektion. *Freiberger Forschunghefte* C 60, p. 86-101.

VOZOFF, KEEVA (1972). The magnetotelluric method in the exploration of sedimentary basins. *Geophysics*, **37**, p. 98-142.

VOZOFF, K. y ROBERT M. ELLIS (1966). Magneto-telluric measurements in southern Alberta. *Geophysics*, **34**, p. 1153-1157.

VOZOFF, K. y C. M. SWIFT, Jr. (1968). Magnetotelluric measurements in the North German Basin. *Geoph. Prosp.* **16**, p. 454-473.

WAESELYNCK, M. Y. R. (1966). Méthode magnétotellurique. Depouillement des résultats par correlation. *Onde eléctrique* **46**, p. 1121-1124.

WAIT, J. R. (1954). On the relation between telluric currents and the earth's magnetic field. *Geophysics* **19**, p. 281-285.

WESTERLUND, S. y H. JOHANSSON (1971). Equipment for magnetotelluric measurements in the frequency range 0,01 Hz to 10 kHz. Kiruna Geophysical Observatory, Report n. 713, 36, 36 págs.

WESCOTT, E. M. y V. P. HESSLER (1960). The effect of topography and geology on telluric currents *Geoph Inst. Univ. Alaska, Sc. Rep.* n. 3, p. 1-92. *J. Geoph. Des.* **67**, 4813-4823.

WORD, D. R., H. W. SMITH y F. X. BOSTICK, J. (1969). An investigation of the magnetotelluric tensor impedance methods. *E. G. R. L. Tech. Rep.* n. 82. University of Texas. Austin.

WU, FRANCIS T. (1968). The inverse problem of magnetotelluric sounding. *Geophysics* **33**, p. 972-979.

YAKOVLEV, I. A. (1965). Kartirovanie Krovli nizcoomnikh otlozhenii medotom tellurichevskikh tokov. *Prinkladnaya Geofizika*, n. 43', p. 60-82.

YUNGUL, S. H. (1961). Magnetotelluric sounding three-layer interpretation curves. *Geophysics*, **26**, p. 465-473.

YUNGUL, S. H. (1966). Telluric sounding -A magnetotelluric method without magnetic measurements. *Geophysics*, **31**, p. 185-191.

YUNGUL, S. (1968). Measurement of telluric "relative ellipse area" by means of "vectograms". *Geophysics*, **33**, p. 127-131.

ZAVADSKAYA, T. N. (1964). Graficheskoe postroenie krivikh magnitotelluricheskogo zondirovaniya. En *Magnetotelluric Methods of structure studies of the earth's crust and upper mantle*. Nauka. Moscú. p. 55-61.

6. Calicatas electromagnéticas terrestres.

ANDERSON, CHRIS D., y D. B. SUTHERLAND (1971). DPM-1 : A long-wire dip-angle electromagnetic method. *Geophysics*, **36**, p. 1223-1231.

BOSSCHART, R. A. (1964). Analitical Interpretation of fixed source data. Thesis. Univ. Delft. 102 págs.

BRAEKKEN, H. (1961). Deep ore exploration by electrical methods. *Geoph. Prosp.*, **9**, p. 144-162.

BRAEKKEN, HAAKON (1964). The Cross-Ring system, a multipurpose electromagnetic variant, with some model and field observations. *Geoexploration* **2**, p. 36-50).

BRODOVOY, V. V. (1969). Novol v metodike geofizicheskikh poikov rudnikh mestorozhdeny v Kazakhstane. *Razvedka* i *Okhrana Nedr.* **35**, n. 6, p. 36-42.

CRONE, J. D. (1966). The development of a new ground EM method for use as a reconnaissance tool. En *Mining Geophysics*, vol. I, p. 151. Tulsa.

DUCKWORTH, K. (1972). Turam Interpretation by Curve matching using a Line current Approximation. *Geoph. Prosp.* **20**, p. 514-528.

ENSLIN, J. F. (1955). A new electromagnetic field technique. *Geophysics*, **20**, p. 318.

ERSHOV, E. M. *et al.* (1964). Primenenie metoda induktsii pri reshenii zadach geologicheskogo kartirovaniya. *Trudi mezhvuzovskoy nauchnoy Konferentsii po induktivnim metodam rudnoy geofiziki* (noyabrya-1961) "Nedra", Moscú, págs. 175-182.

FOCKEN, C. M. (1937). The Sundberg inductive method. *Quart. Colorado Sch. Mines*, 32, p. 225-252.

GAUR, V. K. y O. P. VERMA (1971-1973). Enhancement of electromagnetic anomalies by a conducting overburden. I. *Geoph Prosp.* **20**, p. 580-605. II. *Geoph. Prosp.* **21**, p. 159-184.

GRAF, A. (1934). Theoretische Grundlagen der Ringsendenmethode. *Gerlands Beitr. Geoph.* **4**, p. 1.

HEDSTRÖM, HELMER (1937). Phase measurements in electrical prospecting. Trans. A.I.M.M.E. n. 827, 19 págs.

KAMENSKIY, F. M. *et al.* (1964). Ob odnom sposobe ploshchadnij isledovani metodom perekhodnikh protsessov. *Trudi mezhvuzovskoi nauchnoy konferentsii po induktivnim metodam* (Noyabria 1961). Nedra, Moscú.

KOENIGSBERGER, J. (1933). Induktionsmessung im Zentrum einer Kreisschleife zur Leitfähigkeitsbestimmung in der Erde. *Gerlands Beitr. Geoph.* **3**, p. 392-407.

KOVALENKO, V. F. (1964). Sovremennoe sostoyanie i napravlenie razoitie metoda perekhodnikh protsessov. *Trudi mezhvuzovskoi nauchnoy konferentsii po induktivinim metodam* (Noyabria 1961). Nedra, Moscú.

MAC LAUGHLIN, G. H. (1967). Developments in electro-magnetic instrumentation. UNO Seminar, Moscú.

PARASNIS, D. S. (1966). Electromagnetic Prospecting-C. W. techniques. *Geoexploration* **4**, p. 177-208.

PARASNIS, S. D. (1971). Analysis of some Multifrequency Multi-Separation Electromagnetic Surveys. *Geoph. Pros.* **19**, p. 163-179.

SUNDBERG, K. (1931). Principles of the Swedish geoelectrical methods. *Gerlands Beitrage Geophyzik. Erganzunhefte*, **1**, *p.* 298.

SUNDBERG, K. y HEDSTROM, H. (1934). Structural investigations by electromagnetic methods. *World Petr. Cong. Proc.* B (I), p. 107.

STRANGWAY, D. W. (1966). Electromagnetic parameters of some sulfide orebodies. *Mining Geophysics*, vol. I, pág. 227-242 SEG. Tulsa.

VELIKIN, A. B., y BULGAKOV, YU I. (1967). Transient method of electrical prospecting (one loop version). UNO Seminar, Moscú.

VERMA, R. K. (1973). Topographic effects on Electromagnetic Depth Sounding Systems. *Geoph Prosp.* **21**, p. 1-25.

WARD, S. H. y ROGERS, G. R. (1967). Introduction, en Mining Geophysics, vol. II. SEG. Tulsa.

WINKLER, H. A. (1966). Fundamentals of electromagnetic methodology. *Geophysics*, **31**, p. 627-629.

YAKUBOVSKIY *et al.* (1960). O vozmojnostyakh metoda stanovleniya pri poiskakh khrosho provodyashchikh rud. *Izv. MVO SSR, Geologiya* i *razvedka*, n. 3.

7. Métodos hertzianos y Afmag.

BAHAR, E. (1971). Radio-wave Method for Geophysical Prospecting. *Journ. Geophys. Res.* **76**, p. 1921-1928.

CLOOS, *E.* (1934). Auto-radio als Hilfsmittel geologischer Kartierung. *Z. für Geophysik*, **10**, p. 252.

CLOOS, E. (1934). Auto-radio as an aid in geologic mapping. *Amer. Jour. of Science*, **28**, p. 225-268.

COLLET, L. S. (1967). Resistivity Mapping by electromagnetic methods. *Mining and Groundwater Geophysics* 1967. *Geol. Survey of Canada. Econ. Geol. Report*, n. 26, p. 615-625.

DAEV, D. S., A. I. SERDINOW y A. G. TARHOV (1963). Model Simulation of Problems Bearing Upon the Method of Radio-Wave Sounding. English Edition of *Izvestiya Akad. Nauk SSSR*. pág. 573-579.

DOSTOVALOV, B. N. (1946). Metodika i praktike proveschivaniya gornikh porod elektromagnitnimi volnami. *Vestn. Ak. Nauk. SSSR*, n. 8-9.

IVANOV, V. N., A. D. PETROVSKIY, V. I. PRIVEZENTSEV (1969). Ispol'zovanie dannikh radiovolnovo prosvechivaniya pri razvedke mednonikelogo mestorozhdeniya. *Razvedka i Okhrana Nedr*, **35**, n. 4, p. 29-33.

FRASER, D. C. (1969). Contouring of VLF-EM data. *Geophysics*, **34**, p. 958-967.

GRININ, A. I. *et al* (1969). Primenenie radiovolnogo i p'ezoelektricheskogo metov issledovaniy pri poiskakh khrustalenosnikh pegmatitov. *Razvedka i Okhrana Nedr*. **35**, n. 4.

MC GEHEE, F. M. Sr. (1954). Propagation of radio frequency energy through the earth. *Geophysics*, **19**, p. 459-477.

NORTON, K. A. (1937). The propagation of radio waves over the surface of the earth and the upper atmosphere. *Proc. I.R.E.* **25**, p. 1203.

NORTON, K. A. (1941). The calculation of ground wave field intensity over a finitely conducting spherical earth, *Proc.* I.R.E., **29**, p. 623-639.

PAAL, G. (1965). Ore prospecting based on VLF-radio signals. *Geoexploration*, **2**, p. 139-147.

PATERSON, NORMAN R. y VAINO RONKA (1971). Five Years of surveying with the very low frequency-electromagnetics method. *Geoexploration*, **9**, p. 7-26.

PRITCHETT, W. C. (1952). Attenuation of radio-frecuency waves through the earth. *Gephysics*, **17**, p. 193-217.

ROGACHEV, B. V., E. S. SEDEL'NIKOV, V. M. GNIDCHIN (1969). Poiski i razvedka zolotokvarstevikh zhil s ponioshchyu izucheniya polei sverkhdlinnosvolno svikh radiostantsiy, *Razvedka i Okhrana Nedr*, **35**, p. 41-43.

SUTHERLAND, DON B. (1967). AFMAG for electromagnetic mapping. *Mining and Groundwater Geophysics* 1967. *Geol. Survey of Canada. Econ. Geol. Report*, n. 26, p. 228-237.

TARKHOV, A. G. (1961). Osnovi geofizichescoy razvedki metodom radiokip. Gosgeoltekhizdat, Moscú.

WAIT, J. R. (1962). Introduction to the theory of VLF propagation. *Proc. IRE*, **50**, p. 1624.

WARD, H. H. *et al.* (1966). AFMAG - Applications and limitations. *Geophysics*, **31**, pág. 576-605.

WARD, S. H. *et al* (1968). Afmag - Interpretation. *Geophysics*, **33**, p. 621-644.

WARD, S. H. (1959). AFMAG-Airborne and Ground, *Geophysics*, **24**, p. 671-789.

8. Prospección electromagnética aérea.

BARRINGER, A. R. (1967). Regional reconnaissance technique as applied to exploration. *Mining and Groundwater Geophysics* 1967. *Geological Survey of Canada. Econ. Geol. Rep.* n. 26; págs. 202-210.

BARRINGER, A. R. (1971). Airbone exploration. *Mining Magazine* **124**, n. 3.

BAUDOIN, P., G. DUROZOY y M. UTARD (1967). Etude par prospection electromagnétique aerienne d'un contact eau douce-eau salée dans le delta du Rhone. *Mining and Groundwater Geophysics* 1967. *Geological Survey of Canada. Econ. Geol. Report,* n. 26.

BECKER, A. (1969). Simulation of time-domain airbone, electromagnetic system response. *Geophysics,* **34**, p. 789-793.

BOYD, D. y ROBERTS, B. C. (1961). Model experiments and survey results from a wingtip-mounted electromagnetic prospecting system. *Geoph. Prosp.* **9**, p. 411-420.

HEDSTRÖM, H. y PARASNIS, D. S. (1958). Some models experiments relating to electromagnetic prospecting with special reference to airborne work. *Geoph. Prosp* **6**, p. 322-341.

HEDSTRÖM, H. y PARASNIS, D. S. (1959). Reply to comments by N. R. Paterson, *Geoph. Pros.* 7, p. 448-470.

KUZOVKIN, S. K. (1964). On the calculation of noise from geometric changes in some inductive systems of airborne electromagnetic prospecting. *Izvestiya Acad. Sci U.R.S.S. Geoph. Ser.* English. ed. p. 914-919.

NELSON, P. H. *y* D. B. MORRIS (1969). Theoretical response of a time-domain, airborne, electromagnetic system. *Geophysics,* 34, p. 729-738

PATERSON, N. R. (1959). Comments on paper by Hedström and Parasnis. *Geoph. Prosp.* 7, p. 435-447.

PATERSON, N. R. (1961). Experimental and field data for the dual frequency phase shift method of airborne electromagnetic prospecting. *Geophysics,* **26**, p. 601-617.

PATERSON, N. R. (1966). Mattagami Lake Mines-a discovery by Geophisics. *Mining Geophysics,* vol. I. págs.

PATERSON, NORMAN, R. (1967). Exploration for massive sulphides in the Canadian Shield. En *Mining and Groundwater Geophysics* 1967. *Economic Geol. Rep.* n. 26. Geological Survey of Canada, p. 275-289.

PEMBERTON, ROGER, H. (1962). Airborne electromagnetics in review. *Geophysics,* **27**, p. 691-713.

PODOLSKY, G. (1966). An evaluation of an airborne electromagnetic anomaly in northwestern Quebec. *Mining Geophysics* vol. I. SEG. Tulsa.

WARD, S. H. (1967 b). Airborne electromagnetic methods. *Mining and Groundwater Geophysics* 1967. *Geol. Survey of Canada. Econ. Geol. Rep.* n. 26, p. 81-108.

WIDUWILT, W. G. (1962). Interpretation techniques for a single -frequency airborne electromagnetic devise. *Geophysics,* **27**, p. 493-506.

9. Polarización Inducida.

ALEKSEEV, A. M. *et al* (1960). Essai d'emploi de la nouvelle station de prospection electrique V. P.-59 pour les travaux selon la methode de la

polarisation induite. *Razvedka i Okhrana Nedr* núm. 1 p. 47-50 (edición en francés del BRGM).

BLEIL, D. F. (1953). Induced polarization, a method of geophysical prospecting. *Geophysics,* **18,** 638-661.

DIETER *et al* (1969) IP and resistivity type curves for three-dimensional bodies, *Geophysics,* **34,** p. 615-632.

HALLOF, PH. G. (1964). A comparison of the various parameters employed in the variable frequency induced-polarization method. *Geophysics,* **29,** p. 425-433.

KOMAROV, V. A. (1967). The importance of induced polarization method for the exploration of ore deposits. En *Mining and Groundwater Geophysics,* 1967. Geol. Surv. of Canada, Economic Geology Report n. 26.

OGILVI, A. A. y E. N. KUZMINA (1972). Hydrogeologic and engineering-geologic possibilities for employing the method of induced potentials. *Geophysics* **37,** p. 879-888.

PARASNIS, D. S. (1967). Some recent geoelectrical measurements in the Swedish sulphide ore fields. En *Mining and Groundwater Geophysics* 1967. Geol. Surv. of Canada. Economic Geology Report. n. 26.

PATELLA, D. (1972). An interpretation theory for Induced Polarization-Vertical soundings (Time-domain) *Geoph. Prosp.* **20,** p. 561-579.

PHAM, VAN NGOC, J. ROUSSEL y D. TOURNIER (1970). Remarques sur l'interpretation des sondages de polarization provoquée. Essai de theorie quantitative. *Geoph. Prosp.* **18** p. 34-46.

RODIONOV, P. F. *et al* (1971). Primenenie metode VP na peremennon toke pri poiskakh rudnikh mestorozhdeniy. *Razvedka i Okhzana Nedr.* **73,** n. 4, p. 46-50.

SCOTT, W. J. y G. F. WEST (1969). Induced polarization of synthetic, high-resistivity rocks containing disseminated sulfides. *Geophysics,* **34,** p. 87-101.

SEIGEL, H. O. (1959). Mathematical formulation and type curves for induced polarization *Geophysics,* **24,** p. 547-565.

SEIGEL, H. O. (1962). Induced Polarization and its Role in Mineral Exploration. *Canadian Mining and Metall. Bull.* Abril 1962.

SEIGEL, H. O. (1967). The induced polarization method. En *Mining* and *Groundwater Geophysics* 1967. Geol. Sur. of Canada. Economic Geology Report, n. 26.

SUMI, F. (1965). Prospecting for non-metallic minerals by induced polarization. *Geoph. Pros.* **13,** p. 603-616.

SUMNER, J. S. (1967). Geophysical aspects of porphyry copper deposits. En *Mining and Groundwater Geophysics,* 1967. Geol. Surv. of Canada, Econ. Geol. Rep. n. 26.

WAIT, JAMES, R. (Editor) (1959). Overvoltage Research and Geophysical Applications. Pergamon. Press. London. 158 págs.

ZONGE, K. L., W. A. SAUCK y J. S. SUMNER (1972). Comparison of time frequency, and phase measurements in induced polarization. *Geoph Prosp.* **20**, p. 626-648.

(10) Testificación eléctrica.

BACON, LLOYAL, O. (1965). Induced-polarization logging in the search for native copper. *Geophysics,* **30**, p. 246-256.

DAKHNOV, V. N. (1959). Geophysical well logging. Traducción en inglés de la obra rusa, en *Quart Colorado School of Mines,* **57**, n. 2.

DESBRANDES, R. (1965). Cours de diagraphies. Inst. Franc. du Pétrole. Editions Technip.

GUYOD, H. (1955). Electric analogue of Resistivity Logging. *Geophysics,* **20**, p. 615-629.

GUYOD, HUBERT (1957). Electric Detective. Investigation of Ground water supplies with electric well logs. *Water Well Journal,* n. 3 y 5.

GUYOD, HUBERT (1966). Interpretation of electric and gamma ray logs in water wells. *The Well Log Analysts.* Enero-Marzo.

GUYOD, HUBERT y LEMAY E. SHANE (1969). Geophysical Well Logging. Hubert Guyod, Houston, vol. I, 256 págs.

JOHNSON, HAMILTON M. (1962). A History of well logging. *Geophysics,* **27**, p. 507-527.

LEBRETON, F. (1962). Utilisation practique des diagraphies. Edition Technip.

PIRSON, S. J. (1963). Handbook of Well Log Analysis. Prentice Hall, New Jersey, 326 págs.

PIRSON, SYLVAIN J. (1970). Geologic well log analysis. Gulf Publishing Co. Houston, Texas. XII, 370 págs.

SCHILLINGER, ALVIN W. (1964). Calumet Successfully uses I. P. probe underground to boost Ore Discoveries. *Mining Engineering,* p. 83-88.

VARIOS (1970). Borehole Geophysics Symposium. *Geophysics,* **35**, p. 81-152. Contiene cinco artículos.

WAGG, DON M. y H. O. SEIGEL (1963). Induced Polarization in Drill Holes. *Canadian Mining Journ.* Abril, 1963.

INDICE ALFABETICO DE AUTORES

L

M

N

O

P

Y

Z

INDICE ALFABETICO DE MATERIAS

F

G

H

N

O

P

R

T

U

V

W

Y

Z